

2021 年秋期末教学质量监测九年级

数 学

(本试卷分第 I 卷和第 II 卷, 考试时间 120 分钟, 赋分 120 分)

注意: 答案一律填写在答题卡上, 在试题卷上作答无效. 考试结束将答题卡交回.

第 I 卷 (选择题 共 36 分)

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分) 每小题都给出标号为 A、B、C、D 的四个选项, 其中只有一个是正确的. 请考生用 2B 铅笔在答题卡上将选定的答案标号涂黑.

1. 实数 $-1, 0, \sqrt{3}, 2$ 中, 无理数是

- A. -1 B. 0 C. $\sqrt{3}$ D. 2

2. 若代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是

- A. $x > -1$ 且 $x \neq 1$ B. $x \geq -1$ C. $x \neq 1$ D. $x \geq -1$ 且 $x \neq 1$

3. 新冠肺炎疫情期间, 截至 12 月底, 我国口罩日产量已超过 815000000 只, 将数字 815000000 用科学记数法表示为

- A. 0.815×10^9 B. 8.15×10^8 C. 81.5×10^7 D. 8.15×10^7

4. 某校开设了航模, 彩绘, 泥塑三门校本课程, 若小明和小波两名同学随机选择其中一门课程, 则小明和小波选到同一课程的概率是

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

5. 下列运算正确的是

- A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $(a^3)^2 = a^6$ C. $a^3 + a^2 = a^6$ D. $a^3 - a^2 = a$

6. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 4x + 2 = 0$ 有两个实数根, 则 m 的取值范围是

- A. $m \leq 2$ B. $m < 2$ 且 $m \neq 0$ C. $m \neq 0$ D. $m \leq 2$ 且 $m \neq 0$

7. 已知点 $P(a, 3)$ 和点 $Q(4, b)$ 关于 x 轴对称, 则 $(a+b)^{2021}$ 的值为

- A. 1 B. -1 C. 7^{2021} D. -7^{2021}

8. 下列命题是真命题的是

- A. 等腰三角形的顶角一定是锐角 B. 三个角对应相等的两个三角形全等
C. 每个定理都有逆定理 D. 等腰三角形的底角小于 90°

9. 某种商品进价为 700 元, 标价 1100 元, 由于该商品积压, 商店准备打折销售, 但要保证利润率不低于 10%, 则至多可以打 () 折.

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

10. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $CO \perp AB$ 于点 O , 弦 CD 与 AB 相交于点 E , 若 $\angle AEC = 64^\circ$, 连接 AD , 则 $\angle BAD$ 的度数为

- A. 19° B. 21° C. 23° D. 26°

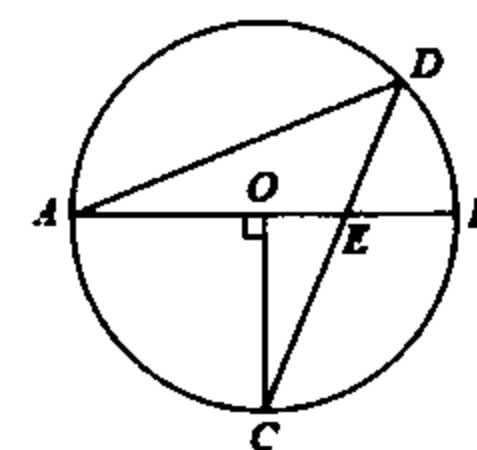
11. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, E, F 是对角线 BD 上的两点, $BD = 12, BE = DF = 8$, 则四边形 $AECF$ 的面积为

- A. 24 B. 12 C. $4\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{10}$

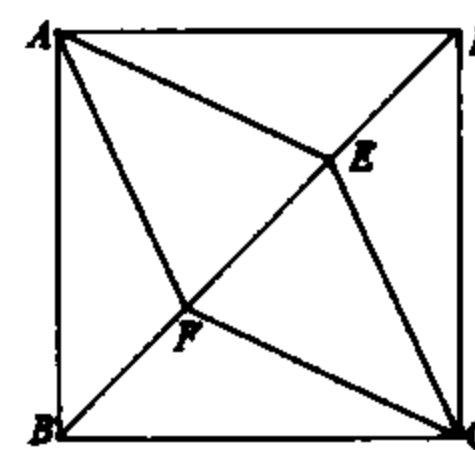
12. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E , 交 DC 的延长线于点 F , 点 G 是 EF 的中点, 连接 CG, BG, BD, DG , 下列结论: ① $BC = DF$; ② $\angle ABG + \angle ADG = 180^\circ$; ③ AC :

