

商丘市 2021 中招模拟试卷

数 学

座号

注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 三大题, 满分 120 分, 考试时间 100 分钟。
2. 请用蓝、黑色钢笔或圆珠笔直接答在试卷或答题卡上。
3. 答卷前请将密封线内的项目填写清楚。

题号	一	二	三	总分
分数				

评卷人	得分

一、选择题(每小题 3 分, 共 30 分)

下列各小题均有四个选项, 其中只有一个是正确的, 将正确选项的代号字母填入题后括号内.

1. -2 的相反数是 ()

A. $-\frac{1}{2}$

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

2. 随着微电子制造技术的不断进步, 电子元件的尺寸大幅度缩小, 在芯片上某种电子元件大约只占 0.0000007 (平方毫米), 这个数用科学记数法表示为 ()

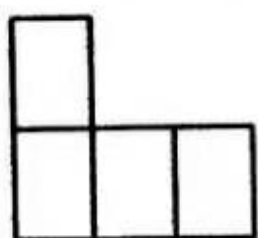
A. 7×10^{-6}

B. 0.7×10^{-6}

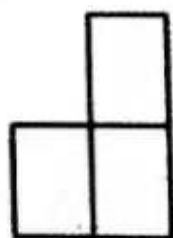
C. 7×10^{-7}

D. 70×10^{-8}

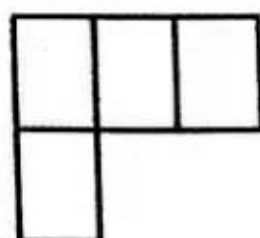
3. 下列几何体中, 其主视图、俯视图和左视图分别是图中三个图形的是 ()



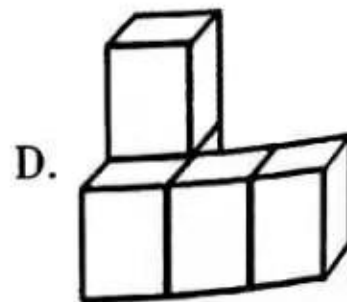
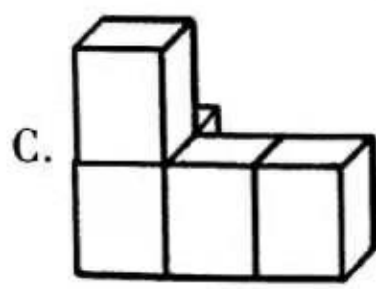
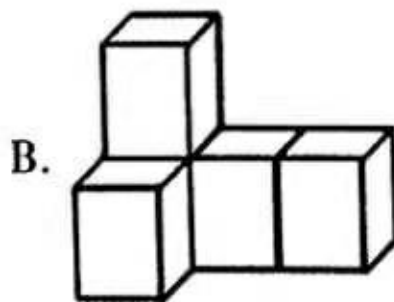
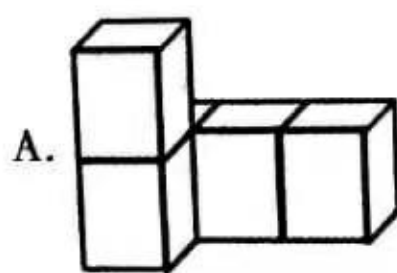
主视图



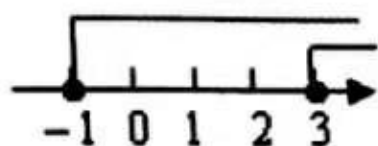
左视图



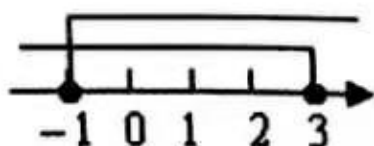
俯视图



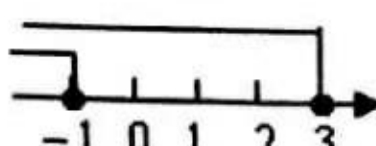
4. 不等式组 $\begin{cases} 2x+3 \geq 1 \\ 4-x \geq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



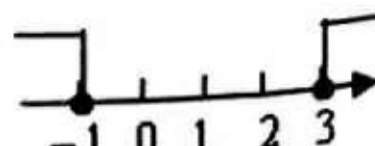
A.



B.



C.



D.

