

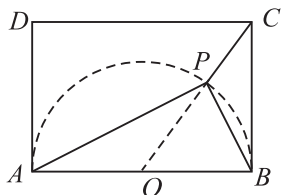
数学（沪科版）参考答案及评分标准

一、选择题（本题共 10 小题，每题 4 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	C	B	D	C	B	A	A	C

10. C

解析：在矩形 $ABCD$ 中， $\angle PBA + \angle PBC = \angle ABC = 90^\circ$ ， $\because \angle PBC = \angle PAB$ ， $\therefore \angle PBA + \angle PAB = 90^\circ$ ， $\therefore \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ， \therefore 点 P 在以 AB 为直径，位于矩形 $ABCD$ 内部的半圆上．连接 OC 交半圆于点 P ，此时 CP 有最小值，由勾股定理得 $OC = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$ ， $\therefore PC$ 的最小值为 $2\sqrt{13} - 4$ ．



二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

11. 1 12. (2,0) 13. 20

14. (1) 2: 7; (2) $2\sqrt{3}$.

解析：

(1) 如图，过点 C 作 BD 的垂线，交 BD 的延长线于点 E ，则 $\angle E = 90^\circ$ ，
 $\because BD \perp AB$ ， $CE \perp BD$ ， $\therefore AB \parallel CE$ ， $\angle ABD = 90^\circ$ ， $\therefore \triangle ABD \sim \triangle CED$ ，

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{AB}{CE} = \frac{BD}{DE} = \frac{4}{3}, \quad \therefore \frac{BD}{BE} = \frac{4}{7}, \quad \therefore BE = \frac{7}{4}BD,$$

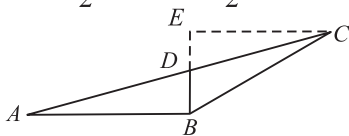
$$\because \angle ABC = 150^\circ, \quad \therefore \angle EBC = 150^\circ - 90^\circ = 60^\circ, \quad \therefore \frac{BE}{BC} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{\frac{7}{4}BD}{BC} = \frac{1}{2}, \quad \therefore \frac{BD}{BC} = \frac{2}{7}, \quad \text{即 } BD:BC = 2:7;$$

(2) 由 (1) 得 $\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{CE} = \frac{BD}{DE} = \frac{4}{3}$ ， $\because AB = 4$ ， $\therefore CE = 3$ ，

$$\text{由 (1) 得 } \angle CBE = 60^\circ, \quad \therefore BE = \frac{\sqrt{3}}{3}CE = \sqrt{3}, \quad \therefore BD = \frac{4}{7}BE = \frac{4\sqrt{3}}{7},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BD + \frac{1}{2} \cdot BD \cdot CE = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4\sqrt{3}}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{3}}{7} \times 3 = 2\sqrt{3}.$$



三、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

15. 解：∵ 抛物线的顶点是 $(-3, 2)$ ，∴ 可设函数表达式为 $y = a(x+3)^2 + 2$ ，

$$\because \text{抛物线经过点 } (4, -5), \therefore -5 = a(4+3)^2 + 2, \quad a = -\frac{1}{7},$$

$$\therefore \text{抛物线的函数表达式为 } y = -\frac{1}{7}(x+3)^2 + 2. \quad (8 \text{ 分})$$

16. 解：连接 OC ，由勾股定理得 $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ ，

$$\because \text{点 } O \text{ 是 } AB \text{ 的中点}, \therefore OC = OA = OB = \frac{1}{2}AB = 5. \quad (3 \text{ 分})$$

(1) ∵ 点 A, B, C 都在 $\odot O$ 上，∴ $R = 5$. (5 分)

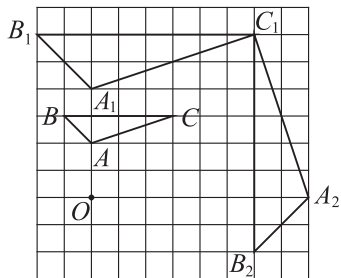
(2) ∵ 点 O, A, C 中有两个点在 $\odot B$ 内、有一个点在 $\odot B$ 外， $OB = 5, AB = 10, CB = 8$ ，
∴ $8 < r < 10$. (8 分)

四、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

17. 解：

(1) $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示； (4 分)

(2) $\triangle A_2B_2C_1$ 如图所示. (8 分)



18. 解：连接 AO ，∵ CD 过圆心， C 为 AB 的中点，
∴ $CD \perp AB$ ，∵ $AB = 18$ ， C 为 AB 的中点，
∴ $AC = BC = 9$.

