

## 数学 (沪科版)

( 试题卷 )

注意事项:

1. 你拿到的试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟。
  2. 试卷包括“试题卷”和“答题卷”两部分, 请务必在“答题卷”上答题, 在“试题卷”上答题是无效的。
  3. 考试结束后, 请将“试题卷”和“答题卷”一并交回。
- 一、选择题 (本题共 10 小题, 每题 4 分, 共 40 分)
- 每小题都给出 A、B、C、D 四个选项, 其中只有一个是符合题目要求的。

1. 下列交通标识中, 不是轴对称图形, 是中心对称图形的是



A



B



C



D

2. 已知  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = -2$ , 则  $\frac{a-c+5e}{b-d+5f} =$

A. -2

B. 2

C.  $-\frac{1}{2}$ D.  $\frac{1}{2}$ 

3. 若点  $A(-3, 2)$  关于  $x$  轴的对称点  $A'$  恰好在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象上, 则  $k$  的值为

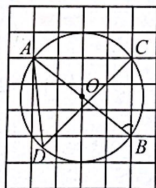
A. -5

B. -1

C. 6

D. -6

4. 如图, 由边长为 1 的小正方形组成的网格中, 点  $A, B, C$  都在网格线的交点上, 以  $AB$  为直径的  $\odot O$  经过点  $C$ , 若点  $D$  在  $\odot O$  上, 则  $\tan \angle ADC =$



第 4 题图

A.  $\frac{3}{4}$ B.  $\frac{4}{3}$ C.  $\frac{4}{5}$ D.  $\frac{3}{5}$ 

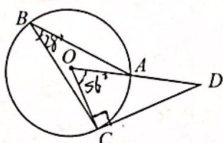
5. 在  $\triangle ABC$  中,  $AC=BC=2\sqrt{2}$ ,  $AB=4$ , 点  $O$  是  $\triangle ABC$  的内心, 则  $\triangle ABC$  的内切圆半径为

A. 2

B.  $4-2\sqrt{2}$ C.  $2-\sqrt{2}$ D.  $2\sqrt{2}-2$ 

6. 如图, 点  $A, B, C$  在  $\odot O$  上,  $\angle ABC = 28^\circ$ , 过点  $C$  作  $\odot O$  的切线交  $OA$  的延长线于点  $D$ , 则  $\angle D =$





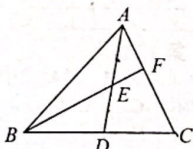
第6题图

- A.  $28^\circ$       B.  $30^\circ$       C.  $34^\circ$       D.  $56^\circ$
7. 已知抛物线  $y = (x-a)^2 + x - 3a + 1$  与直线  $y = a$  ( $a$  是常数, 且  $a \neq 0$ ) 有两个不同的交点, 且抛物线的对称轴在  $y$  右侧, 则  $a$  的取值范围是 ( )

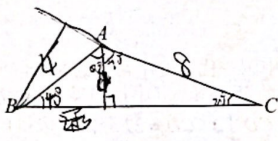
- A.  $a > \frac{1}{4}$       B.  $a > \frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2} < a < -\frac{1}{4}$

8. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上的中线, 点  $E$  是  $AD$  的中点, 连接  $BE$  并延长交  $AC$  于点  $F$ , 则  $AF:FC =$  ( )

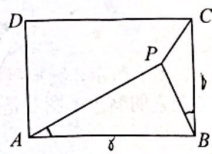
- A. 1:2      B. 1:3      C. 1:4      D. 2:5



第8题图



第9题图



第10题图

9. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 120^\circ$ ,  $AC = 8$ ,  $AB = 4$ , 则  $BC$  的长是 ( )

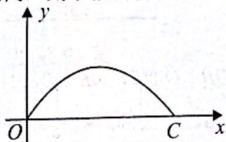
- A.  $4\sqrt{7}$       B.  $4\sqrt{3}$       C. 6      D. 8

10. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 8$ ,  $BC = 6$ , 点  $P$  在矩形的内部, 连接  $PA$ ,  $PB$ ,  $PC$ , 若  $\angle PBC = \angle PAB$ , 则  $PC$  的最小值是 ( )