$BG = \sqrt{2} : 1$; ④若 $\frac{AD}{AB} = \frac{4}{3}$, 则 $4S_{\triangle BDG} = 25S_{\triangle DGF}$. 正确的有

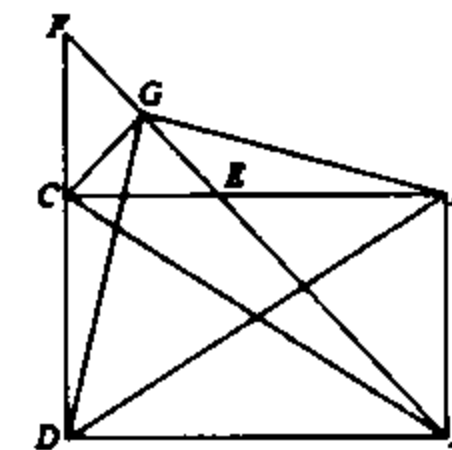
- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个



第 10 题图



第 11 题图



第 12 题图

第 II 卷 (非选择题 共 84 分)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 分解因式: $a^2 - 2a =$ _____.

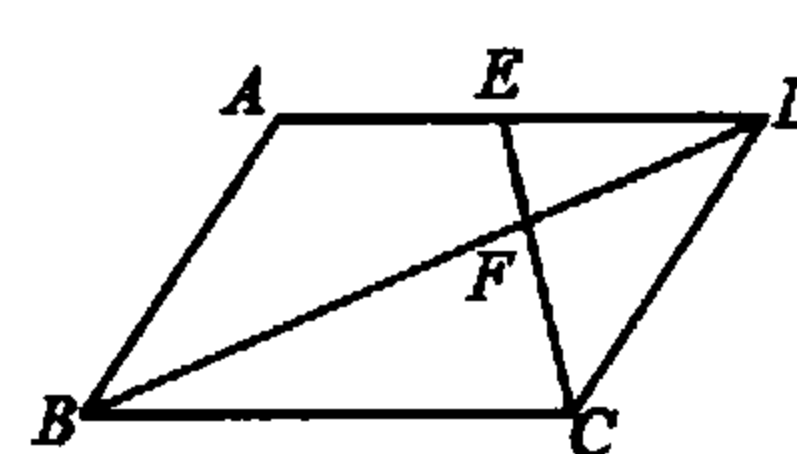
14. 已知菱形的两条对角线的长分别是 4cm 和 8cm , 则它的边长为 _____ cm .

15. 某中学规定学生的学期总评成绩满分为 100 分, 其中平时成绩占 20%, 期中考试成绩占 30%, 期末考试成绩占 50%, 小明的数学三项成绩 (百分制) 依次为 85 分, 80 分, 90 分, 则小明这学期的数学总评成绩是 _____ 分.

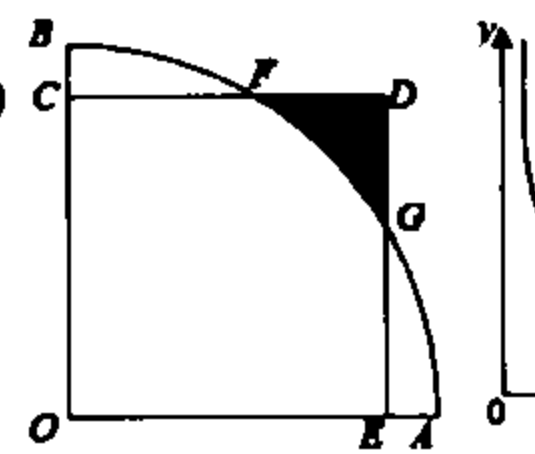
16. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 AD 的中点, EC 交对角线 BD 于点 F , 若 $S_{\triangle DEC} = 3$, 则 $S_{\triangle BCF} =$ _____.

