

# 2021 年下学期衡阳市期末联考试卷

## 初三数学

考生注意：1. 本学科试卷共三道大题，满分 120 分，考试时量 120 分钟。

2. 本试卷的作答一律答在答题卡上，选择题用 2B 铅笔按涂写要求将你认为正确的选项涂黑；非选择题用黑色墨水签字笔作答，作答不能超出黑色矩形边框，直接在试题卷上作答无效。

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，满分 36 分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。）

1. 下列事件为必然事件的是（ ）

- A. 打开电视，正在播放新闻  
B. 买一张电影票，座位号是奇数号  
C. 任意画一个三角形，其内角和是  $180^\circ$   
D. 掷一枚质地均匀的硬币，正面朝上

2. 要使二次根式  $\sqrt{2x-2}$  有意义，那么  $x$  的取值范围是（ ）

- A.  $x \geq 1$       B.  $x > 1$       C.  $x < 1$       D.  $x \leq 1$

3. 下列各式中，是最简二次根式的是（ ）

- A.  $\sqrt{0.2}$       B.  $\sqrt{4}$       C.  $\sqrt{18}$       D.  $\sqrt{5}$

4. 一元二次方程  $x^2+3x=0$  的根是（ ）

- A.  $x_1=x_2=3$       B.  $x_1=x_2=-3$       C.  $x_1=3, x_2=0$       D.  $x_1=-3, x_2=0$

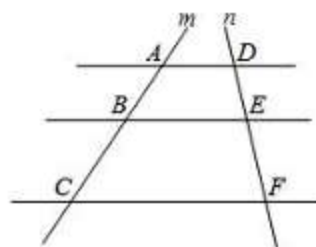
5. 用配方法解方程  $x^2-2x-5=0$  时，原方程应变形为（ ）

- A.  $(x+1)^2=6$       B.  $(x+2)^2=9$       C.  $(x-1)^2=6$       D.  $(x-2)^2=9$

6. 如图， $AD \parallel BE \parallel CF$ ，直线  $m, n$  与这三条平行线分别交于点  $A, B, C$

和点  $D, E, F$ ，已知  $AB=5, BC=10, DE=4$ ，则  $EF$  的长为（ ）

- A. 4      B. 8      C. 12      D. 12.5



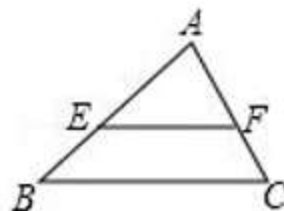
7. 二次函数  $y=(m-2)x^2+2x+1$  的图象与  $x$  轴有交点，则  $m$  取值范围是（ ）

- A.  $m \leq 3$       B.  $m < 3$       C.  $m < 3$  且  $m \neq 2$       D.  $m \leq 3$  且  $m \neq 2$

8. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $EF \parallel BC$ ， $AE=2BE$ ，则  $\triangle AEF$  与

梯形  $BCFE$  的面积比为（ ）

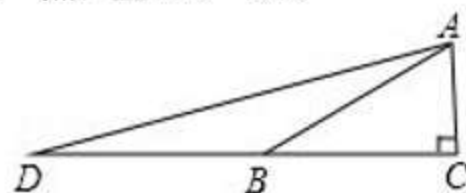
- A. 1:2      B. 2:3      C. 3:4      D. 4:5



9. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AC \perp BC$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，点  $D$  是  $CB$  延长线上的一点，且  $BD=BA$ ，

则  $\tan \angle ADC$  的值为（ ）

- A.  $2+\sqrt{3}$       B.  $2-\sqrt{3}$       C.  $3+\sqrt{3}$       D.  $3\sqrt{3}$



10. 某模具公司销售员小王一月份销售额为 8 万元, 已知小王第一季度销售额为 34.88 万元  
若设小王平均每月销售额的增长率均为  $x$ , 依题意, 可以列出方程为 ( )