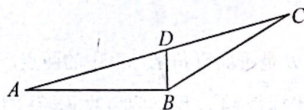
- A. 6      B.  $\sqrt{73} - 3$       C.  $2\sqrt{13} - 4$       D.  $4\sqrt{13} - 4$

## 二、填空题 (本大题共4小题, 每小题5分, 满分20分)

11.  $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ =$  \_\_\_\_\_.
12. 在平面直角坐标系中有  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三点,  $A(1,3)$ ,  $B(3,3)$ ,  $C(5,1)$ . 现在要画一个圆同时经过这三点, 则圆心坐标为 \_\_\_\_\_.
13. 如图, 某大桥有一段抛物线形的拱梁, 抛物线的表达式为  $y = ax^2 + bx$ , 小强骑自行车从拱梁一端  $O$  匀速穿过拱梁部分的桥面  $OC$ , 当小强骑自行车行驶到6分钟和14分钟时拱梁的高度相同, 则小强骑自行车通过拱梁部分的桥面  $OC$  共需 \_\_\_\_\_ 分钟.



第13题图



第14题图

14. 如图,  $\triangle ABC$  中, 过点  $B$  作  $BD \perp AC$ , 交  $AC$  于点  $D$ , 且  $AD:CD = 4:3$ ,  $\angle ABC = 150^\circ$ .  
(1)  $BD:BC =$  \_\_\_\_\_; (2) 若  $AB = 4$ , 则  $\triangle ABC$  的面积是 \_\_\_\_\_.

## 三、(本大题共2小题, 每小题8分, 满分16分)

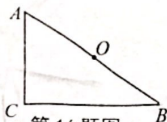
15. 已知抛物线的顶点是  $(-3, 2)$ , 且经过点  $(4, -5)$ , 试确定抛物线的函数表达式.
16. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ , 点  $O$  是  $AB$  的中点.

- (1) 若以点  $O$  为圆心, 以  $R$  为半径作  $\odot O$ , 且点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  都在  $\odot O$  上, 求  $R$  的值;  
(2) 若以点  $B$  为圆心, 以  $r$  为半径作  $\odot B$ , 且点  $O$ ,  $A$ ,  $C$  中有两个点在  $\odot B$  内、有一个点在  $\odot B$  上, 求  $r$  的取值范围.





个点在 $\odot B$ 外,求 $r$ 的取值范围.

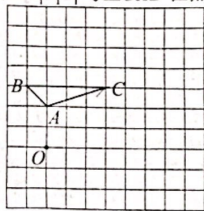


第16题图

四、(本大题共2小题,每小题8分,满分16分)

17. 如图,在每个小正方形的边长为1个单位的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点均在格点(网格线的交点)上,点 $O$ 是格点.

- (1) 以点 $O$ 为位似中心,画出 $\triangle ABC$ 的位似图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ,使 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle OAB$ 在点 $O$ 的同侧, $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 的位似比为2:1;
- (2) 将(1)中的 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 $C_1$ 逆时针旋转 $90^\circ$ 得到 $\triangle A_2B_2C_1$ ,画出 $\triangle A_2B_2C_1$ .



第17题图

18. 如图1所示,圆形拱门屏风是中国古代家庭中常见的装饰隔断,既美观又实用,彰显出中国元素的韵味.图2是一款拱门的示意图,其中拱门最下端 $AB=18$ 分米, $C$ 为 $AB$ 中点, $D$ 为拱门最高点,圆心 $O$ 在线段 $CD$ 上, $CD=27$ 分米,求拱门所在圆的半径.

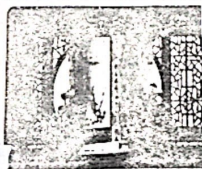


图1

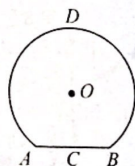
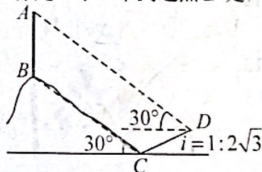


图2

五、(本大题共2小题,每小题10分,满分20分)

19. 如图,在高度为100米的小山上竖直建有一座铁塔,小明为测得铁塔的高度,先在山脚 $C$ 处测得铁塔底部 $B$ 的仰角为 $30^\circ$ ,后沿坡度 $i=1:2\sqrt{3}$ 的山坡向上行走 $10\sqrt{3}$ 米到达点 $D$ 处,在点 $D$ 处测得铁塔顶部 $A$ 的仰角为 $30^\circ$ ,求铁塔 $AB$ 的高度.