17. 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 90^\circ$, $OA = 2$, 点 C 为 OB 上一点, 且 $OC = \sqrt{3}$, 以 OC 为边作正方形 $OCDE$, 交弧 AB 于 F, G 点, 交 OA 于点 E , 则弧 FG 与点 D 构成的阴影部分面积为 _____.

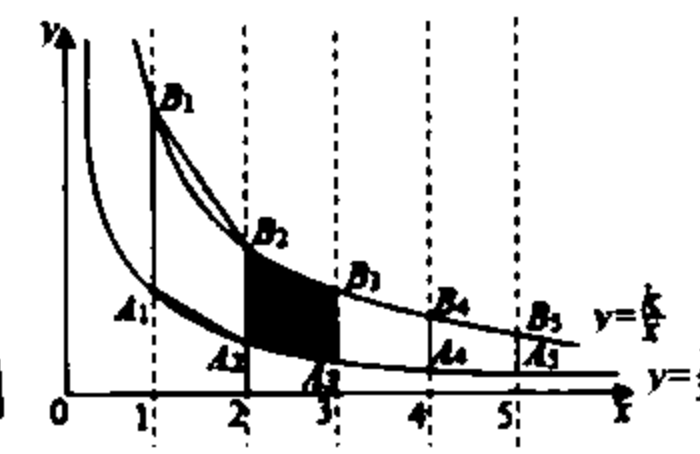
18. 在滑行过程中, 小明发现滑道的两边形如两条双曲线, 如图, 点 $A_1, A_2, A_3 \dots$ 在反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象上, 点 $B_1, B_2, B_3 \dots$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 1, x > 0)$ 的图象上, $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel \dots \parallel y$ 轴, 已知点 $A_1, A_2 \dots$ 的横坐标分别为: $1, 2, \dots$, 令四边形 $A_1B_1B_2A_2, A_2B_2B_3A_3, \dots$ 的面积分别为 S_1, S_2, \dots 用含 k 的代数式表示 $S_{19} =$ _____.



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

三、解答题（本大题共 8 小题，满分 66 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

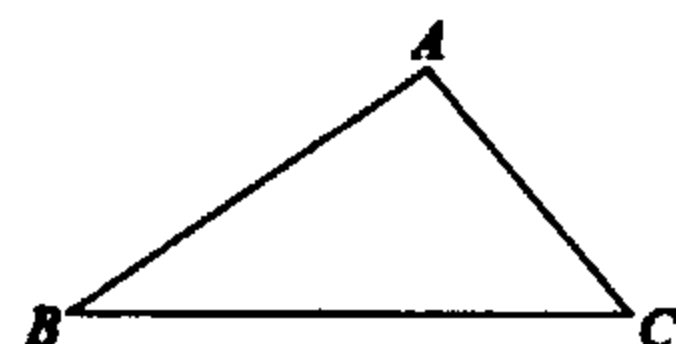
19.（本题满分 10 分，每小题 5 分）

(1) 计算： $\sqrt{12} - 4\cos 30^\circ + (\frac{1}{2})^{-1} - |-1|$. (2) 解一元一次不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{3}x < 2 \\ 4x+1 > 2(1-3x) \end{cases}$.

20.（本题满分 5 分）

如图， $\triangle ABC$ 中， $BC > AC$ ， $\angle C = 50^\circ$.

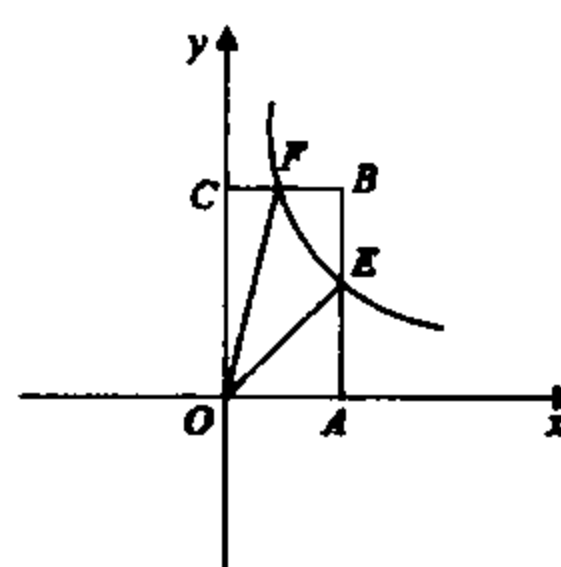
- (1) 尺规作图：在 CB 上截取 $CD = CA$ ，过点 D 作 $DE \perp AC$ ，垂足为 E 。（保留作图痕迹，不写作法）
(2) 连接 AD ，直接写出 $\angle ADE$ 的度数。