A.  $8(1+x)^2 = 34.88$

B.  $8(1+3x) = 34.88$

C.  $8+8(1+x)+8(1+x)^2 = 34.88$

D.  $34.88(1-x)^2 = 8$

11. 已知二次函数  $y = ax^2 - 4ax - 1$ , 当  $x \leq 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 且当  $-1 \leq x \leq 6$  时,  $y$  的最小值为  $-4$ , 则  $a$  的值为 ( )

A.  $-\frac{1}{4}$

B.  $-\frac{3}{5}$

C.  $\frac{3}{4}$

D. 1

12. 如图, 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 图象与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 与  $y$  轴交于  $C$  点, 且对称轴为  $x = 1$ , 点  $B$  坐标为  $(-1, 0)$ . 则下面的四个结论:

①  $abc > 0$ ; ②  $b^2 - 4ac > 0$ ; ③ 当  $y < 0$  时,  $x < -1$  或  $x > 3$ ; ④  $3a + c = 0$ .

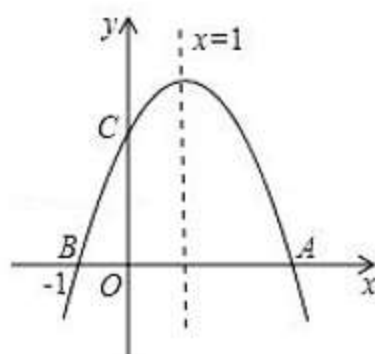
其中正确的有 ( )

A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

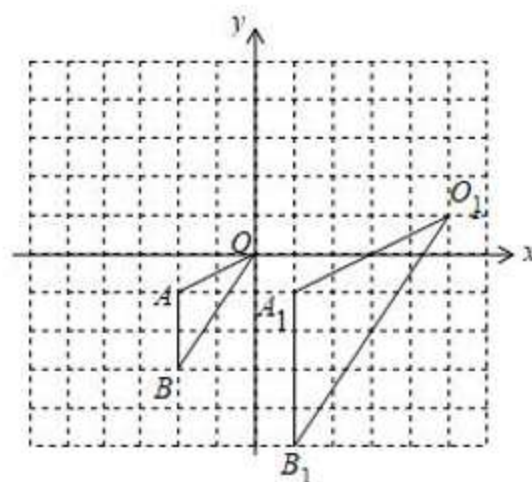


## 二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

13. 一个不透明的口袋中, 装有红球 6 个, 白球 9 个, 黑球 3 个, 这些球除颜色不同外没有任何区别, 现从中任意摸出一个球, 恰好是黑球的概率为\_\_\_\_\_.

14. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A, \angle B$  均为锐角, 且  $(\tan A - \sqrt{3})^2 + |2\cos B - 1| = 0$   
则  $\triangle ABC$  的形状是\_\_\_\_\_.

15. 如图, 在直角坐标系中, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度,  $\triangle ABO$  的顶点坐标分别为  $A(-2, -1), B(-2, -3), O(0, 0)$ ,  $\triangle A_1B_1O_1$  的顶点坐标分别为  $A_1(1, -1), B_1(1, -5), O_1(5, 1)$ ,  $\triangle ABO$  与  $\triangle A_1B_1O_1$  是以点  $P$  为位似中心的位似图形, 则  $P$  点的坐标为\_\_\_\_\_.



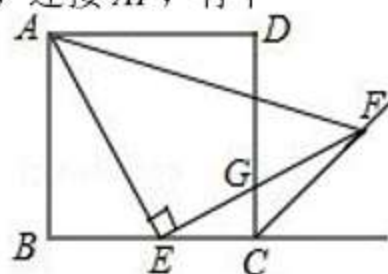
16. 已知实数  $x, y$  满足  $(x^2 + y^2 + 1)(x^2 + y^2 + 3) = 15$ , 则  $x^2 + y^2 =$ \_\_\_\_\_.

17. 将抛物线  $y = -2(x+2)^2 + 5$  向右平移 3 个单位, 再向下平移 2 个单位, 所得抛物线的解析式为\_\_\_\_\_.

