

月考参考答案

一、选择题：DDADC, BAACA, BC

第 10 题提示：由题意可得 $\begin{cases} a+b+c=0 \\ b^2-4ac=0 \end{cases}$ ，整理得 $(a+c)^2-4ac=0$ ，化简得 $a=c$

第 11 题提示：图形①中有星：1+1

图形②中有星：1+2+3

图形③中有星：1+2+3+5

图形④中有星：1+2+3+4+7

图形 n 中有星：1+2+3+...+ n + $(2n-1)$

所以，第 8 个图形中有星 $1+2+3+\dots+8+(2\times 8-1) = \frac{(1+8)\times 8}{2} + 15 = 51$ (颗)

第 12 题提示：由抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(1, 0)$ 知 $a + b + c = 0$

由抛物线的对称轴是 $x = -\frac{b}{2a} = -1$ 知 $b = 2a$

由抛物线的对称性知，抛物线与 x 轴的另一交点坐标是 $(-3, 0)$

由方程组 $\begin{cases} a+b+c=0 \\ b=2a \end{cases}$ 化简得 $c = -3a$

所以 $a - 2b + c = a - 2 \times 2a + (-3a) = -6a < 0$

二、填空题：

13. 1.1×10^4 ； 14. 6； 15. 9； 16. 15； 17. $\frac{10}{3}$ ； 18. 2；

第 17 题提示：由函数的图象可求出 $y_{\text{甲}} = 10x + 50$ ，故甲的速度是 10 米/分，乙加速后的速度为 40 米/分，乙从加速开始至到达山顶需要时间 $\frac{150-30}{40} = 3$ 分钟，可由 $(2, 30)$ 和 $(5, 150)$ 求出乙加速后

的函数解析式 $y_{\text{乙}} = 40x - 50$ ，解方程组 $\begin{cases} y = 10x + 50 \\ y = 40x - 50 \end{cases}$ 得答案 $x = \frac{10}{3}$ ， $y = \frac{250}{3}$

第 18 题提示：通过计算可得到 $\angle DAE = \angle DEA = 67.5^\circ$ ，所以 $DA = DE = 4 + 2\sqrt{2}$ ，由正方形的边长可算出对角线 $BD = (4 + 2\sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 4$ ，在等腰 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中，设 $EF = x$ ，则 $BE = \sqrt{2}x$ ，通过 $BE + DE = BD$ 列方程 $\sqrt{2}x + 4 + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 4$ ，解得 $x = 2$

三、解答题：

19. (1) $x = 1 \pm \sqrt{6}$ ； (2) $x_1 = 3$ ， $x_2 = \frac{2}{3}$

20. 解: $\because DB=DC, \angle D=36^\circ$

$$\therefore \angle DBC = \angle DCB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle D) = 72^\circ$$

$\because AB \parallel CD$

$$\therefore \angle ABC = \angle DCB = 72^\circ$$

21. 解: (1) 13.4 秒

(2) 张明的中位数是 13.3, 李亮的平均数是 13.3;

(3) 因为张明和李亮成绩的平的数、中位数都相同, 但张明成绩的方差小于李亮成绩的方差, 所以张明的成绩较稳定, 所以应该选张明参加比赛。

22. 解: \because 在矩形 ABCD 中, $AB=8, BC=10$

$$\therefore \angle D=90^\circ, DC=AB=8$$

又 \because 将矩形 ABCD 沿 CE 折叠后, 点 B 落在 AD 边上的点 F 处

$$\therefore CF=BC=10$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle CDF \text{ 中, 由勾股定理得 } DF = \sqrt{CF^2 - CD^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

23. 解: 设 $AB=x$ m, 则 $BC=(38-2x)$ m

(1) 根据题意得 $x(38-2x)=180$, 解得 $x_1=10, x_2=9$

当 $x=10$ 时, $38-2x=18$, 符合题意

当 $x=9$ 时, $38-2x=20 > 19$, 不符合题意, 舍去

答: 自行车车棚的长和宽分别为 18m, 10m。

(2) 不能, 理由如下:

$$\text{若 } x(38-2x)=200, \text{ 整理得 } x^2-19x+100=0$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 361 - 400 = -39 < 0$$

\therefore 此方程没有实数根

\therefore 不能围成面积为 200m^2 的自行车车棚。

24. 解: (1) 2, -6;

$$(2) \because x > \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2x-1 > 0$$

$$\text{又 } \because (2x-1) \oplus (4x^2-1) = (-4) \oplus (1-4x)$$

$$\therefore \frac{4x^2-1}{2x-1} = -4 - (1-4x), \text{ 解得 } x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 3$$