21.（本题满分 7 分）

如图，将矩形 $OABC$ 放置在平面直角坐标系中，使点 A 和点 C 分别落在 x 轴和 y 轴的正半轴上， $OA = 2$ ， $OC = 3$ ， E 是 AB 中点，反比例函数图象过点 E 且和 BC 相交于点 F 。

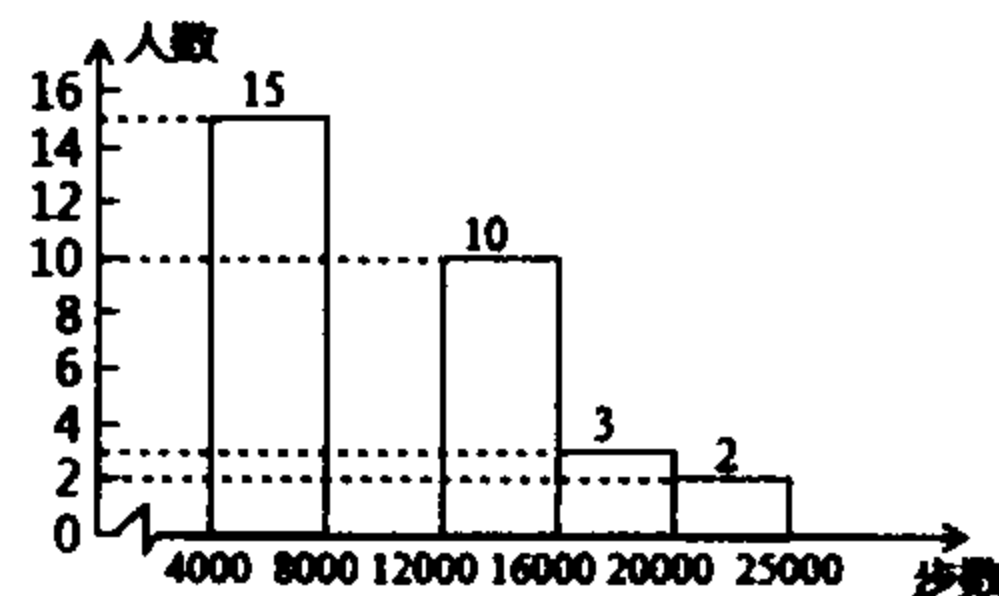
- (1) 求反比例函数与直线 EF 的解析式；
(2) 连接 OE ， OF ，求四边形 $OEBF$ 的面积。



22.（本题满分 8 分）

现如今“微信运动”被越来越多的人关注和喜爱，某兴趣小组随机调查了我市部分教师某日“微信运动”中的步数情况进行统计整理，绘制了统计图表（不完整）。

步数	频数	频率
$0 \leq x < 4000$	a	0.16
$4000 \leq x < 8000$	15	0.3
$8000 \leq x < 12000$	b	0.24
$12000 \leq x < 16000$	10	c
$16000 \leq x < 20000$	3	0.06
$20000 \leq x < 25000$	2	d



请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 写出 a 、 c 的值；
(2) 补全频数分布直方图，并求出被调查教师日行步数的中位数位于哪个步数范围内？
(3) 本市约有 28000 名教师，用调查的样本数据估计日行步数超过 12000 步（包含 12000 步）的教师约有多少名？

