

# 江苏省苏州市2021年中考数学模拟试卷

一.选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分

1. (3 分) 下列计算结果为  $a^6$  的是 ( )

- A.  $a^2 + a^4$       B.  $a^2 \cdot a^3$       C.  $a^6 \div a$       D.  $(a^2)^3$

2. (3 分) 2021 年 3 月 20 日，苏州高新区召开 2021 年一季度经济运行分析会。会议指出，1 - 2 月，苏州高新区各项经济指标实现较快增长。进出口总额 63.9 亿美元，同比增长 47%，其中出口 41.9 亿美元，同比增长 64%，出口增速位居全市第 1。数据 41.9 亿用科学记数法表示为 ( )

- A.  $0.419 \times 10^{10}$       B.  $4.19 \times 10^9$       C.  $41.9 \times 10^8$       D.  $4.19 \times 10^8$

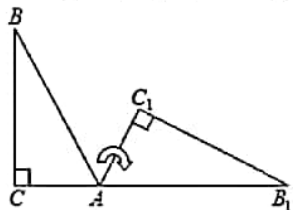
3. (3 分) 在某市 2019 年青少年航空航天模型锦标赛中，各年龄组的参赛人数情况如表所示：

年龄组	13 岁	14 岁	15 岁	16 岁
参赛人数	5	19	12	14

若小明所在年龄组的参赛人数占全体参赛人数的 38%，则小明所在的年龄组是 ( )

- A. 13 岁      B. 14 岁      C. 15 岁      D. 16 岁

4. (3 分) 如图，将一块含  $30^\circ$  的直角三角板绕点 A 按顺时针方向旋转到  $\triangle A_1B_1C_1$  的位置，使得点 C、A、 $B_1$  在同一条直线上，那么旋转角等于 ( )

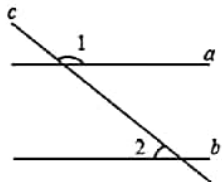


- A.  $30^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $90^\circ$       D.  $120^\circ$

5. (3 分) 下列图形中，三视图都相同的是 ( )

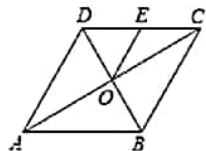
- A. 圆柱      B. 球      C. 三棱锥      D. 五棱柱

6. (3 分) 如图，直线 a、b 被直线 c 所截， $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 140^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数是 ( )



- A.  $30^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $60^\circ$

7. (3 分) 如图，菱形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，点 E 为边 CD 的中点，若菱形 ABCD 的周长为 16， $\angle BAD = 60^\circ$ ，则  $\triangle OCE$  的面积是 ( )



- A.  $\sqrt{3}$       B. 2      C.  $2\sqrt{3}$       D. 4

8. (3 分) 图 1 是一个地铁站入口的双翼闸机。如图 2，当双翼收起时，可以通过闸机的物体的最大宽度是 64cm，它的双翼展开时，双翼边缘的端点 A 与 B 之间的距离为 10cm。此时双翼的边缘 AC、BD 与闸机侧立面夹角  $\angle PCA = \angle BDQ = 30^\circ$ ，则双翼的边缘 AC、BD ( $AC = BD$ ) 的长度为 ( )



图 1

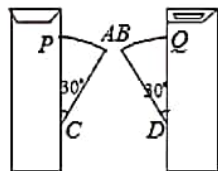


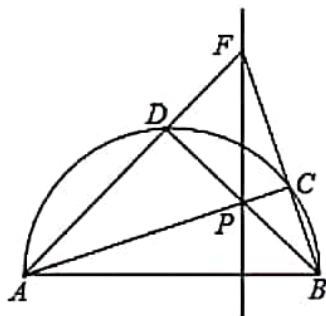
图 2



- A.  $27\sqrt{3}cm$       B.  $27\sqrt{2}cm$       C.  $27cm$       D.  $54cm$

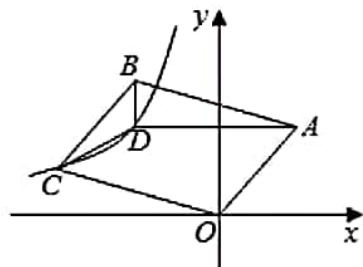
9. (3分) 如图, 点  $P$  在以  $AB$  为直径的半圆内, 连接  $AP$ 、 $BP$ , 并延长分别交半圆于点  $C$ 、 $D$ , 连接  $AD$ 、 $BC$  并延长交于点  $F$ , 作直线  $PF$ , 下列说法一定正确的是 ( )

- ①  $AC$  垂直平分  $BF$ ; ②  $AC$  平分  $\angle BAF$ ; ③  $FP \perp AB$ ; ④  $BD \perp AF$ .



- A. ①③      B. ①④      C. ②④      D. ③④

10. (3分) 如图, 点  $D$  是  $\square OABC$  内一点,  $AD$  与  $x$  轴平行,  $BD$  与  $y$  轴平行,  $BD = \sqrt{3}$ ,  $\angle BDC = 120^\circ$ .  $S_{\triangle BDC} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ , 若反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x < 0$ ) 的图象经过  $C$ 、 $D$  两点, 则  $k$  的值是 ( )



- A.  $-6\sqrt{3}$       B.  $-6$       C.  $-3\sqrt{3}$       D.  $-3$

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分,

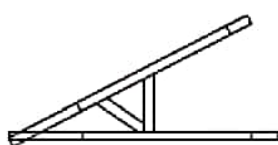
11. (3分) 16 的平方根是\_\_\_\_\_.

12. (3分) 函数  $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

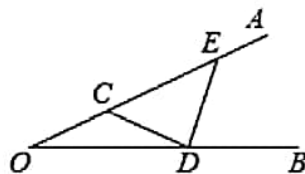
13. (3分) 解不等式组  $\begin{cases} \frac{3x+14}{4} > 2x-9 \\ 4x+6 \geq 3x+7 \end{cases}$  的解集为\_\_\_\_\_.

14. (3分) 圆锥的底面圆半径为  $3cm$ , 侧面积为  $15\pi cm^2$ , 则圆锥的母线长为\_\_\_\_\_  $cm$ .