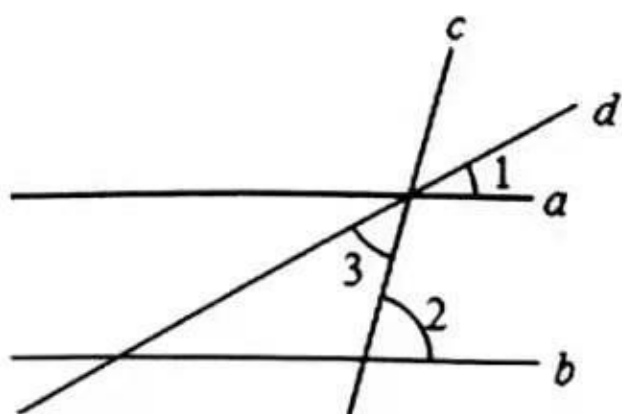
5. 如图, 四条直线 a, b, c, d , 其中 $a \parallel b$, $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 75^\circ$, 则 $\angle 3$ 等于 ()

A. 30°

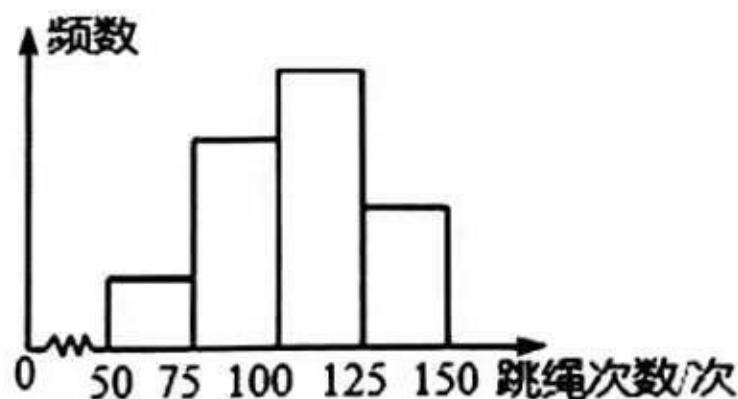
B. 40°

C. 45°

D. 75°

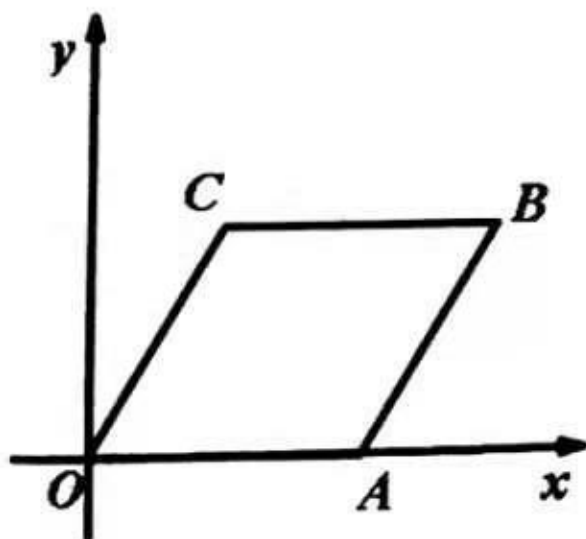


第5题图

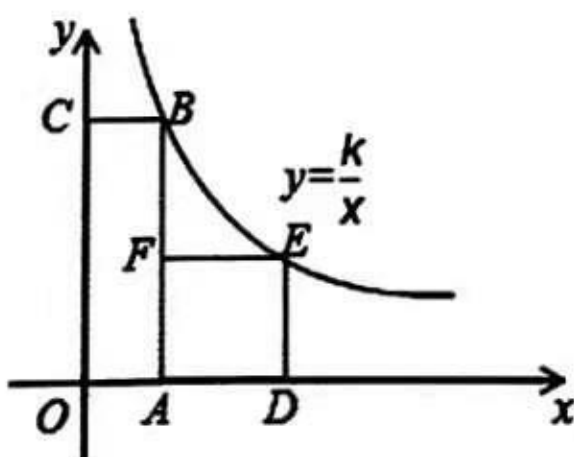


第6题图

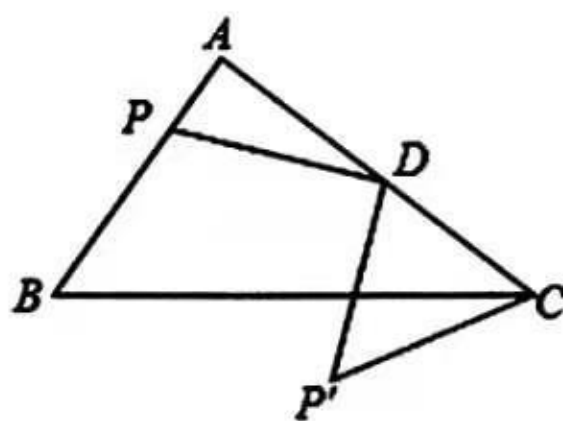
6. 为了解中学生的体能情况,抽取了七年级 50 名学生进行 1 分钟跳绳测试,将所得数据整理后,画出如图所示的频数分布直方图(各组只含最小值,不含最大值). 已知图中从左到右各组的频率分别是 $a, 0.3, 0.4, 0.2$, 设跳绳次数不低于 100 次的学生有 b 人, 则 a, b 的值分别是 ()
- A. 0.2, 30 B. 0.3, 30 C. 0.1, 20 D. 0.1, 30
7. 已知函数 $y = (k-3)x^2 + 2x + 1$ 的图象与 x 轴有交点, 则 k 的取值范围是 ()
- A. $k \leq 4$ B. $k < 4$ C. $k < 4$ 且 $k \neq 3$ D. $k \leq 4$ 且 $k \neq 3$
8. 如图, 菱形 $OABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示, $\angle AOC = 60^\circ$, $OA = 2$, 把菱形 $OABC$ 绕点 O 逆时针旋转, 使点 C 落在 y 轴上, 则旋转后点 B 的对应点 B' 的坐标为 ()
- A. $(\sqrt{3}, 3)$ B. $(-\sqrt{3}, -3)$
C. $(\sqrt{3}, -3)$ 和 $(\sqrt{3}, 3)$ D. $(\sqrt{3}, 3)$ 和 $(-\sqrt{3}, -3)$