23.（本题满分 8 分）

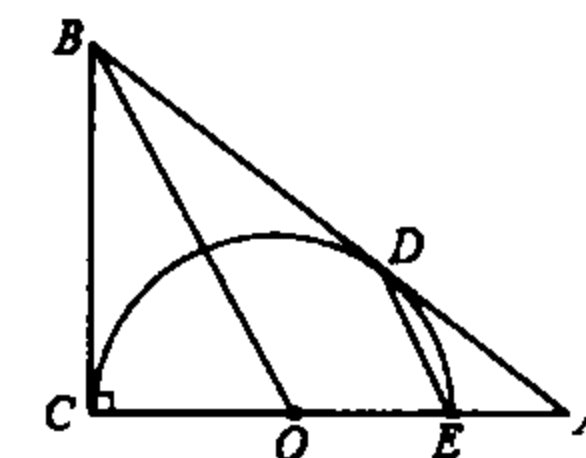
某商场准备购进甲、乙两种牛奶进行销售，若甲种牛奶的进价比乙种牛奶的进价每件少 5 元，其用 90 元购进甲种牛奶的数量与用 100 元购进乙种牛奶的数量相同。

- (1) 求甲种牛奶、乙种牛奶的进价分别是多少元？
(2) 若该商场购进甲种牛奶的数量是乙种牛奶的 3 倍少 5 件，该商场甲种牛奶的销售价格为 49 元，乙种牛奶的销售价格为每件 55 元，则购进的甲、乙两种牛奶全部售出后，可使销售的总利润（利润 = 售价 - 进价）等于 371 元，请通过计算求出该商场购进甲、乙两种牛奶各自多少件？

24.（本题满分 8 分）

已知：如图， CE 是 $\odot O$ 的直径， $BC \perp CE$ 于点 C ，点 D 是 $\odot O$ 上的一点，连结 BD 并延长 BD 与 CE 的延长线交于点 A ，连结 DE 、 BO ，且 $DE \parallel BO$ 。

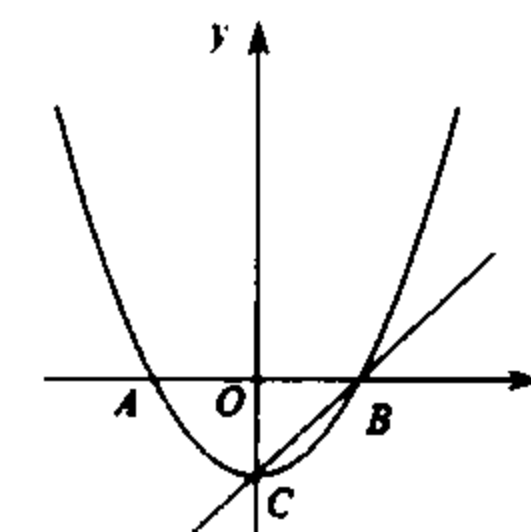
- (1) 求证： BD 是 $\odot O$ 的切线；
(2) 若 $BC = 4$ ， $\sin A = \frac{2}{3}$ ，求 $\odot O$ 的半径的长。



25.（本题满分 10 分）

如图，已知顶点为 $C(0, -3)$ 的抛物线 $y = ax^2 + b$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A 、 B 两点，直线 $y = x + m$ 过顶点 C 和点 B 。

- (1) 求 m 的值；
(2) 求函数 $y = ax^2 + b$ ($a \neq 0$) 的解析式；
(3) 抛物线上是否存在点 M ，使得 $\angle MCB = 15^\circ$ ？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。