18. 如图, 四边形  $ABCD$  是边长为 2 的正方形, 点  $E$  是边  $BC$  上一动点 (不与点  $B, C$  重合),  $\angle AEF = 90^\circ$ , 且  $EF$  交正方形外角的平分线  $CF$  于点  $F$ , 交  $CD$  于点  $G$ , 连接  $AF$ , 有下列结论: ①  $\triangle ABE \sim \triangle ECG$ ; ②  $AE = EF$ ;

③  $\angle DAF = \angle CFE$ ; ④  $\triangle CEF$  的面积的最大值为 1.

其中正确结论的序号是\_\_\_\_\_. (把正确结论的序号都填上)





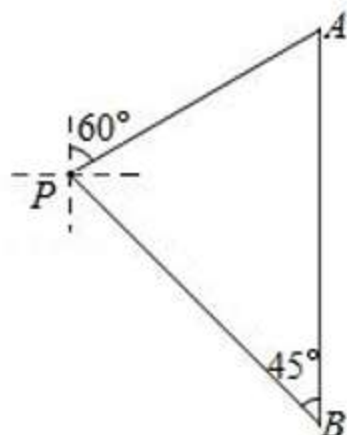
三、解答题（本大题共 8 个小题，满分 66 分.第 19~20 题每题 6 分，第 21~24 题每题 8 分，第 25 题 10 分，第 26 题 12 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.）

19. 计算： $(\sqrt{12}-\sqrt{\frac{1}{3}})\times\sqrt{6}$ ;

20. 小颖和小丽做“摸球”游戏：在一个不透明的袋子中装有编号为 1 - 4 的四个球（除编号外都相同），从中随机摸出一个球，记下数字后放回，再从中摸出一个球，记下数字. 若两次数之和大于 5，则小颖胜，否则小丽胜，这个游戏对双方公平吗？请说明理由.

21. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mx + 2m - 1 = 0$  的两个实数根分别是  $x_1$ 、 $x_2$ ，且  $x_1^2 + x_2^2 = 7$ ，求  $m$  的值

22. 如图，一艘邮轮从港口  $P$  处出发，沿北偏东  $60^\circ$  方向行驶 200 海里到  $A$  港口，卸货后向正南方向行驶到  $B$  港口，此时  $P$  港口在邮轮的北偏西  $45^\circ$  方向上，求此时邮轮与港口  $P$  相距多少海里.（结果保留根号）

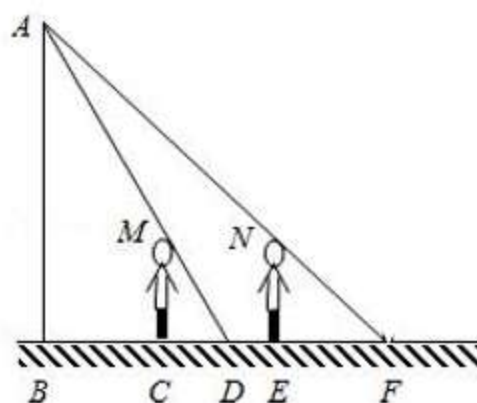


23. 超市销售某种儿童玩具，经市场调查发现，每件利润为 40 元时，每天可售出 50 件；销售单价每增加 2 元，每天销售量会减少 1 件. 物价管理部门规定，该种玩具每件利润不得超过 60 元. 设销售单价增加  $x$  元，每天可售出  $y$  件.

(1) 直接写出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式：\_\_\_\_\_（不要求写出自变量取值范围）；

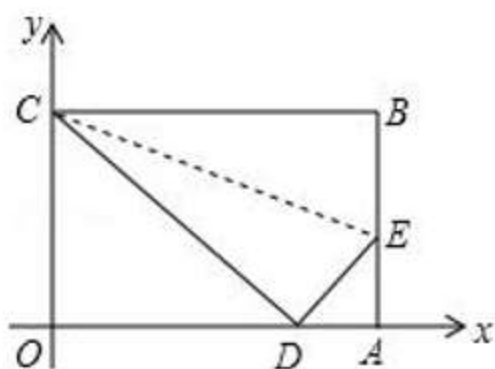
(2) 当  $x$  取何值时，超市每天销售这种玩具可获得利润 2250 元？每天可销售多少件？