第8题图



第9题图



第10题图

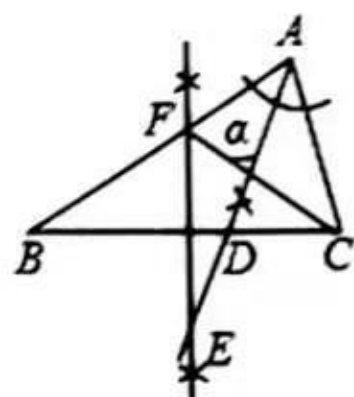
9. 如图, 四边形 $OACB$ 是矩形, $ADEF$ 是正方形, 点 A, D 在 x 轴的正半轴上, 点 C 在 y 轴的正半轴上, 点 F 在 AB 上, 点 B, E 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, $OA = 1, OC = 6$, 则正方形 $ADEF$ 的边长为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
10. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 3, AC = 4$, D 为 AC 中点, P 为 AB 上的动点, 将 P 绕点 D 逆时针旋转 90° 得到 P' , 连 CP' , 则线段 CP' 的最小值为 ()
- A. 1.6 B. 2.4 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

评卷人	得分

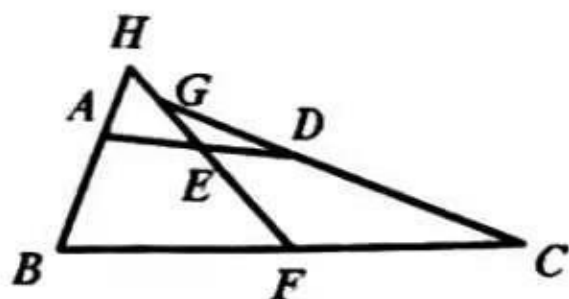
二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

11. 计算: $\sqrt[3]{8} - |2 - \sqrt{2}| =$ _____.

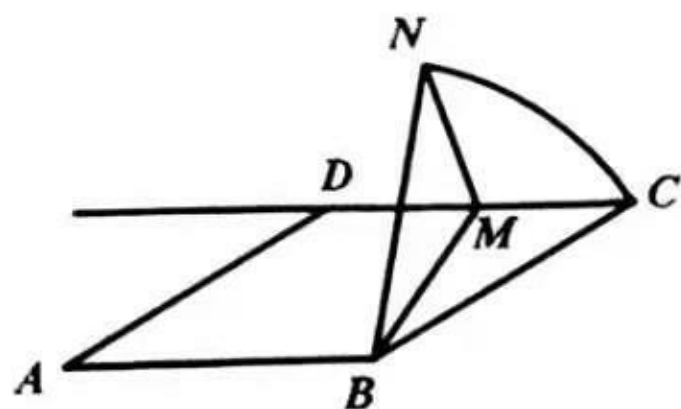
12. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 35^\circ$, $\angle BCA = 75^\circ$, 请依据尺规作图的作图痕迹, 计算 $\angle \alpha =$ _____.
13. 甲盒装有 3 个乒乓球, 分别标号为 1, 2, 3; 乙盒装有 2 个乒乓球, 分别标号为 1, 2. 现分别从每个盒中随机地取出 1 个球, 则取出的两球标号之和为 4 的概率是 _____.
14. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别为 AD, BC 的中点, 延长 FE 交 CD 延长线于点 G , 交 BA 延长线于点 H , 若 $\angle BHF$ 与 $\angle CGF$ 互余, $AB = 4$, $CD = 6$, 则 EF 的长为 _____.



第 12 题图



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $AB = 2$, 点 M 为射线 CD 上一个动点, 连接 BM , 点 C 关于 BM 的对称点为 N , 连接 BN, MN , 当 $MN \perp CD$ 时, 则以点 B 为圆心的劣弧 NC 的弧长为 _____.

评卷人	得分

三、解答题(本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. (8 分) 先将 $(1 - \frac{1}{x}) \div \frac{x-1}{x^2+2x}$ 化简, 然后请自选一个你喜欢的 x 值代入求值.