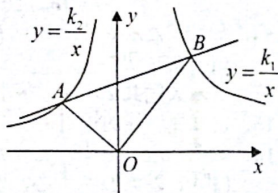


第19题图

20. 如图,点 $A, B$ 是平面直角坐标系中的两点,连接 $OA, OB$ ,  $OA=5$ ,  $OB=10$ ,且 $OA \perp OB$ ,若点 $A$ 的横坐标是-4,反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象经过点 $B$ ,反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象经过点 $A$ .

(1) 求 $k_1, k_2$ 的值;

(2) 若点 $C$ 在线段 $AB$ 上,且 $S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} S_{\triangle OAB}$ ,求点 $C$ 的坐标.

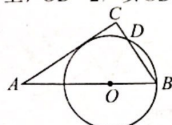


第20题图



# 六、(本题满分 12 分)

21. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AB=5$ ,  $BC=\frac{10}{3}$ , 点  $O$  在  $AB$  上,  $OB=2$ , 以  $OB$  为半径作  $\odot O$  交  $BC$  于点  $D$ .
- (1) 求证:  $AC$  是  $\odot O$  的切线;
- (2) 求  $CD$  的长.



第 21 题图

# 七、(本题满分 12 分)

22. 探究: 如图 1, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ , 三个内角  $A$ ,  $B$ ,  $C$  所对的边长分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 由于  $\sin A = \frac{a}{c}$ ,  $\sin B = \frac{b}{c}$  (已知  $\sin 90^\circ=1$ ), 可以得到  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ , 即在直角三角形中, 每条边和它所对角的正弦值的比值相等.
- (1) 拓展: 如图 2 所示, 在锐角三角形  $ABC$  中, 三个内角  $A$ ,  $B$ ,  $C$  所对的边分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,  $AD \perp BC$ ,  $BH \perp AC$ , 试说明在锐角三角形中也有相同的结论;
- (2) 运用: 请你运用拓展中的结论, 完成下题. 如图 3, 在某海域一货轮在  $C$  处测得灯塔  $A$  在货轮的北偏西  $30^\circ$  的方向上, 随后货轮以 60 海里/小时的速度按北偏东  $32^\circ$  的方向航行, 半小时后到达  $B$  处, 此时又测得灯塔  $A$  在货轮的北偏西  $76^\circ$  的方向上, 求此时货轮距灯塔  $A$  的距离  $AB$ . (计算结果保留一位小数)
- (参考数据:  $\sin 32^\circ \approx 0.53$ ,  $\sin 46^\circ \approx 0.72$ ,  $\sin 62^\circ \approx 0.88$ ,  $\sin 72^\circ \approx 0.95$ ,  $\sin 76^\circ \approx 0.97$ )

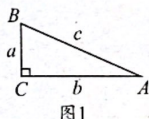


图 1

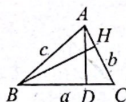


图 2

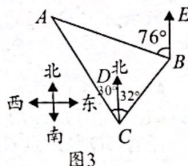
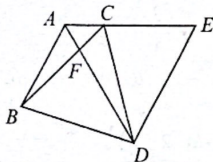


图 3

第 22 题图

# 八、(本题满分 14 分)

23. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=120^\circ$ , 以  $BC$  为边向外作等边  $\triangle BCD$ , 延长  $AC$  到  $E$ , 使  $CE=BA$ , 连接  $DE$ .
- (1)  $\triangle DCE$  可以由  $\triangle DBA$  经过怎样的旋转得到, 并说明理由;
- (2) 记  $BC$ ,  $AD$  相交于点  $F$ .
- ① 求证:  $\angle DCF = \angle DAE$ ;
- ② 已知等边  $\triangle BCD$  的边长为 6,  $AC+AB=8$ , 求  $AF$  的长.



第 23 题图