24. 如图，王华晚上由路灯  $A$  正下方的  $B$  处走到  $C$  处时，测得影子  $CD$  的长为 1 米，继续往前走 3 米到达  $E$  处时，测得影子  $EF$  的长为 2 米，已知王华的身高是 1.5 米. 求路灯  $A$  的高度；



25. 如图，四边形  $OABC$  是一张放在平面直角坐标系中的矩形纸片，点  $A$  在  $x$  轴上，点  $C$  在  $y$  轴上，将边  $BC$  折叠，使点  $B$  落在边  $OA$  的点  $D$  处. 已知折痕  $CE=5\sqrt{5}$ ，且  $AE:AD=3:4$ .

- (1) 判断  $\triangle OCD$  与  $\triangle ADE$  是否相似？请说明理由；
- (2) 求直线  $CE$  与  $x$  轴交点  $P$  的坐标；
- (3) 是否存在过点  $D$  的直线  $l$ ，使直线  $l$ 、直线  $CE$  与  $x$  轴所围成的三角形和直线  $l$ 、直线  $CE$  与  $y$  轴所围成的三角形相似？如果存在，请求出直线  $l$  的解析式；如果不存在，请说明理由.



26. 如图，已知抛物线经过点  $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ， $C(0, -3)$  三点. 点  $D$  为抛物线的顶点. 连接  $AC$ ， $BC$ ， $CD$ ， $BD$ .

- (1) 求抛物线的解析式和  $D$  点坐标；
- (2) 求证： $\triangle AOC \sim \triangle DCB$
- (3) 如图 1，延长  $AC$ ， $BD$  相交于点  $E$ ，求  $\tan \angle AEB$  的值。
- (4) 如图 2，点  $P$  为抛物线在第四象限内的一个动点，过点  $P$  作  $PM \perp$  直线  $CD$ ，垂足为  $M$ ，当  $PM$  最大时，请直接写出此时点  $P$  的坐标。

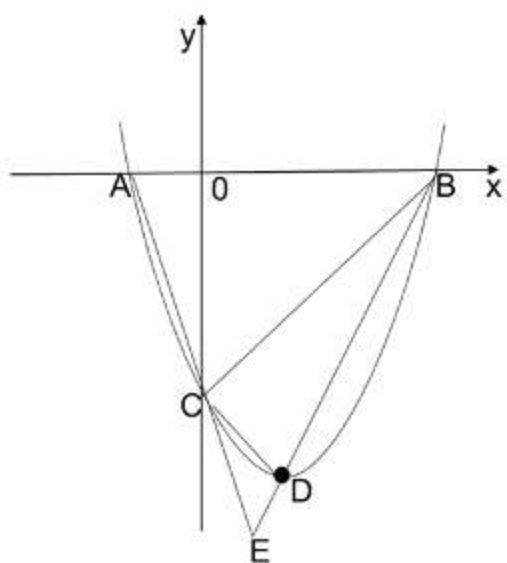


图 1

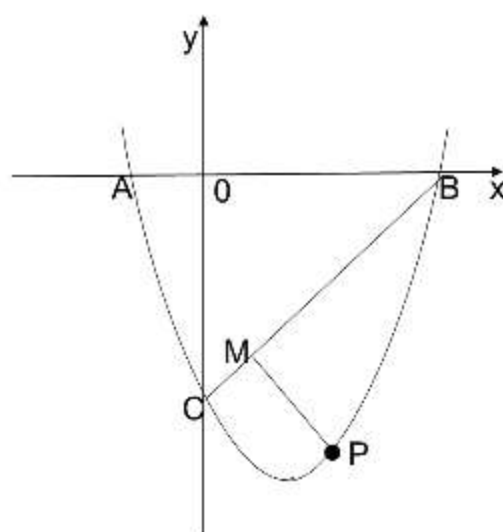


图 2