15. (3分) “三等分角”大约是在公元前五世纪由古希腊人提出来的, 借助如图所示的“三等分角仪”能三等分任一角. 这个三等分角仪由两根有槽的棒  $OA$ 、 $OB$  组成, 两根棒在  $O$  点相连并可绕  $O$  转动,  $C$  点固定,  $OC = CD = DE$ , 点  $D$ 、 $E$  在槽中滑动, 若  $\angle BDE = 84^\circ$ , 则  $\angle CDE$  是\_\_\_\_\_  $^\circ$ .



图①



图②

16. (3分) 在平面直角坐标系中, 如果存在一点  $P(a, b)$ , 满足  $ab = -1$ , 那么称点  $P$  为“负倒数点”则函数  $y = \begin{cases} x-6 & (x \geq 0) \\ -x-6 & (x < 0) \end{cases}$  的图象上负倒数点的个数为\_\_\_\_\_个.

17. (3分) 如图 1, 四个全等的直角三角形围成一个大正方形, 中间是个小正方形, 这个图形是我国汉代赵爽在注解《周髀算经》时给出的, 人们称它为“赵爽弦图”. 在此图形中连接四条线段得到如图 2 的图案, 记阴影部分



的面积为  $S_1$ ，空白部分的面积为  $S_2$ ，大正方形的边长为  $m$ ，小正方形的边长为  $n$ ，若  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{2}$ ，则  $\frac{n}{m}$  的值为\_\_\_\_\_.

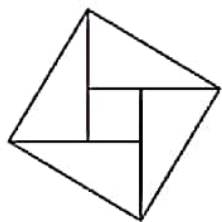


图 1

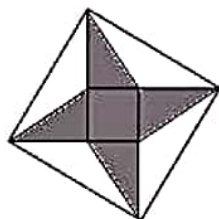
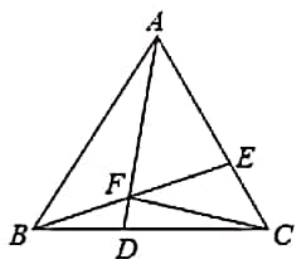


图 2

18. (3 分) 如图，在边长为  $6\sqrt{3}$  的等边  $\triangle ABC$  中，点  $D$ 、点  $E$  分别是边  $BC$ 、 $AC$  上的点，且  $BD = CE$ ，连接  $BE$ 、 $AD$ ，相交于点  $F$ 。连接  $CF$ ，则  $CF$  的最小值为\_\_\_\_\_.



三、解答题：本大题共 10 小题，共 76 分.

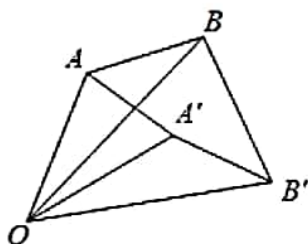
19. (5 分) 计算：  $(\frac{1}{2})^{-2} - 6\sin 30^\circ - |\sqrt{2} - 1|$ .

20. (5 分) 先化简，再求值：  $\frac{x-3}{x^2+6x+9} \div (1 - \frac{6}{x+3})$ ，其中，  $x = \sqrt{2} - 3$ .

21. (6 分) 如图，以点  $O$  为旋转中心，将线段  $AB$  按顺时针方向旋转  $\alpha$  得到线段  $A'B'$ ，连接  $AA'$ 、 $BB'$ 。

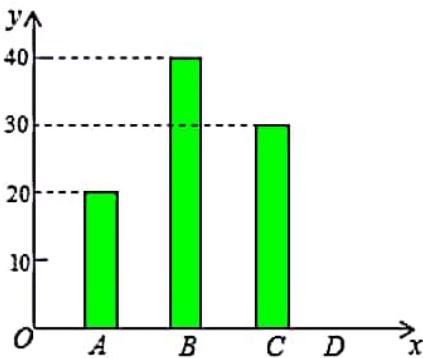
(1) 比较  $\angle OAA'$  与  $\angle OBB'$  的大小，并说明理由。

(2) 若  $BB' = 5$ ，  $\sin \angle OB'B = \frac{4}{5}$ ，求  $OB$  的长。



22. (6分) “五·一”假期，某公司组织部分员工分别到A、B、C、D 四地旅游，公司按定额购买了前往各地的车票。如图是未制作完的车票种类和数量的条形统计图，根据统计图回答下列问题：

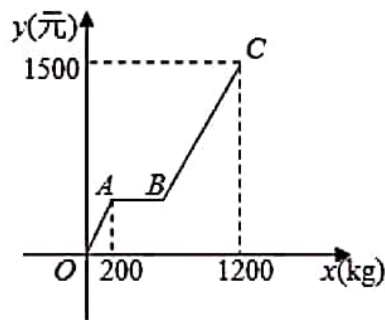
- 若去D地的车票占全部车票的10%，请求出D地车票的数量，并补全统计图；
- 若公司采用随机抽取的方式分发车票，每人抽取一张（所有车票的形状、大小、质地完全相同且充分洗匀），那么员工小胡抽到去A地的概率是多少？
- 若有一张车票，小王、小李都想要，决定采取抛掷一枚各面分别标有1，2，3，4的正四面体骰子的方法来确定，具体规则是：“每人各抛掷一次，若小王掷得着地一面的数字比小李掷得着地一面的数字小，车票给小王，否则给小李”。试用“列表法或画树状图”的方法分析，这个规则对双方是否公平？



23. (8分) 某商场代理销售一种货物，四月份的销售利润 $y$ （元）与销售量 $x$ （kg）之间函数关系的图象如图中折线所示。请你根据图象及这种货物的相关销售记录提供的信息，解答下列问题：

- 截止到4月8日，该商店销售这种货物一共获利多少元？
- 求图象中线段BC所在直线对应的函数表达式。

日期	销售记录
4月1日	库存1000kg，成本价10元/kg，售价12元/kg (除了促销期间降价，其他时间售价保持不变)
4月8日	从4月1日至今，一共售出200kg
4月9、10日	这两天以成本价促销，之后售价恢复到12元/kg
4月11日	补充进货200kg，进价10.5元/kg
4月30日	1200kg水果全部售完，一共获利1500元



24. (8分) 如图(1)、(2)分别是某款篮球架的实物图与示意图, 已知底座  $BC=0.60$  米, 底座  $BC$  与支架  $AC$  所成的角  $\angle ACB=75^\circ$ , 支架  $AF$  的长为  $2.50$  米, 篮板顶端  $F$  点到篮框  $D$  的距离  $FD=1.35$  米, 篮板底部支架  $HE$  与支架  $AF$  所成的角  $\angle FHE=60^\circ$ .