17. (9 分) 2021 年是建党 100 周年, 某市教育局举办了一次党史知识网上答题竞赛, 甲、乙两校各有 400 名学生参加活动, 为了解这两所学校的成绩情况, 进行了抽样调查, 过程如下, 请补充完整.

【收集数据】从甲、乙两校各随机抽取 20 名学生, 在这次竞赛中他们的成绩如下:

甲 30 60 60 70 60 80 30 90 100 60
60 100 80 60 70 60 60 90 60 60
乙 80 90 40 60 80 80 90 40 80 50
80 70 70 70 70 60 80 50 80 80

【整理、描述数据】按如下分数段整理、描述这两组样本数据:

人 数 学 校	成绩 x		
	$0 \leq x \leq 50$	$50 < x \leq 80$	$80 < x \leq 100$
甲	2	14	4
乙	4	14	2

说明: 优秀成绩为 $80 < x \leq 100$, 良好成绩为 $50 < x \leq 80$, 合格成绩为 $30 \leq x \leq 50$.

【分析数据】两组样本数据的平均分、中位数、众数如表所示：

学校	平均分	中位数	众数
甲	67	a	60
乙	70	75	b

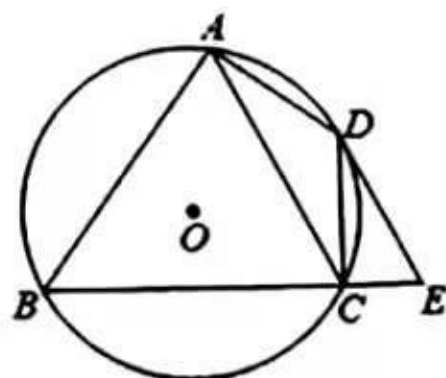
其中 $a =$ _____, $b =$ _____.

【得出结论】

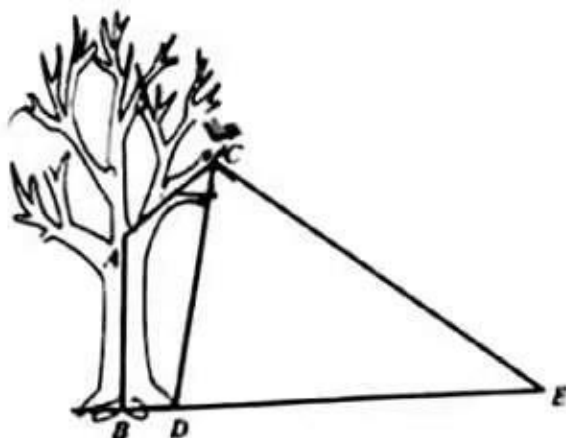
- (1) 小明同学说：“这次竞赛我得了 70 分，在我们学校排名属中游略偏上！”由表中数据可知小明是 _____ (填“甲”或“乙”) 校的学生.
- (2) 根据以上数据，请估计甲、乙两个学校在这次党史知识网上答题竞赛中成绩为优秀的学生各有多少人？
- (3) 根据以上数据推断一所你认为竞赛成绩较好的学校，并说明理由. (至少从两个不同的角度说明推断的合理性)

18. (9 分) 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $\angle BAD = 90^\circ$, 点 E 在 BC 的延长线上，且 DE 是 $\odot O$ 的切线.

- (1) 求证： $\angle DEC = \angle BAC$;
- (2) 若 $AC \parallel DE$, 当 $AB = 8$, $CE = 2$ 时，求 AC 的长.



19. (9 分) 如图， AC 是一棵大树从树干 AB 处的一个分支，一只小鸟落在树枝顶端的 C 处，从树的底部 D 处测得 C 点的仰角为 81° ，地面 E 处测得 C 点的仰角为 37° ， B, D, E 在同一直线上，已知， $\angle BAC = 120^\circ$, $AC = 3\text{m}$, $DE = 12$ 米，求树干 AB 的高度. (结果精确到 0.1m. 参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sin 81^\circ \approx 0.99$, $\cos 81^\circ \approx 0.16$, $\tan 81^\circ \approx 6.31$.)



20. (9 分) 某校为活跃班级体育大课间, 计划分两次购进一批羽毛球和乒乓球, 第一次分别购进羽毛球和乒乓球 30 盒和 15 盒, 共花费 675 元; 第二次分别购进羽毛球和乒乓球 12 盒和 5 盒, 共花费 265 元; 若两次购进的羽毛球和乒乓球价格均分别相同.
- (1) 羽毛球和乒乓球每盒的价格分别是多少元?
- (2) 若购买羽毛球和乒乓球共 30 盒, 且乒乓球的数量少于羽毛球数量的 2 倍, 请你给出一种费用最省的方案, 并求出该方案所需费用.