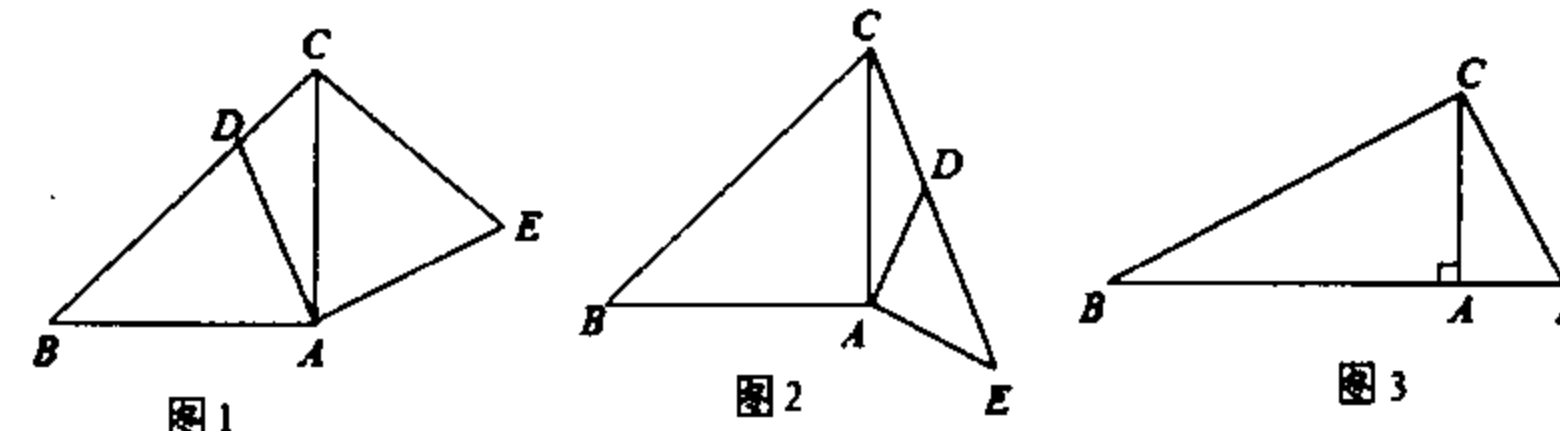


26.（本题满分 10 分）

(1) 如图 1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 为 BC 边上一点（不与点 B 、 C 重合）将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 AE ，连接 EC ，则线段 BD 与 CE 的数量关系是____，位置关系是____；

(2) 如图 2，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转，当点 C 、 D 、 E 在同一直线上时， BD 与 CE 具有怎样的位置关系，并说明理由；

(3) 如图 3，在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\angle BCD = 90^\circ$ ， $BC = 2CD = 4$ ，将 $\triangle ACD$ 绕点 A 顺时针旋转，点 C 对应点 E ，设旋转角 $\angle CAE$ 为 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$)，当点 C 、 D 、 E 在同一直线上时，画出图形，求出线段 BE 的长度。



2021 年秋期末教学质量监测九年级

数学参考答案

一、选择题

1. C 2. D 3. B 4. B 5. B 6. D 7. A 8. D 9. C 10. A 11. A 12. A

二、填空题

13. $a(a-2)$ 14. $2\sqrt{5}$ 15. 86 16. 4 17. $3\sqrt{3}\frac{\pi}{3}$ 18. $\frac{39(k-1)}{760}$

三、解答题

19. (1) 解: 原式 $= 2\sqrt{3} - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 - 1$

$$= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 1 \text{-----4 分}$$

$$= 1. \text{-----5 分}$$

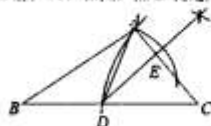
$$(2) \text{ 解: } \begin{cases} \frac{1}{3}x < 2 & \text{①} \\ 4x+1 > 2(1-3x) & \text{②} \end{cases}$$

$$\text{由①得: } x < 6; \text{-----7 分}$$

$$\text{由②得: } x > \frac{1}{10}; \text{-----9 分}$$

$$\text{所以不等式组的解集是: } \frac{1}{10} \leq x < 6. \text{-----10 分}$$

20. 解: (1) 如图, 点 D 就是所求作的点, DE 就是所要作的线段. -----3 分



(2) $\because CA = CD,$

$$\therefore \angle DAC = \angle ADC = \frac{180^\circ - \angle C}{2} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADE \text{ 中, } \angle ADE = 90^\circ - \angle DAE = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ. \text{-----5 分}$$

21. 解: (1) $\because OA=2, OC=3, E$ 是 AB 中点,

$\therefore B(2, 3), E(2, \frac{3}{2})$,

设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k_1}{x}$,

把 $E(2, \frac{3}{2})$ 代入得,

解得: $k_1=3$,

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = \frac{3}{x}$,

\therefore 点 F 在 BC 上,

$\therefore y_F=3$,

把 $y_F=3$ 代入 $y = \frac{3}{x}$ 得, $x_F=1$,

$\therefore F(1, 3)$,

设直线 EF 的解析式为 $y=k_2x+b$,

把 $E(2, \frac{3}{2}), F(1, 3)$ 代入得, $\begin{cases} 2k_2+b=\frac{3}{2} \\ k_2+b=3 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k_2=-\frac{3}{2} \\ b=\frac{9}{2} \end{cases}$,