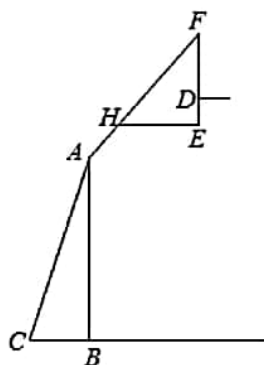
(1) 求支架  $AC$  的顶端  $A$  到地面的距离  $AB$  的高度. (精确到  $0.001$  米)

(2) 求篮框  $D$  到地面的距离. (精确到  $0.01$  米)

(参考数据:  $\cos 75^\circ \approx 0.2588$ ,  $\sin 75^\circ \approx 0.9659$ ,  $\tan 75^\circ \approx 3.732$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{2} \approx 1.414$ )



图(1)

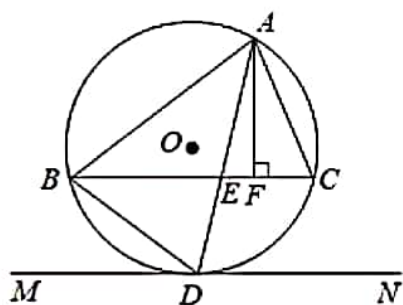


图(2)

25. (8分) 如图,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  边于点  $E$ , 交  $\odot O$  于点  $D$ , 过点  $A$  作  $AF \perp BC$  于点  $F$ , 设  $\odot O$  的直径为  $d$ ,  $AF=h$ .

(1) 过点  $D$  作直线  $MN \parallel BC$ , 求证:  $MN$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $AB=4$ ,  $AC=3$ , 求  $dh$  的值.





26. (10 分) 为庆祝五四青年节, 某校九年级 (1) 班将举行班级联欢活动, 决定到水果店购买  $A$ 、 $B$  两种水果, 据了解, 购买  $A$  种水果 3 千克,  $B$  种水果 4 千克, 则需 180 元; 购买  $A$  种水果 2 千克,  $B$  种水果 8 千克, 则需 280 元.
- (1) 求  $A$ 、 $B$  两种水果的单价分别是多少元?
- (2) 经初步测算班级联欢活动需要购买  $A$ 、 $B$  两种水果 10 千克, 但九年级班委会目前只有班级经费 230 元, 则  $A$  种水果至少需要购买多少千克?
- (3) 考虑到实际情况, 经九年级 (1) 班班委会商定, 决定购买  $A$ 、 $B$  两种水果共 12 千克供同学们食用. 水果店销售人员为了支持本次活动, 为该班同学提供以下优惠: 购买多少千克  $B$  种水果,  $B$  种水果每千克就降价多少元, 请你为九年级 (1) 班的同学预算一下, 本次购买至少准备多少钱? 最多准备多少钱?

27. (10 分) 定义: 若一个三角形存在两个内角之差是第三个内角的两倍, 则称这个三角形为关于第三个内角的“差倍角三角形”, 例如, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A=100^\circ$ ,  $\angle B=60^\circ$ ,  $\angle C=20^\circ$ , 满足  $\angle A - \angle B = 2\angle C$ , 所以  $\triangle ABC$  是关于  $\angle C$  的“差倍角三角形”;
- (1) 如图 1,  $\triangle ABC$  是关于  $\angle C$  的“差倍角三角形” (其中  $\angle BAC > \angle B$ ),  $AB=3$ ,  $BC=9$ , 点  $D$  在  $BC$  上, 且  $\angle BAD = \angle C$ , 求  $AC$  的长.
- (2) 如图 2, 等腰三角形  $ABC$  中, 点  $D$  是底边  $BC$  的一个黄金分割点 ( $CD < BD$ ), 且  $AB=AC=BD$ . 求证:  $\triangle ABC$  是关于  $\angle B$  的“差倍角三角形”.
- (3) 如图 3, 五边形  $ABCDE$  内接于圆, 连接  $AC$ ,  $AD$  与  $BE$  相交于点  $F$ ,  $G$ ,  $BF=1$ ,  $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{DE}$ ,  $\triangle ABE$  是关于  $\angle AEB$  的“差倍角三角形”. 设  $AB=x$ ,  $CD=y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式.

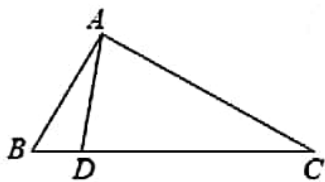


图 1

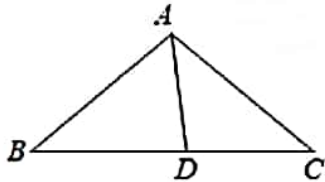


图 2

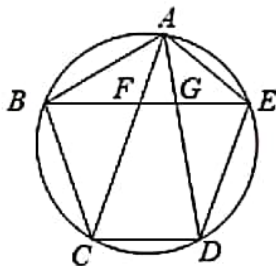


图 3



28. (10分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 矩形  $ABCD$  的边  $AB=4$ ,  $BC=8$ . 若不改变矩形  $ABCD$  的形状和大小, 当矩形顶点  $A$  在  $x$  轴的正半轴上左右移动时, 矩形的另一个顶点  $D$  始终在  $y$  轴的正半轴上随之上下移动.

(1) 当  $\angle OAD=30^\circ$  时, 求点  $C$  的坐标;

(2) 设  $BC$  的中点为  $M$ , 连接  $OM$ .

①探究: 在点  $A$  移动的过程中,  $\angle MOA$  的度数是否会发生变化? 若发生变化, 请求出  $\angle MOA$  度数的取值范围; 若不发生变化, 请求出  $\angle MOA$  的度数;

②当  $OM$  取最大值时, 设过点  $D$ 、 $C$ 、 $M$  三点的抛物线与直线  $AB$  交于点  $N$ , 请求出点  $N$  的坐标.