经检验: $x_1 = \frac{1}{2}$ 是方程的增根, $x_2 = 3$ 是原方程的解

$\therefore x$ 的值是 3

25. 解: (1) 设当销售单价定为每千克 x 元时, 月销售利润为 W 元, 则

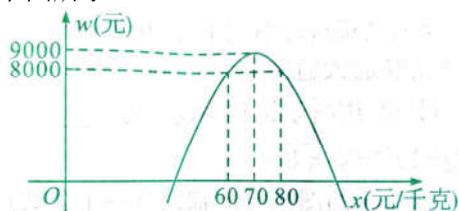
$$W = (x-40) \times [500 - 10(x-50)] = -10x^2 + 1400x - 40000 = -10(x-70)^2 + 9000$$

\therefore 当 $x=70$ 时, W 有最大值, $W_{\text{最大值}}=9000$

答: 要使月销售利润达到最大, 销售单价应定为 70 元。

(2) $W = -10(x - 70)^2 + 9000 = 8000$ ，解得 $x_1 = 60$ ， $x_2 = 80$

函数的大致图象如下图所示：



观察图象可知：当 $60 \leq x \leq 80$ 时， $y \geq 8000$

所以当销售单价不小于每千克 60 元而不大于每千克 80 元时，商场获得的月销售利润不低于 8000 元。

四、解答题：

26. 解：(1) \because 抛物线的顶点坐标为 $(2, -1)$

\therefore 可设抛物线的解析式为 $y = a(x - 2)^2 - 1$

把 $C(0, 3)$ 代入得 $a(0 - 2)^2 - 1 = 3$ ，解得 $a = 1$

\therefore 这条抛物线的解析式为 $y = (x - 2)^2 - 1$ ，即 $y = x^2 - 4x + 3$

(2) 令 $x^2 - 4x + 3 = 0$ ，解得 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 3$

$\therefore A(1, 0)$ ， $B(3, 0)$

设直线 BC 的函数解析式为 $y = kx + 3$ ，把 $B(3, 0)$ 代入得 $3k + 3 = 0$ ，解得 $k = -1$

\therefore 直线 BC 的函数解析式为 $y = -x + 3$

由 (1) 可知抛物线的对称轴为 $x = 2$ ，当 $x = 2$ 时， $y = -x + 3 = 1$

$\therefore D(2, 1)$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 2$$

(3) 由题意知 $EF \parallel y$ 轴，则 $\angle FED = \angle OCB \neq 90^\circ$

若 $\triangle DEF$ 为直角三角形，分 $\angle DFE = 90^\circ$ 和 $\angle EDF = 90^\circ$ 两种情况

① 当 $\angle DFE = 90^\circ$ 时， $DF \parallel x$ 轴，则 D、F 的纵坐标相同

\therefore F 点的纵坐标为 1

$$\text{令 } y = x^2 - 4x + 3 = 1, \text{ 解得 } x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2}$$

\therefore 点 E 的横坐标为 $2 \pm \sqrt{2}$

$$\text{当 } x = 2 + \sqrt{2} \text{ 时, } y = -x + 3 = 1 - \sqrt{2};$$

$$\text{当 } x = 2 - \sqrt{2} \text{ 时, } y = -x + 3 = 1 + \sqrt{2};$$

\therefore 点 E 的坐标为 $(2 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2})$ 或 $(2 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$

② 当 $\angle EDF = 90^\circ$ 时：

∵A (1, 0), D (2, 1)

∴直线 AD 的解析式为 $y = x - 1$

又∵直线 BC 的解析式为 $y = -x + 3$

∴AD ⊥ BC

∴直线 AD 与抛物线的交点即为 F 点

$$\text{联立方程} \begin{cases} y = x - 1 \\ y = x^2 - 4x + 3 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = 3 \end{cases}$$

∴点 F 的坐标为 (1, 0) 或 (4, 3)

∴点 E 的横坐标为 1 或 4

当 $x = 1$ 时, $y = -x + 3 = 2$; 当 $x = 4$ 时, $y = -x + 3 = -1$

∴点 E 的坐标为 (1, 2) 或 (4, -1)

综上所述, 存在满足条件的点 E, 其坐标为 $(2 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2})$ 或 $(2 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ 或 (1, 2) 或 (4, -1)