\therefore 直线 EF 的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$; -----4 分

(2) $S_{\text{四边形 } OEBF} = S_{\text{矩形 } OACB} - S_{\triangle OCF} - S_{\triangle OAE}$

$= 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{2} = 3$. -----7 分

22. 解: (1) \because 样本总量为 $15 \div 0.3 = 50$,

$\therefore a = 50 \times 0.16 = 8, c = 10 \div 50 = 0.2$;

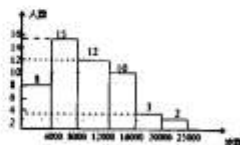
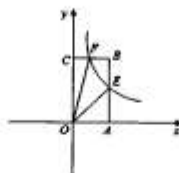
(2) 补全直方图如下:

\because 一共有 50 个数据, 其中位数是第 25、26 个数据的平均数, 而这 2 个数据均落在 8000~12000 步的范围内,

\therefore 被调查教师日行步数的中位数位于 8000~12000 步的范围内;

(3) 估计日行步数超过 12000 步 (包含 12000 步) 的教师

约有 $28000 \times \frac{10+3+2}{50} = 8400$ (人). -----8 分



23 解: (1) 设乙种牛奶的进价为 x 元/件, 则甲种牛奶的进价为 $(x-5)$ 元/件.

根据题意得: $\frac{90}{x-5} = \frac{100}{x}$, 解得: $x=50$.

经检验, $x=50$ 是原分式方程的解, 且符合实际意义.

$\therefore x-5=45$.

答: 乙种牛奶的进价是 50 元/件, 甲种牛奶的进价是 45 元/件. -----1 分

(2) 设购进乙种牛奶 y 件, 则购进甲种牛奶 $(3y-5)$ 件.

根据题意得: $(49-45)(3y-5) + (55-50)y=371$.

解得: $y=23$.

$\therefore 3y-5=64$.

答: 该商场购进甲种牛奶 64 件, 乙种牛奶 23 件. -----8 分

21 解: (1) 连接 OD ,

$\because DE \parallel OB, \therefore \angle DEO = \angle BOC, \angle BOD = \angle ODE$.

又 $\because OE = OD$,

$\therefore \angle ODE = \angle OED, \therefore \angle BOC = \angle BOD$.

在 $\triangle BOC$ 和 $\triangle BOD$ 中,

$$\begin{cases} OC=OD \\ \angle BOC=\angle BOD \\ OB=OB \end{cases}$$

$\therefore \triangle BOC \cong \triangle BOD (SAS)$,

$\therefore \angle BCO = \angle BDO$,

$\because BC \perp AC, \therefore \angle BCO = \angle BDO = 90^\circ$,

即 $OD \perp AB$.

$\because OD$ 是半径, $\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的切线: -----4 分

(2) $\because BC=4, \sin A = \frac{2}{3} = \frac{BC}{AB}, \therefore AB=6$,

$\therefore BC=BD=4, \therefore AD=6-4=2$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 2\sqrt{5}$.

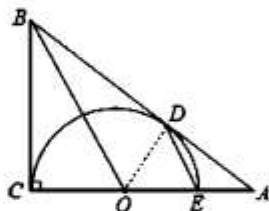
设 $\odot O$ 的半径为 x , 则 $OA = 2\sqrt{5} - x$.

在 $Rt\triangle AOD$ 中, $\sin A = \frac{2}{3} = \frac{OD}{OA}$, 即 $\frac{2}{3} = \frac{x}{2\sqrt{5}-x}$,

解得 $x = \frac{4\sqrt{5}}{5}$.

经检验, $x = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ 是原方程的根.