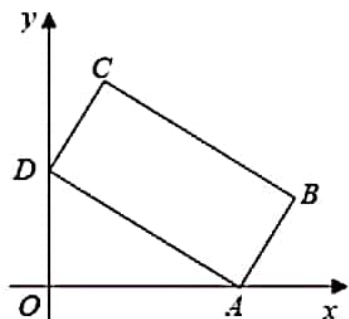


图1

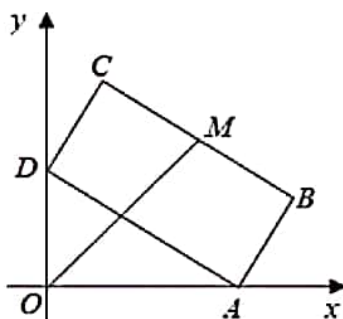


图2

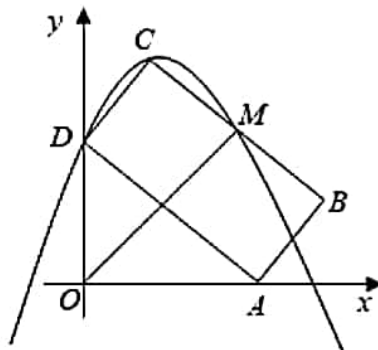


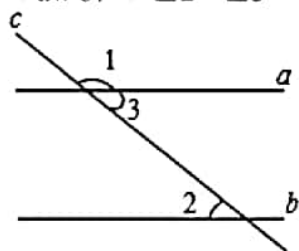
图3



## 参考答案

一.选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，

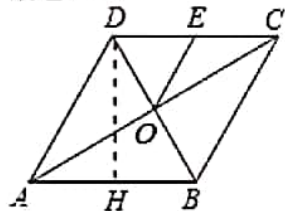
1. 【解答】解：A.  $a^2$  与  $a^4$  不是同类项，所以不能合并，故本选项不合题意；  
B.  $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故本选项不合题意；C.  $a^6 \div a = a^5$ ，故本选项不合题意；D.  $(a^3)^2 = a^6$ ，故本选项符合题意。  
故选：D.
2. 【解答】解：41.9 亿  $= 4190000000 = 4.19 \times 10^9$ 。  
故选：B.
3. 【解答】解：根据各年龄组的参赛人数情况表可知：  
总参赛人数为：5+19+12+14=50， $19 \div 50 = 38\%$ ，  
则小明所在的年龄组是 14 岁。故选：B.
4. 【解答】解： $\because \text{Rt}\triangle ABC$  绕点 A 按顺时针方向旋转到  $\triangle AB_1C_1$  的位置，使得点 C、A、 $B_1$  在同一条直线上，  
 $\therefore$  旋转角最小是  $\angle CAC_1$ ，  
 $\because \angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\therefore \angle BAC = 60^\circ$ ，  
 $\because \triangle AB_1C_1$  由  $\triangle ABC$  旋转而成， $\therefore \angle B_1AC_1 = \angle BAC = 60^\circ$ ，  
 $\therefore \angle CAC_1 = 180^\circ - \angle B_1AC_1 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ，故选：D.
5. 【解答】解：A、圆柱的主视图与左视图均是矩形，俯视图是圆，故本选项不合题意；  
B、球体的三视图均是圆，故本选项符合题意；  
C、三棱柱的主视图与左视图均是矩形，俯视图是三角形，故本选项不合题意；  
D、五棱柱的主视图与左视图均是矩形，俯视图是五边形，故本选项不合题意。  
故选：B.
6. 【解答】解： $\because \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ ， $\angle 1 = 140^\circ$ ， $\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ 。  
 $\because a \parallel b$ ， $\therefore \angle 2 = \angle 3 = 40^\circ$ 。



故选：B.

7. 【解答】解：过点 D 作  $DH \perp AB$  于点 H，  
 $\because$  四边形 ABCD 是菱形， $AO = CO$ ， $\therefore AB = BC = CD = AD$ ，  
 $\because$  菱形 ABCD 的周长为 16， $\therefore AB = AD = 4$ ，  
 $\because \angle BAD = 60^\circ$ ， $\therefore DH = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ ，  
 $\therefore S_{\text{菱形} ABCD} = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ ， $\therefore S_{\triangle CDA} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ ，  
 $\because$  点 E 为边 CD 的中点， $\therefore OE$  为  $\triangle ADC$  的中位线，  
 $\therefore OE \parallel AD$ ， $\therefore \triangle CEO \sim \triangle CDA$ ，  
 $\therefore \triangle OCE$  的面积  $= \frac{1}{4} \times S_{\triangle CDA} = \frac{1}{4} \times 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$ ，

故选：A.





8. 【解答】解：如图，过  $A$  作  $AE \perp CP$  于  $E$ ，过  $B$  作  $BF \perp DQ$  于  $F$ ，

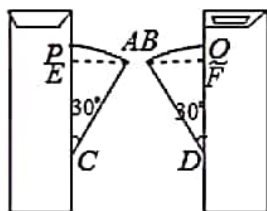


图2

$\because$  点  $A$  与  $B$  之间的距离为  $10\text{cm}$ ，可以通过闸机的物体的最大宽度是  $64\text{cm}$ ，

$\therefore AE = BF = (64 - 10) \div 2 = 27 (\text{cm})$ ，

$\text{Rt}\triangle ACE$  中， $AC = 2AE = 27 \times 2 = 54 (\text{cm})$ ，

故选：D.

9. 【解答】证明：①  $\because AB$  为直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore AC$  垂直  $BF$ ，但不能得出  $AC$  平分  $BF$ ，

故①错误，

②如图1，连接  $CD$ ，

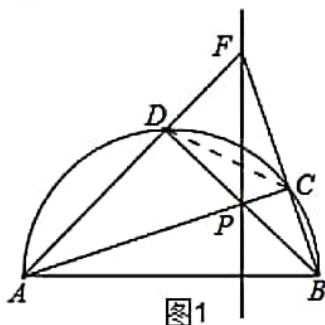


图1

$\because AB$  为直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BDF = 90^\circ$ ，

假设  $AC$  平分  $\angle BAF$  成立，则有  $DC = BC$ ，

$\therefore$  在  $\text{RT}\triangle FDB$  中， $DC = BC = FC$ ，

$\therefore AC \perp BF$ ，且平分  $BF$ ，

$\therefore AC$  垂直  $BF$ ，但不能得出  $AC$  平分  $BF$ ，与①中的  $AC$  垂直  $BF$ ，但不能得出  $AC$  平分  $BF$  相矛盾，