21. (10 分) 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 $A(-4, 0), B(0, 2)$, 两点.

- (1) 求抛物线的函数解析式;
- (2) 当 $m \leq x \leq m+1$ 时, 该抛物线的最大值为 $-2m$, 求 m 的值.

22. (10 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = 8\text{cm}$, 点 P 为 AB 上一个动点, 连接 CP , 点 D, E 为 BC, CP 的中点, 连接 DE, DP , 设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$, D, P 两点间的距离为 $y_1\text{cm}$, P, E 两点间的距离为 $y_2\text{cm}$.

小明根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

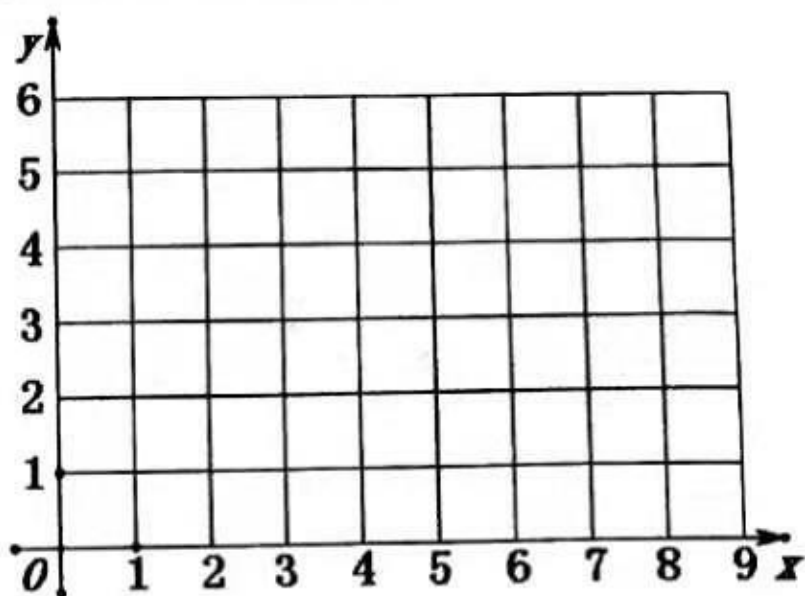
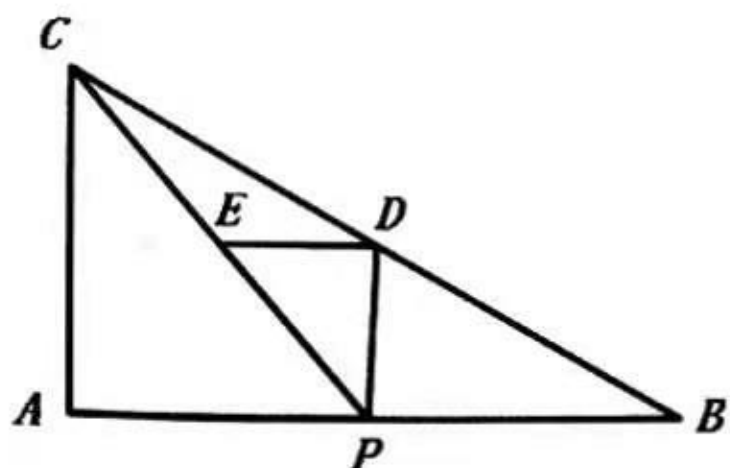
下面是小明的探究过程, 请补充完整:

- (1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值:

x/cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y_1/cm	4.61	3.78	3.04	2.52	m	2.52	3.06	3.78	4.61
y_2/cm	2.31	2.36	2.52	2.75	3.05	3.40	3.79	4.19	4.61

- ①求 m 的值, $m =$ _____;
- ②连接 AE , 是否存在点 P 使四边形 $PDEA$ 为平行四边形, 若存在, 请说明理由并求出 AP 的长, 若不存在, 也请说明理由;
- (2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 $(x, y_1), (x, y_2)$, 并画出函数 y_1, y_2 的图象;

- (3) 结合函数图象, 解决问题:
当 $PC = 2PD$ 时, AP 的长度约为 _____ cm. (保留一位小数)