设圆的半径为 x 分米，则 $OA = OD = x$ ，∵ $CD = 27$ ，∴ $OC = 27 - x$ ，

$$\text{在 Rt}\triangle AOC \text{ 中}, AC^2 + OC^2 = OA^2, \therefore 9^2 + (27 - x)^2 = x^2, \therefore x = 15,$$

答：拱门所在圆的半径是 15 分米. (8 分)

五、（本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

19. 解：延长 AB 交 CE 于 E ，过点 D 分别作 $DG \perp AE$ 于点 G ，作 $DF \perp EC$ 于点 F ，
则四边形 $DFEG$ 是矩形，∴ $DG = EF$ ， $DF = EG$.

$$\text{在 Rt}\triangle BCE \text{ 中}, \because \tan 30^\circ = \frac{BE}{CE}, \therefore CE = \frac{100}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 100\sqrt{3}.$$

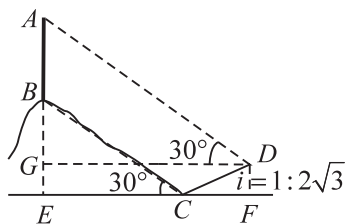
$$\text{在 Rt}\triangle CDF \text{ 中}, \because DF : CF = 1 : 2\sqrt{3}, \therefore DF^2 + (2\sqrt{3}DF)^2 = (10\sqrt{13})^2,$$

$$\therefore DF = 10, CF = 20\sqrt{3}, \therefore DG = EF = 120\sqrt{3}, EG = DF = 10.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADG \text{ 中}, \because \tan 30^\circ = \frac{AG}{DG}, \therefore AG = 120\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 120.$$

$$\therefore AB = AG + EG - BE = 120 + 10 - 100 = 30 \text{ (米)}.$$

答：铁塔 AB 的高度为 30 米. (10 分)



20. 解:

(1) 过点 A 作 $AM \perp x$ 轴于点 M , 过点 B 作 $BN \perp x$ 轴于点 N ,

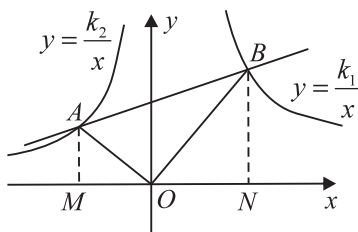
$$\therefore \angle AMO = \angle ONB = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt} \triangle AMO$ 中, $OM=4$, $AO=5$, $\therefore AM=3$, \therefore 点 A 坐标为 $(-4, 3)$, $\therefore k_2 = -12$.

$$\because \angle AMO = 90^\circ, \angle MAO + \angle MOA = 90^\circ, \because OA \perp OB, \therefore \angle MOA + \angle NOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAO = \angle NOB, \therefore \triangle AMO \sim \triangle ONB, \therefore \frac{AO}{OB} = \frac{AM}{ON} = \frac{OM}{BN}, \text{ 即 } \frac{5}{10} = \frac{3}{ON} = \frac{4}{BN},$$

$$\therefore ON=6, BN=8, \text{ 点 } B \text{ 坐标为 } (6, 8), \therefore k_1=48; \quad (7 \text{ 分})$$



(2) 用题意得, 点 C 是 AB 的中点, \therefore 点 C 的坐标为 $(1, 5.5)$. (10 分)

六、(本题满分 12 分)

21. 解:

(1) 过点 O 作 $OE \perp AC$ 于点 E ,

$$\because \angle C = \angle AEO = 90^\circ, \therefore OE \parallel BC, \therefore \triangle AOE \sim \triangle ABC, \therefore \frac{OE}{BC} = \frac{AO}{AB},$$