故②错误，

③如图2：

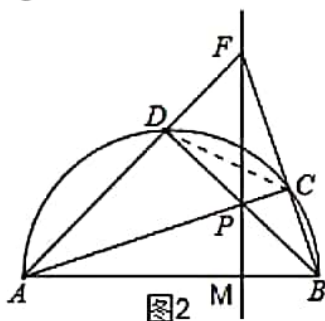


图2

$\because AB$  为直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ADB = 90^\circ$ ，

$\therefore D, P, C, F$  四点共圆，

$\therefore \angle CFP$  和  $\angle CDB$  都对应  $\widehat{PC}$ ，



$$\therefore \angle CFP = \angle CDB,$$

$$\because \angle CDB = \angle CAB, \therefore \angle CFP = \angle CAB,$$

$$\text{又} \because \angle FPC = \angle APM, \therefore \triangle AMP \sim \triangle FCP,$$

$$\angle ACF = 90^\circ, \therefore \angle AMP = 90^\circ,$$

$$\therefore FP \perp AB, \text{故} \textcircled{3} \text{正确},$$

$$\textcircled{4} \because AB \text{ 为直径}, \therefore \angle ADB = 90^\circ, \therefore BD \perp AF.$$

故④正确,

综上所述只有③④正确.

故选: D.

10. 【解答】解: 过点 C 作  $CE \perp y$  轴, 延长 BD 交 CE 于点 F,

$\because$  四边形 OABC 为平行四边形,

$$\therefore AB \parallel OC, AB = OC,$$

$$\therefore \angle COE = \angle ABD,$$

$\because BD$  与  $y$  轴平行,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

在  $\triangle COE$  和  $\triangle ABD$  中,

$$\begin{cases} \angle ADB = \angle CEO \\ \angle COE = \angle ABD, \\ OC = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle COE \cong \triangle ABE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OE = BD = \sqrt{3},$$

$$\because S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} BD \cdot CF = \frac{3}{2} \sqrt{3},$$

$$\therefore CF = 3,$$

$$\because \angle BDC = 120^\circ,$$

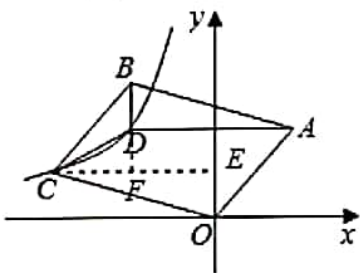
$$\therefore \angle CDF = 60^\circ, \therefore DF = \sqrt{3},$$

点 D 的纵坐标为  $2\sqrt{3}$ ,

设  $C(m, \sqrt{3})$ , 则  $D(m+3, 2\sqrt{3})$ ,

$\because$  反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x < 0$ ) 的图象经过 C、D 两点,

$$\therefore k = \sqrt{3}m = 2\sqrt{3}(m+3), \therefore m = -6, \therefore k = -6\sqrt{3}, \text{故选: A.}$$



二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 把答案直接填写在答题卡相应位置上.

11. 【解答】解:  $\because (\pm 4)^2 = 16$ ,

$\therefore 16$  的平方根是  $\pm 4$ .

故答案为:  $\pm 4$ .

12. 【解答】解: 根据题意得:  $x - 1 > 0$ ,

解得:  $x > 1$ .

13. 【解答】解: 
$$\begin{cases} \frac{3x+14}{4} > 2x-9 \textcircled{1} \\ 4x+6 \geq 3x+7 \textcircled{2} \end{cases}$$



扫描全能王 创建

由①得,  $x < 10$ ,

由②得,  $x \geq 1$ ,

故原不等式组的解集为:  $-2 < x \leq 1$ .

故答案为:  $1 \leq x < 10$ .

14. 【解答】解: 设圆锥的母线长为  $l$  cm,

根据题意得  $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot l = 15\pi$ , 解得  $l = 5$ ,

所以圆锥的母线长为  $5$  cm.

故答案为  $5$ .

15. 【解答】解:  $\because OC = CD = DE$ ,

$\therefore \angle O = \angle ODC$ ,  $\angle DCE = \angle DEC$ ,

$\therefore \angle DCE = \angle O + \angle ODC = 2\angle ODC$ ,

$\because \angle O + \angle OED = 3\angle ODC = \angle BDE = 84^\circ$ ,

$\therefore \angle ODC = 28^\circ$ ,

$\because \angle CDE + \angle ODC = 180^\circ - \angle BDE = 96^\circ$ ,

$\therefore \angle CDE = 96^\circ - \angle ODC = 68^\circ$ .

枚答案为:  $68$ .

16. 【解答】解: 设点  $P(a, b)$  是函数  $y = x - 6$  ( $x \geq 0$ ) 上的“负倒数点”,

则  $ab = -1$ .

即  $a(a - 6) = -1$ .

解得:  $a = 3 + 2\sqrt{2}$  或  $3 - 2\sqrt{2}$ .

$\therefore b = 3 - 2\sqrt{2}$  或  $3 + 2\sqrt{2}$ .

设点  $P(a, b)$  是函数  $y = -x - 6$  ( $x < 0$ ) 上的“负倒数点”,

则  $a(-a - 6) = -1$ .

解得:  $a = -3 - \sqrt{10}$  或  $-3 + \sqrt{10}$  (大于  $0$ , 不合题意, 舍去).

$\therefore a = -3 - \sqrt{10}$ .

$\therefore b = -3 + \sqrt{10}$ .

综上, 函数  $y = \begin{cases} x-6 & (x \geq 0) \\ -x-6 & (x < 0) \end{cases}$  的图象上“负倒数点”的个数为:  $3$ .

故答案为:  $3$ .

