

# 2021-2022 学年第一学期八年级期末检测

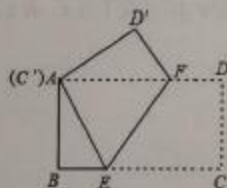
## 数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. 实数 2, 0, -3,  $\sqrt{2}$  中, 最小的数是 ( )  
A. 2      B. 0      C. -3      D.  $\sqrt{2}$
2. 在平面直角坐标系中, 点 A (-3, -1) 关于 y 轴的对称点的坐标是 ( )  
A. (-3, 1)      B. (3, 1)      C. (3, -1)      D. (-1, -3)
3. 单位定期对员工的专业知识、工作业绩、出勤情况三个方面进行考核 (考核的满分均为 100 分), 三个方面的重要性之比依次为 3: 5: 2. 小王经过考核后所得的分数依次为 90、88、83 分, 那么小王的最后得分是 ( )  
A. 87.6      B. 87.5      C. 87      D. 88
4. 下列命题为假命题的是 ( )  
A. 直角都相等      B. 同位角相等      C. 对顶角相等      D. 同角的余角相等
5. 如图所示, 一次函数  $y=kx+b$  与  $y=-x+4$  的图象相交于点 P (m, 1), 则关于 x, y 的二元一次方程组  $\begin{cases} y=kx+b \\ y=-x+4 \end{cases}$  的解是 ( )



(第 5 题)

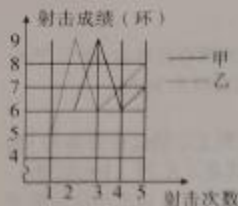


(第 6 题)

- A.  $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$
  - B.  $\begin{cases} x=2.6 \\ y=1 \end{cases}$
  - C.  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$
  - D.  $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$
6. 如图所示, 长方形纸片 ABCD 中,  $AB=6\text{cm}$ ,  $BC=8\text{cm}$ , 现将其沿 EF 对折, 使得点 C 与点 A 重合, 则 AF 的长为 ( )  
A.  $\frac{23}{4}$       B. 6      C.  $\frac{7}{4}$       D.  $\frac{25}{4}$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7.  $\sqrt{3x-1} + \sqrt{1-3x} + y = 6$ , 则代数式  $\frac{x}{y} =$  \_\_\_\_\_
8. 如图是根据甲、乙两人 5 次射击的成绩 (环数) 制作的折线统计图, \_\_\_\_\_ 的成绩较为稳定. (填“甲”或“乙”)
9. 一把直尺与一块三角板如图放置, 若  $\angle 1 = 47^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为 \_\_\_\_\_
10. 如图所示, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB:BC:CA=3:4:5$ , 且周长为  $36\text{cm}$ , 点 P 从点 A 开始沿 AB 边向 B 点以每秒  $1\text{cm}$  的速度移动; 点 Q 从点 B 沿 BC 边向点 C 以每秒  $2\text{cm}$  的速度移动, 如果同时出发, 则过 3 秒时,  $\triangle BPQ$  的面积为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .



(第8题)



(第9题)



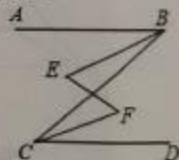
(第10题)

11. 《孙子算经》是中国传统数学的重要著作，其中有一道题，原文是：“今有木，不知长短，引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺。木长几何？”意思是：用一根绳子去量一根木头的长，绳子还剩余4.5尺；将绳子对折再量木头，则木头还剩余1尺。问木头长多少尺？可设木头长为 $x$ 尺，绳子长为 $y$ 尺，则可列方程组\_\_\_\_\_
12.  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，过点 $B$ 的直线把 $\triangle ABC$ 分割成两个三角形，使其中只有一个等腰三角形，则这个等腰三角形的面积是\_\_\_\_\_

三、解答题 (本大题共5小题，每小题6分，共30分)

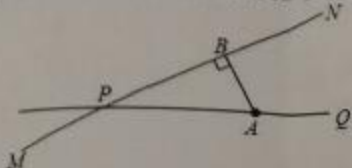
13. (1)  $(\sqrt{2}-1)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \sqrt{9} + \sqrt{27}$

(2) 已知：如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABE = \angle DCF$ ，求证： $\angle BEF = \angle CFE$ 。



14. 已知单项式  $3x^2y^{m+3}$  与  $-\frac{1}{5}x^{m+n}y^9$  是同类项，求  $mn+n^{m+n}$  的值。

15. 如图，公路  $MN$  和公路  $PQ$  在点  $P$  处交汇，公路  $PQ$  上点  $A$  处有学校，点  $A$  到公路  $MN$  的距离为  $80m$ ，现有一拖拉机在公路  $MN$  上以  $18km/h$  的速度沿  $PN$  方向行驶，拖拉机行驶时周围  $100m$  以内都会受到噪音声的影响，试问该校受影响的时间为多少秒？