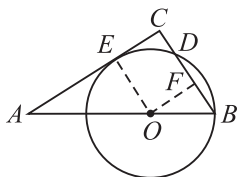
$$\therefore \frac{OE}{10} = \frac{5-2}{5}, \therefore OE = 2,$$

$\therefore OE$ 是半径, $\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线; (6 分)

(2) 过点 O 作 $OF \perp BC$ 于 F , 则四边形 $OECF$ 是矩形, $\therefore OE = CF = 2$,

$$\therefore BF = BC - CF = \frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}, \therefore BD = 2BF = \frac{8}{3},$$

$$\therefore CD = BC - BD = \frac{10}{3} - \frac{8}{3} = \frac{2}{3}. \quad (12 \text{ 分})$$



七、(本题满分 12 分)

22. 解:

$$(1) \text{ 在 } \text{Rt} \triangle ABH \text{ 中}, \because \sin \angle BAH = \frac{BH}{AB}, \therefore BH = c \sin \angle BAH,$$

$$\text{在 } \text{Rt} \triangle BCH \text{ 中}, \because \sin C = \frac{BH}{BC}, \therefore BH = a \sin C,$$

$$\therefore c \cdot \sin \angle BAH = a \cdot \sin C, \therefore \frac{a}{\sin \angle BAH} = \frac{c}{\sin C},$$

同理可得 $\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin \angle ABD}$, $\therefore \frac{a}{\sin \angle BAC} = \frac{b}{\sin \angle ABC} = \frac{c}{\sin C}$. (6分)

(2) 用题意得, $BC = 60 \times \frac{1}{2} = 30$ (海里), $\angle ABC = 90^\circ - 76^\circ + 90^\circ - 32^\circ = 72^\circ$,

$\therefore \angle ACB = 62^\circ$, $\therefore \angle A = 180^\circ - 62^\circ - 72^\circ = 46^\circ$,

$\therefore \frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{BC}{\sin A}$, $\therefore \frac{AB}{\sin 62^\circ} = \frac{30}{\sin 46^\circ}$, $\therefore AB = \frac{30 \times 0.88}{0.72} \approx 36.7$ (海里),

即货轮距灯塔 A 的距离 AB 约为 36.7 海里. (12分)

八、(本题满分 14 分)

23. 解:

(1) $\triangle DCE$ 可以由 $\triangle DBA$ 绕点 D 顺时针方向旋转 60° 得到. (1分)

理由: 在等边 $\triangle BCD$ 中, $DC = DB$, $\angle DBC = \angle DCB = \angle BDC = 60^\circ$,

$\therefore \angle ACB + \angle DCE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 120^\circ$, $\therefore \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$,

$\therefore \angle ACB + \angle ABC + \angle DBC = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$,

即 $\angle ACB + \angle DBA = 120^\circ$, $\therefore \angle DCE = \angle DBA$,

又 $\because CE = BA$, $CD = BD$, $\therefore \triangle DCE \cong \triangle DBA$, $\therefore \angle EDC = \angle ADB$,

$\therefore \angle ADB + \angle ADC = 60^\circ$, $\therefore \angle EDC + \angle ADC = 60^\circ$, 即 $\angle ADE = 60^\circ$,

$\therefore \triangle DCE$ 可以由 $\triangle DBA$ 绕点 D 顺时针方向旋转 60° 得到 (其他合理答案也可).

(5分)

(2) ① 由 (1) 得 $\triangle DCE \cong \triangle DBA$, $\therefore DE = DA$, $\angle ADE = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形, $\therefore \angle DCF = \angle DAE = 60^\circ$. (9分)

② $\because CE = BA$, $\therefore AE = AC + CE = AC + BA = 8$,

由①得 $\angle DAC = \angle FCD$,

$\therefore \angle CDF = \angle ADC$, $\therefore \triangle DCF \sim \triangle DAC$, $\therefore \frac{DC}{DA} = \frac{DF}{DC}$,

\because 等边 $\triangle BCD$ 的边长为 6, $\therefore DC = 6$,

$\therefore \frac{6}{8} = \frac{DF}{6}$, $\therefore DF = 4.5$, $\therefore AF = AD - DF = 8 - 4.5 = 3.5$. (14分)