17. 【解答】解:  $\because \frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{2}$ , 大正方形面积为  $m^2$ ,

$$\therefore S_2 = \frac{2}{5}m^2.$$

设图 2 中  $AB = x$ , 依题意则有:

$$4 \cdot S_{\triangle ADC} = \frac{2}{5}m^2,$$

$$\text{即 } 4 \times \frac{1}{2} \times x^2 = \frac{2}{5}m^2,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{\sqrt{5}}{5}m, \quad x_2 = -\frac{\sqrt{5}}{5}m \text{ (负值舍去).}$$

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,

$$AB^2 + CB^2 = AC^2,$$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt{5}}{5}m\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{5}m + n\right)^2 = m^2,$$



解得:  $n_1 = \frac{m}{\sqrt{5}}$ ,  $n_2 = -\frac{3m}{\sqrt{5}}$  (负值舍去).

$$\therefore \frac{n}{m} = \frac{\frac{m}{\sqrt{5}}}{m} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故答案为:  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

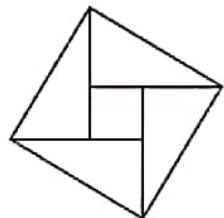


图 1

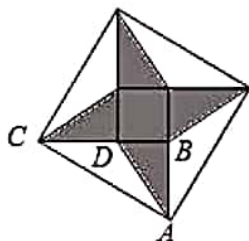


图 2

18. 【解答】解: 如图,  $\because \triangle ABC$  是等边三角形,

$$\therefore AB=BC=AC, \angle ABC=\angle BAC=\angle BCE=60^\circ,$$

$$\because BD=CE,$$

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle BCE$  中,

$$\begin{cases} AB=CB \\ \angle ABC=\angle BCE, \\ BD=CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BCE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CBE,$$

$$\text{又} \because \angle AFE = \angle BAD + \angle ABE,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle CBE + \angle ABE = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle AFE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AFB = 120^\circ,$$

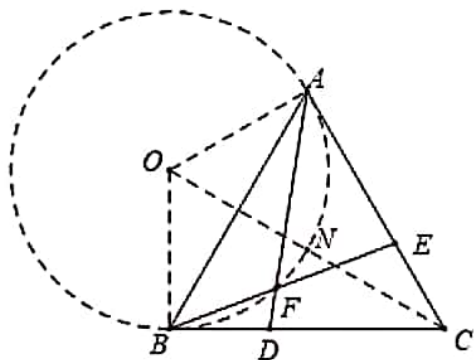
$\therefore$  点  $F$  的运动轨迹是  $O$  为圆心,  $OA$  为半径的弧上运动

此时  $\angle AOB = 120^\circ$ ,  $OA = 6$ ,

$$\therefore OC = 2OA = 12,$$

连接  $OC$  交  $\odot O$  于  $N$ , 当点  $F$  与  $N$  重合时,  $CF$  的值最小, 最小值  $= OC - ON = 12 - 6 = 6$ .

故答案为 6.



三、解答题: 本大题共 10 小题, 共 76 分, 把解答过程写在答题卡相应的位置上, 解答时应写出必要的计算过程、推演步骤或文字说明, 作图时用 2B 铅笔或黑色墨水签字笔.

19. 【解答】解: 原式  $= \frac{1}{(\frac{1}{2})^2} - 6 \times \frac{1}{2} - (\sqrt{2} - 1)$



扫描全能王 创建

$$= \frac{1}{\frac{1}{4}} - 3 - \sqrt{2} + 1$$

$$= 4 - 3 - \sqrt{2} + 1$$

$$= 2 - \sqrt{2}.$$

20. 【解答】解：原式  $= \frac{x-3}{(x+3)^2} \div (\frac{x+3}{x+3} - \frac{6}{x+3})$

$$= \frac{x-3}{(x+3)^2} \div \frac{x-3}{x+3}$$

$$= \frac{x-3}{(x+3)^2} \cdot \frac{x+3}{x-3}$$

$$= \frac{1}{x+3},$$

当  $x = \sqrt{2} - 3$  时，

$$\text{原式} = \frac{1}{\sqrt{2}-3+3} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

21. 【解答】解：(1)  $\angle OAA'$  与  $\angle OBB'$  相等.

理由如下： $\because$  以点  $O$  为旋转中心，将线段  $AB$  按顺时针方向旋转  $\alpha$  得到线段  $A'B'$ ，

$$\therefore OA = OA', OB = OB', \angle AOA' = \angle BOB' = \alpha,$$

$$\therefore \angle OAA' = \angle OA'A, \angle OBB' = \angle OB'B,$$

$$\therefore \angle OAA' = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha), \angle OBB' = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha),$$

$$\therefore \angle OAA' = \angle OBB' \text{ 相等};$$

(2) 作  $B$  点作  $BH \perp OB'$  于  $H$ ，如图，

$$\text{在 Rt}\triangle BB'H \text{ 中}, \because \sin \angle OB'B = \frac{BH}{BB'} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore BH = \frac{4}{5} \times 5 = 4,$$

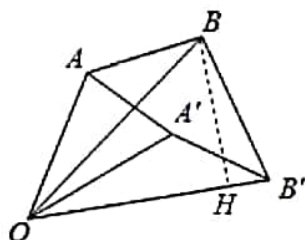
$$\therefore B'H = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\text{设 } OB = x, \text{ 则 } OB' = x,$$

$$\therefore OH = x - 3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OBH \text{ 中}, (x-3)^2 + 4^2 = x^2, \text{ 解得 } x = \frac{25}{6},$$

$$\text{即 } OB \text{ 的长为 } \frac{25}{6}.$$



22. 【解答】解：(1) 设  $D$  地车票有  $x$  张，则  $x = (x+20+40+30) \times 10\%$ ，

$$\text{解得 } x = 10.$$

即  $D$  地车票有 10 张.

补全统计图如图所示.

$$(2) \text{ 小胡抽到去 } A \text{ 地的概率为 } \frac{20}{20+40+30+10} = \frac{1}{5}.$$



扫描全能王 创建

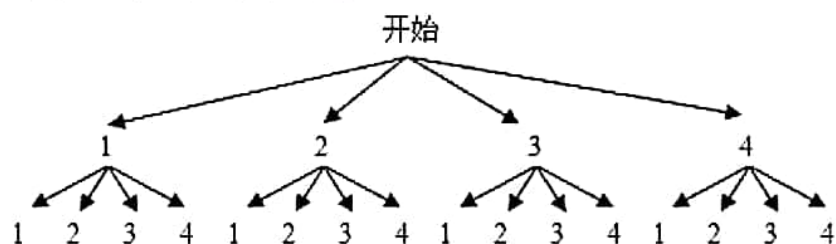


(3) 不公平.