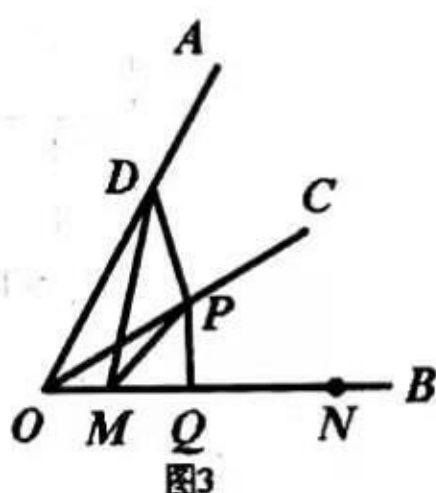
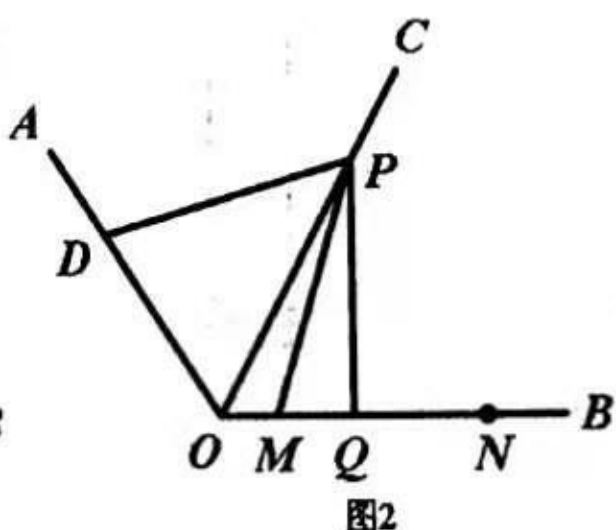
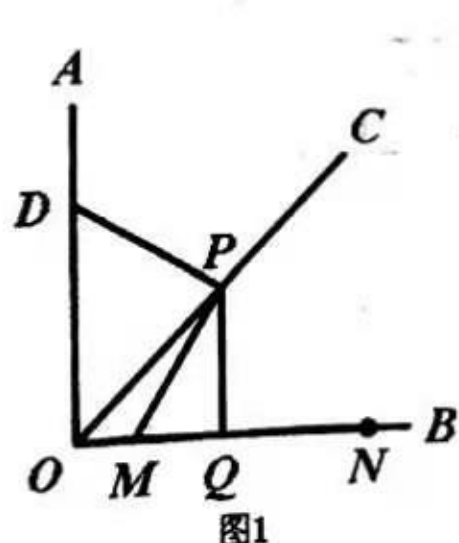


3. (11 分) 如图, OC 为 $\angle AOB$ 的角平分线, $\angle AOB = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 点 D 为射线 OA 上一点, 点 M, N 为射线 OB 上两个动点且满足 $MN = OD$, 线段 ON 的垂直平分线交 OC 于点 P , 交 OB 于点 Q , 连接 DP, MP .

(1) 如图 1, 若 $\alpha = 90^\circ$ 时, 线段 DP 与线段 MP 的数量关系为 _____;

(2) 如图 2, 若 α 为任意角度时, (1) 中的结论是否变化, 请说明理由;

(3) 如图 3, 若 $\alpha = 60^\circ$ 时, 连接 DM , 请直接写出 $\frac{DM}{ON}$ 的最小值.



商丘市 2021 中招模拟试卷 数 学

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

1. D 2. C 3. A 4. B 5. C 6. D 7. A 8. D 9. B 10. C

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

11. $\sqrt{2}$ 12. 75 13. $\frac{1}{3}$ 14. $\sqrt{13}$ 15. $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$

三、解答题(本大题共 8 个小题,满分 75 分)

16. 原式 $= \frac{x-1}{x} \div \frac{x-1}{x^2+2x} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x(x+2)}{x-1} = x+2$ 5 分

取 $x=10$, 则原式 $=12$ 8 分

17. 解:【分析数据】 $a=60$; $b=80$; 2 分

【得出结论】(1)甲; 4 分

(2) $400 \times \frac{4}{20} = 80$ (人), $400 \times \frac{2}{20} = 40$ (人).

故估计甲学校在这次党史知识网上答题竞赛中成绩为优秀的学生有 80 人,估计乙学校在这次党史知识网上答题竞赛中成绩为优秀的学生有 40 人; 6 分

(3) \because 乙校的平均分高于甲校的平均分,且乙校的中位数 75 高于甲校的中位数,说明乙校分数不低于 75 分的人数比甲校多, \therefore 乙校的成绩较好. 9 分

18. 解:(1)证明:连接 BD .

$\because \angle BAD = 90^\circ$, $\therefore BD$ 是 $\odot O$ 的直径. $\therefore \angle BCD = 90^\circ$. $\therefore \angle CDE + \angle DEC = 90^\circ$.

$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle BDE = 90^\circ$. $\therefore \angle BDC + \angle CDE = 90^\circ$. $\therefore \angle DEC = \angle BDC$.

$\because \angle BDC = \angle BAC$, $\therefore \angle DEC = \angle BAC$ 4 分

(2) 设 AC, BD 交于点 F . $\because DE \parallel AC$, $\angle BDE = 90^\circ$, $\therefore \angle BFC = 90^\circ$. $\angle ACR = \angle DEC$. $\therefore \angle DEC = \angle BAC$, $\therefore \angle ACB = \angle BAC$. $\therefore BA = BC = 8$.