即 $\odot O$ 的半径为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$. -----8 分



25. 解: (1) 将 $(0, -3)$ 代入 $y=x+m$,

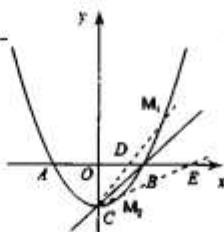
可得: $m = -3$; -----2 分

(2) 将 $y=0$ 代入 $y=x-3$ 得: $x=3$,

所以点 B 的坐标为 $(3, 0)$,

将 $(0, -3)$ 、 $(3, 0)$ 代入 $y=ax^2+b$ 中,

$$\text{可得: } \begin{cases} b=-3 \\ 9a+b=0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=-3 \end{cases}$$



所以二次函数的解析式为: $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$; -----5 分

(3) 存在, 分以下两种情况:

①若 M 在 B 上方, 设 MC 交 x 轴于点 D , 则 $\angle ODC = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$,

$$\therefore OD = OC \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3},$$

设 DC 为 $y=kx-3$, 代入 $(\sqrt{3}, 0)$, 可得: $k=\sqrt{3}$.

$$\text{联立两个方程可得: } \begin{cases} y=\sqrt{3}x-3 \\ y=\frac{1}{3}x^2-3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x_1=0 \\ y_1=-3 \end{cases}, \begin{cases} x_2=3\sqrt{3} \\ y_2=6 \end{cases}$$

所以 $M_1(3\sqrt{3}, 6)$; -----7 分

②若 M 在 B 下方, 设 MC 交 x 轴于点 E , 则 $\angle OEC = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$,

$$\therefore \angle OCE = 60^\circ,$$

$$\therefore OE = OC \cdot \tan 60^\circ = 3\sqrt{3},$$

设 EC 为 $y=kx-3$, 代入 $(3\sqrt{3}, 0)$ 可得: $k=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

$$\text{联立两个方程可得: } \begin{cases} y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-3 \\ y=\frac{1}{3}x^2-3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x_1=0 \\ y_1=-3 \end{cases}, \begin{cases} x_2=\sqrt{3} \\ y_2=-2 \end{cases}$$

所以 $M_2(\sqrt{3}, -2)$; -----9 分

综上所述 M 的坐标为 $(3\sqrt{3}, 6)$ 或 $(\sqrt{3}, -2)$. -----10 分

26. 解: (1) $BD=CE$, $BD \perp CE$; -----2 分

(2) $BD \perp CE$, -----3 分

理由: 如图 2, 连接 BD ,

\because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $AB=AC$, $AD=AE$, $\angle AEC=45^\circ$,

$\therefore \angle CAB=\angle DAE=90^\circ$,

$\therefore \angle BAD=\angle CAE$,

$\because AC=AB$, $AE=AD$,

$\therefore \triangle CAE \cong \triangle BDA$ (SAS),

$\therefore \angle BDA=\angle AEC=45^\circ$,

$\therefore \angle BDE=\angle ADB+\angle ADE=90^\circ$,

$\therefore BD \perp CE$; -----6 分

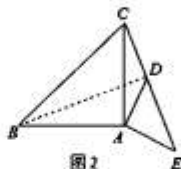


图 2

(3) 如图 3, 过 A 作 $AF \perp EC$,

由题意可知 $\text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle AED$, $\angle BAC=\angle EAD=90^\circ$,

$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$, 即 $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$,

$\because \angle BAC=\angle EAD=90^\circ$,

$\therefore \angle BAE=\angle CAD$,

$\therefore \triangle BAE \sim \triangle CAD$,

$\therefore \angle ABE=\angle ACD$,

$\therefore \angle BEC=180^\circ - (\angle CBE+\angle BCE) = 180^\circ - (\angle CBA+\angle ABE+\angle BCE)$

$= 180^\circ - (\angle CBA+\angle ACD+\angle BCE) = 90^\circ$,

$\therefore BE \perp CE$; -----8 分

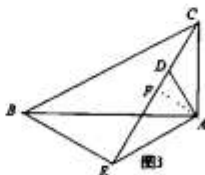


图 3

在 $Rt\triangle BCD$ 中, $BC=2CD=4$,

$$\therefore BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$\therefore AC \perp BD$,

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} BC \cdot AC,$$

$$\therefore AC = AE = \frac{4}{5}\sqrt{5}, \quad AD = \frac{2}{5}\sqrt{5},$$

$$\therefore AF = \frac{4}{5}, \quad CE = 2CF = 2 \times \sqrt{AC^2 - AF^2} = \frac{16}{5},$$

$$\therefore BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{16}{5}\right)^2} = \frac{12}{5}. \quad \text{-----10 分}$$