以列表法说明:

小李掷得数字 小王掷得数字	1	2	3	4
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)

或者画树状图法说明 (如图)



由此可知, 共有 16 种等可能结果.

其中小王掷得数字比小李掷得数字小的有 6 种: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4).

∴ 小王掷得数字比小李掷得数字小的概率为:  $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ .

则小王掷得数字不小于小李掷得数字的概率为  $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ .

∴ 这个规则对双方不公平.

23. 【解答】解: (1)  $200 \times (12 - 10) = 400$  (元)

答: 截止到 4 月 8 日, 该商店销售这种货物一共获利 400 元;

(2) AB 段对应 4 月 9、10 日, 因以成本价促销, 故总利润不变, 还是 400,

设点 B 坐标为 (a, 400),

B、C 段由两批货物, 成本价 10 元/kg 还有 (1000 - a) kg, 成本价 10.5 元/kg 有 200kg,

则  $(12 - 10) \times (1000 - a) + (12 - 10.5) \times 200 = 1500 - 400$ ,

解这个方程, 得  $a = 600$ ,

∴ 点 B 坐标为 (600, 400),

又 C (1200, 1500),

设线段 BC 所在直线对应的函数表达式为  $y = kx + b$ , 则:

$$\begin{cases} 600k + b = 400 \\ 1200k + b = 1500 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{11}{6} \\ b = -700 \end{cases},$$

∴ 线段 BC 所在直线对应的函数表达式为  $y = \frac{11}{6}x - 700$ .

24. 【解答】解: (1) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ ,

∴  $AB = BC \cdot \tan 75^\circ = 0.60 \times 3.732 = 2.2392 \approx 2.239$  (米),

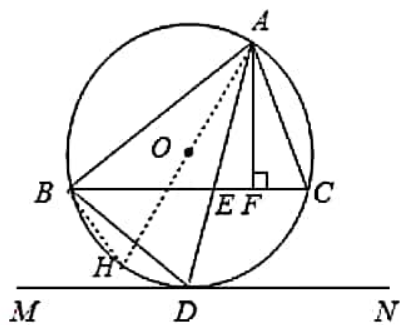
答: 支架 AC 的顶端 A 到地面的距离 AB 的高度约为 2.239 米;

(2) 延长 FE 交 CB 的延长线于 M, 过 A 作  $AG \perp FM$  于 G,



扫描全能王 创建





$\because AH$  是直径,

又 $\because \angle AHB = \angle ACF$ ,

$$\therefore \frac{AC}{AH} = \frac{AF}{AB},$$

$\because AB=4, AC=3,$

26. 【解答】解：(1) 设  $A$  种水果的单价为  $x$  元， $B$  种水果的单价为  $y$  元，

解得:  $\begin{cases} x=20 \\ y=30 \end{cases}$ .

- (2) 设  $A$  种水果需要购买  $a$  千克, 则  $B$  种水果需要购买  $(10 - a)$  千克,

解得  $a \geq 7$ .

- (3) 设本次购买准备  $n$  元, 购买  $B$  种水果  $m$  千克, 则购买  $A$  种水果  $(12 - m)$  盆,

当  $m=12$  时,  $n$  最小, 此时为 216 元;

当  $m=5$  时,  $n$  最大, 此时为 265 元.

故本次购买至少准备 216 元钱, 最多准备 265 元钱.

27. 【解答】解：(1) 如图 1，设  $\angle C = \alpha = \angle BAD$ ， $\angle DAC = \beta = \angle ADC$ ，

则  $\angle BAC = \alpha + \beta$ ,

$\therefore \triangle ABC$  是关于  $\angle C$  的“差倍角三角形”

$$\therefore \angle BAC - \angle B = \alpha + \beta - \angle B = 2\angle C = 2\alpha,$$

$$\therefore \alpha + \angle B = \beta = \angle ADC = \angle DAC,$$

$\therefore \triangle ADC$  为等腰三角形,

故设  $AC=CD=x$ , 则  $BD=9-x$ ,

$$\because \angle C = \angle BAD, \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle BAD \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB}, \text{ 即 } \frac{3}{9} = \frac{9-x}{3},$$

即  $AC=8$ ;



(2)  $\because D$  是底边  $BC$  的一个黄金分割点,

$$\therefore \frac{BD}{CB} = \frac{CD}{BD},$$

$$\because AB = BD = AC,$$

$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{CB}{AC},$$

$$\because \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \triangle DCA \sim \triangle ABC,$$

$\because \triangle ABC$  为等腰三角形, 故  $\triangle ACD$  为等腰三角形,

故  $\angle ADC = \angle C$ ,

设  $\angle B = \angle C = \alpha = \angle ADC$ ,  $\angle BAD = \angle BDA = \beta$ , 则  $\beta = 2\alpha$ ,

则  $\angle ABC - \angle C = \beta + \alpha - \alpha = \beta = 2\alpha = \angle B$ ,

故  $ABC$  是关于  $\angle B$  的“差倍角三角形”;

$$(3) \because \widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{DE}, \therefore \angle BAC = \angle AEB = \angle ACB = \angle DAE,$$

设  $\angle BAC = \angle AEB = \angle ACB = \angle DAE = \alpha$ ,

$\because \triangle ABE$  是关于  $\angle AEB$  的“差倍角三角形”,

$$\therefore \angle BAE - \angle ABE = 2\angle AEB,$$

$$\therefore \alpha + \angle CAD + \alpha - \angle ABE = 2\alpha, \therefore \angle CAD = \angle ABE, \therefore \widehat{BC} = \widehat{CD}, \therefore DE \parallel AC,$$

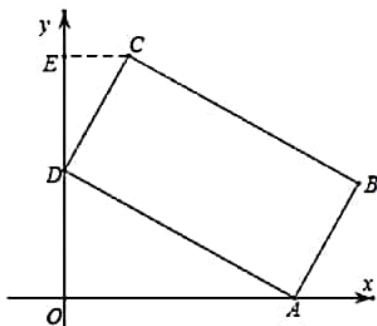
$$\because \widehat{BC} = \widehat{CD}, \therefore CD \parallel BE, \therefore \text{四边形 } CDEF \text{ 是平行四边形};$$

$$\because \angle BAF = \angle AEB, \angle ABF = \angle EBA,$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle EBA, \therefore \frac{AB}{BE} = \frac{BF}{AB} = \frac{AF}{AE}, \text{ 即 } BE = \frac{AB^2}{BF} = \frac{x^2}{1} = x^2, \therefore EF = BE - BF = x^2 - 1,$$

$$\because \text{四边形 } CDEF \text{ 是平行四边形}, \therefore y = CD = EF = x^2 - 1, \text{ 即 } y = x^2 - 1.$$