$\therefore AF = CF = \frac{1}{2}AC$. $\because \angle CDE + \angle BDC = 90^\circ$, $\angle BDC + \angle CBD = 90^\circ$,

$\therefore \angle CDE = \angle CBD$. $\because \angle DCE = \angle BCD = 90^\circ$, $\therefore \triangle BCD \sim \triangle DCE$. $\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{CD}{CE}$.

$\therefore \frac{8}{CD} = \frac{CD}{2}$. $\therefore CD = 4$. 在 $Rt\triangle BCD$ 中, $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 4\sqrt{5}$ 7 分

同理可得 $\triangle CFD \sim \triangle BCD$. $\therefore \frac{CF}{BC} = \frac{CD}{BD}$. $\therefore \frac{CF}{8} = \frac{4}{4\sqrt{5}}$.

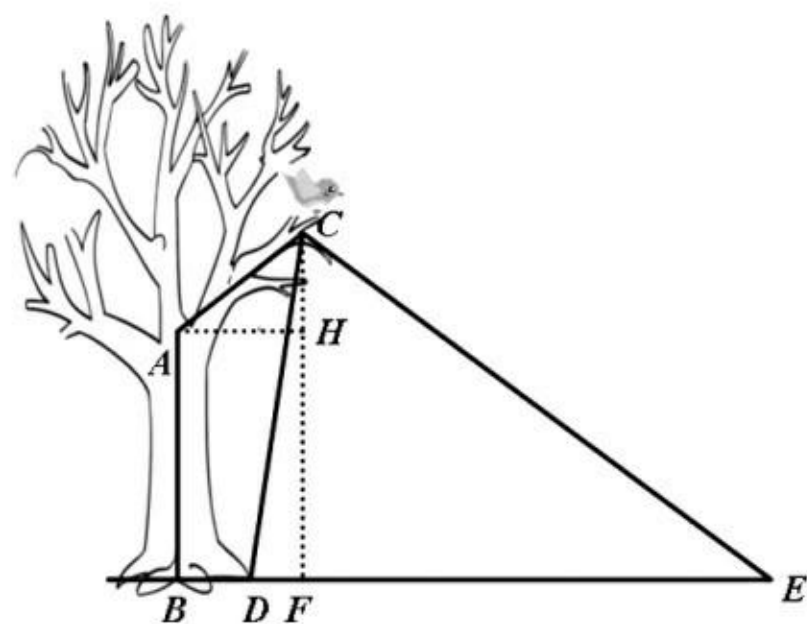
$\therefore CF = \frac{8\sqrt{5}}{5}$. $\therefore AC = 2CF = \frac{16\sqrt{5}}{5}$ 9 分

19. 解:如图,过 C 作 $CF \perp BE$ 于点 F ,过 A 作 $AH \perp CF$ 于点 H ,则四边形 $ABFH$ 为矩形,

$\because AB = HF$, $\angle AHC = \angle CFD = 90^\circ$, $\angle BAC = 120^\circ$, $\therefore \angle CAH = 30^\circ$,

$\therefore CH = \frac{1}{2}AC = 1.5$, 3 分

在 $Rt\triangle CDF$ 中, $DF = \frac{CF}{\tan 81^\circ} \approx \frac{CF}{6.31}$, 4 分



在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中, $EF = \frac{CF}{\tan 37^\circ} \approx \frac{CF}{0.75}$, 5 分

$\because DE = 12, \therefore \frac{CF}{6.31} + \frac{CF}{0.75} = 12$, 解得, $CF \approx 8.04\text{m}$, 7 分

$\therefore AB = HF = CF - CH = 8.04 - 1.5 = 6.54 \approx 6.5\text{m}$

答: 树干 AB 的高度约为 6.5 米. 9 分

20. 解: (1) 设羽毛球每盒的价格 x 元, 乒乓球每盒的价格 y 元, 根据题意得:

$$\begin{cases} 30x + 15y = 675 \\ 12x + 5y = 265 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x = 20 \\ y = 5 \end{cases},$$

答: 羽毛球每盒的价格是 20 元, 乒乓球每盒的价格是 5 元. 4 分

(2) 设羽毛球的数量为 m 盒, 则乒乓球的数量为 $(30 - m)$ 盒,

\because 乒乓球的数量少于羽毛球数量的 2 倍,

$\therefore 30 - m < 2m$, 解得: $m > 10$,

$\because m$ 是正整数, $\therefore m_{\text{最小值}} = 11$, 6 分

设购买羽毛球和乒乓球总费用为 $W = 20m + 5(30 - m) = 15m + 150$, 7 分

$\because m > 0, \therefore W$ 随 m 的增大而增大,

当 $m = 11$ 时, $W_{\text{最小值}} = 15 \times 11 + 150 = 315$ (元).

答: 购进羽毛球的数量为 11 盒、乒乓球 19 盒, 费用最省, 最省费用是 315 元. 9 分

21. 解: (1) 根据题意得 $A(-4, 0), C(0, 2)$,

$$\because \text{抛物线 } y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c \text{ 经过 } A, C \text{ 两点, 则 } \begin{cases} 0 = -\frac{1}{2} \times 16 - 4b + c \\ c = 2 \end{cases}, \text{解得 } \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 由抛物线的表达式知, 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{3}{2}$, 4 分

① 当 $m + 1 \leq -\frac{3}{2}$ ($m \leq -2.5$) 时,

$$\text{当 } x = m + 1 \text{ 时, } y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}(m + 1)^2 - \frac{3}{2}(m + 1) + 2 = -2m,$$

解得 $m = 0$ 或 -1 (舍去); 6 分

② 当 $m \geq -\frac{3}{2}$ 时,

$$\text{当 } x = m \text{ 时, } y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 2 = -2m,$$

$$\text{解得 } m = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} \text{ (舍去) 或 } \frac{1 + \sqrt{17}}{2}; \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

③ 当 $-2.5 < m < -1.5$ 时,

$$\text{当 } x = -\frac{3}{2} \text{ 时, } y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = -\frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} + 2 = -2m,$$

$$\text{解得 } m = -\frac{25}{16},$$

$$\text{综上, } m = -\frac{25}{16} \text{ 或 } \frac{1 + \sqrt{17}}{2}; \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

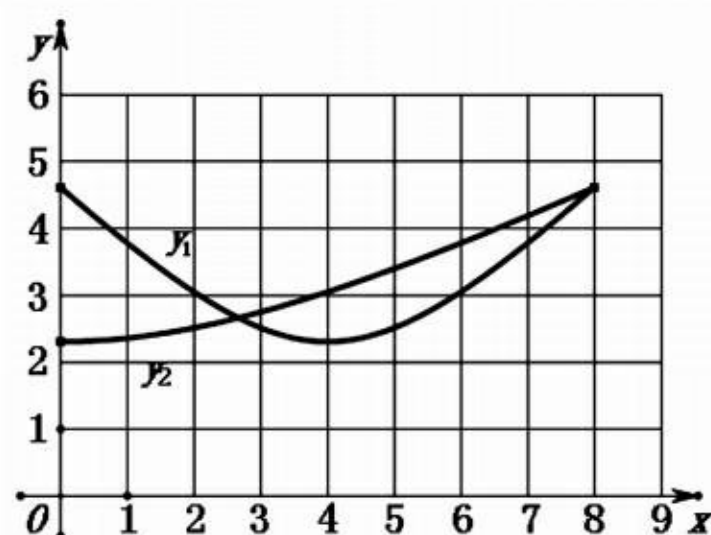
22. (1) ① 2.31; 2 分

②存在,此时 $AP = \frac{8}{3}$; 3 分

\because 点 D, E 为 BC, CP 的中点, $\therefore DE \parallel AB$, 且 $DE = \frac{1}{2}PB$,

$\because AB = 8$, 当 $AP = \frac{8}{3}$, $AP = DE = \frac{1}{2}PB$, 四边形 $PDEA$ 为平行四边形, 6 分

(2)如图;



..... 8 分

(3)2.7cm 和 8cm 10 分

23. 解:(1) $DP = MP$ 2 分

(2)不变 3 分

理由:连接 PN .

$\because PQ$ 垂直平分 ON , $\therefore PO = PN$, $\therefore \angle PON = \angle PNO$, 5 分

$\because OC$ 平分 $\angle AOB$, $\therefore \angle DOP = \angle PNO$,

$\because OD = MN$, $\therefore \triangle DOP \cong \triangle MNP$, $\therefore DP = MP$ 9 分

(3) $\frac{DM}{ON}$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$ 11 分

【提示】连接 PN .

易证 $\triangle DPO \cong \triangle MPN$,

$\therefore \angle ODP = \angle PMN$, $DP = MP$,

$\because \angle OMP + \angle PMN = 180^\circ$,

$\therefore \angle ODP + \angle OMP = 180^\circ$, $\angle DOM + \angle DPM = 180^\circ$,

$\because \angle AOB = 60^\circ$, $\therefore \angle DPM = 120^\circ$,

$\because PD = PM$, $\therefore \angle PDM = \angle PMD = 30^\circ$,

$\because PO = PN$, $\therefore \angle PON = \angle PNO = 30^\circ$,

$\therefore \triangle DPM \sim \triangle OPN$, $\therefore \frac{DM}{ON} = \frac{DP}{OP}$,

$\because \angle DOP = 30^\circ$,

\therefore 当 $PD \perp OA$ 时, $\frac{DM}{ON}$ 的值最小, 最小值为 $\frac{1}{2}$,

$\therefore \frac{DM}{ON}$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$.