28. 【解答】解: (1) 过  $C$  作  $CE \perp y$  轴于  $E$ , 如图:



$\because$  矩形  $ABCD$ ,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ, AD = BC = 8, CD = AB = 4,$$

$$\because \angle OAD = 30^\circ,$$

$$\therefore OD = AD \cdot \sin 30^\circ = 4, OA = AD \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3},$$

$$\because \angle ECD = 90^\circ - \angle EDC = \angle ADO, \angle CED = \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DCE \sim \triangle ADO,$$

$$\therefore \frac{CD}{AD} = \frac{EC}{OD} = \frac{ED}{OA}, \text{ 即 } \frac{4}{8} = \frac{EC}{4} = \frac{ED}{4\sqrt{3}},$$

$$\therefore EC = 2, ED = 2\sqrt{3},$$

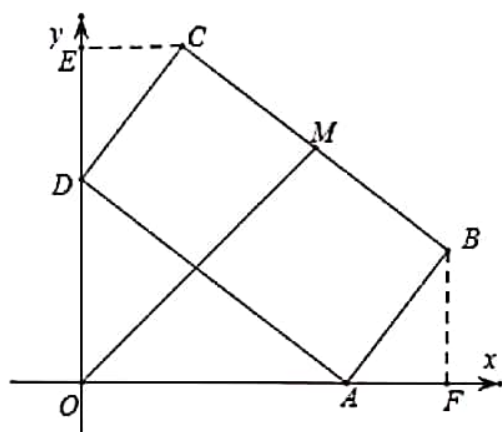
$$\therefore OE = OD + ED = 4 + 2\sqrt{3},$$



$$\therefore C(2, 4+2\sqrt{3});$$

(2) ①  $\angle MOA$  的度数不变,  $\angle MOA=45^\circ$ , 理由如下:

过  $C$  作  $CE \perp y$  轴于  $E$ , 过  $B$  作  $BF \perp x$  轴于  $F$ , 如图:



$$\text{设 } A(t, 0), \text{ 则 } OA=t, OD=\sqrt{AD^2-OA^2}=\sqrt{64-t^2},$$

$$\because \angle ECD=90^\circ - \angle EDC = \angle ADO, \angle CED = \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DCE \sim \triangle ADO, \therefore \frac{CD}{AD} = \frac{EC}{OD} = \frac{ED}{OA}, \text{ 即 } \frac{4}{8} = \frac{EC}{\sqrt{64-t^2}} = \frac{ED}{t},$$

$$\therefore EC = \frac{1}{2}\sqrt{64-t^2}, ED = \frac{1}{2}t, \therefore C\left(\frac{1}{2}\sqrt{64-t^2}, \sqrt{64-t^2} + \frac{1}{2}t\right),$$

$$\text{同理可得: } \triangle BAF \sim \triangle ADO, AF = \frac{1}{2}\sqrt{64-t^2}, BF = \frac{1}{2}t, \therefore B\left(\frac{1}{2}\sqrt{64-t^2} + t, \frac{1}{2}t\right),$$

$\because BC$  的中点为  $M$ ,

$$\therefore M\left(\frac{1}{2}\sqrt{64-t^2} + \frac{1}{2}t, \frac{1}{2}\sqrt{64-t^2} + \frac{1}{2}t\right),$$

$\therefore M$  到  $x$  轴、 $y$  轴距离相等,  $\therefore \angle MOA = 45^\circ$ ;

$$\textcircled{2} \because M\left(\frac{1}{2}\sqrt{64-t^2} + \frac{1}{2}t, \frac{1}{2}\sqrt{64-t^2} + \frac{1}{2}t\right),$$

$$\therefore OM = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sqrt{64-t^2} + \frac{1}{2}t\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{64-t^2} + \frac{1}{2}t\right)^2} = \sqrt{32+t \cdot \sqrt{64-t^2}}$$

$$OM \text{ 取最大值即是 } t \cdot \sqrt{64-t^2} \text{ 取最大值, 而 } t \cdot \sqrt{64-t^2} \leq \frac{t^2 + (\sqrt{64-t^2})^2}{2} = 32,$$

$$\therefore t = \sqrt{64-t^2} \text{ 即 } t = 4\sqrt{2} \text{ 时, } OM \text{ 取最大值是 } 8,$$

$$\text{而 } OD = \sqrt{64-t^2}, C\left(\frac{1}{2}\sqrt{64-t^2}, \sqrt{64-t^2} + \frac{1}{2}t\right), M\left(\frac{1}{2}\sqrt{64-t^2} + \frac{1}{2}t, \frac{1}{2}\sqrt{64-t^2} + \frac{1}{2}t\right),$$

$$\therefore C(2\sqrt{2}, 6\sqrt{2}), D(0, 4\sqrt{2}), M(4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}),$$

$$\therefore \text{过点 } D、C、M \text{ 三点的抛物线解析式为: } y = -\frac{\sqrt{2}}{4}x^2 + 2x + 4\sqrt{2},$$

$$\text{而 } A(4\sqrt{2}, 0), B(6\sqrt{2}, 2\sqrt{2}),$$

$$\therefore AB \text{ 解析式为 } y = x - 4\sqrt{2},$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = x - 4\sqrt{2} \\ y = -\frac{\sqrt{2}}{4}x^2 + 2x + 4\sqrt{2} \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x = \sqrt{2} + \sqrt{34} \\ y = -3\sqrt{2} + \sqrt{34} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \sqrt{2} - \sqrt{34} \\ y = -3\sqrt{2} - \sqrt{34} \end{cases},$$

$$\therefore N(\sqrt{2} + \sqrt{34}, -3\sqrt{2} + \sqrt{34}) \text{ 或 } (\sqrt{2} - \sqrt{34}, -3\sqrt{2} - \sqrt{34})$$