16. 如图，正方形网格中的每个小正方形边长都是 1，每个小格的顶点叫做格点，以格点为顶点分别按下列要求画三角形。



图 1



图 2



图 3

- (1) 在图 1 中，画一个三角形，使它的三边长都是有理数；
- (2) 在图 2 中，画一个三角形，使它的三边长分别为  $3$ ， $2\sqrt{2}$ ， $\sqrt{5}$ ；
- (3) 在图 3 中，画一个三角形，使它的三边都是无理数，并且构成的三角形是直角三角形。

17. 已知： $2a-7$  和  $a+4$  是某数的平方根， $b-7$  的立方根为  $-2$ 。

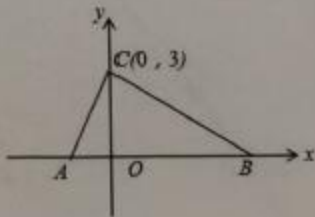
- (1) 求： $a$ 、 $b$  的值；(2) 求  $a+b$  的算术平方根。

#### 四、解答题 (本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分)

18. 如图所示，在平面直角坐标系中，点  $A$ 、 $B$  的坐标分别为  $A(a, 0)$ ， $B(b, 0)$ ，且  $a$ 、 $b$  满足  $|a+2| + \sqrt{b-4} = 0$ ，点  $C$  的坐标为  $(0, 3)$ 。

- (1) 求  $a$ 、 $b$  的值及  $S_{\triangle ABC}$ ；

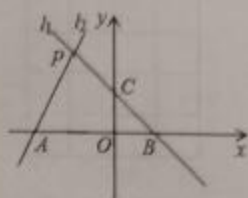
- (2) 若点  $M$  在  $x$  轴上，且  $S_{\triangle ACM} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$ ，试求点  $M$  的坐标。



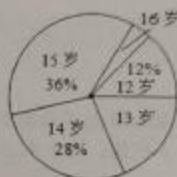
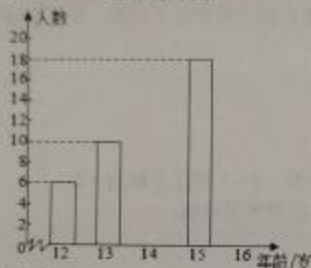
19. 如图, 已知过点  $B(1, 0)$  的直线  $l_1$  与直线  $l_2: y = 2x + 4$  相交于点  $P(-1, a)$ 。

(1) 求直线  $l_1$  的解析式;

(2) 求四边形  $PAOC$  的面积。



20. 某中学数学兴趣小组为了了解本校学生的年龄情况, 随机调查了该校部分学生的年龄, 整理数据并绘制不完整的统计图。



依据以上信息解答以下问题:

(1) 求样本容量, 并补全条形统计图;

(2) 求出样本的平均数, 众数和中位数;

(3) 若该校一共有 900 名学生, 估计该校年龄在 13 岁及以下的学生人数。

五、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

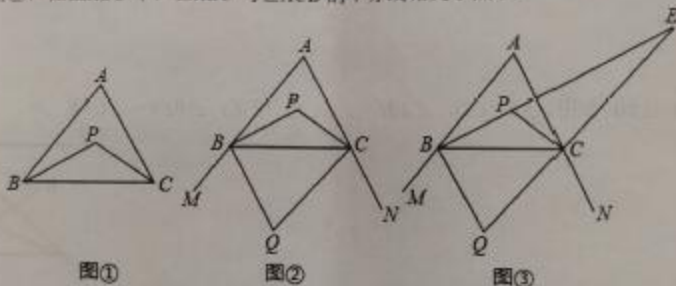
21. 某公司在甲、乙仓库共存放某种原料 450 吨, 如果运出甲仓库所存原料的 60%, 乙仓库所存原料的 40%, 那么乙仓库剩余的原料比甲仓库剩余的原料多 30 吨.

(1) 求甲、乙两仓库各存放原料多少吨?

(2) 现公司需将 300 吨原料运往工厂, 从甲、乙两个仓库到工厂的运价分别为 120 元/吨和 100 元/吨. 经协商, 从甲仓库到工厂的运价可优惠  $a$  元/吨 ( $10 \leq a \leq 30$ ), 从乙仓库到工厂的运价不变, 设从甲仓库运  $m$  吨原料到工厂, 请求出总运费  $W$  关于  $m$  的函数解析式 (不要求写出  $m$  的取值范围);

(3) 在 (2) 的条件下, 请根据函数的性质说明: 随着  $m$  的增大,  $W$  的变化情况.

22. 如图①, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC$  与  $\angle ACB$  的平分线相交于点  $P$ .



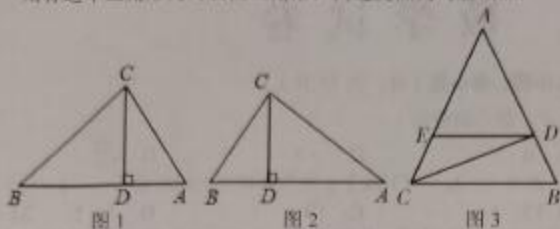
(1) 如果  $\angle A = 80^\circ$ , 求  $\angle BPC$  的度数;

(2) 如图②, 作  $\triangle ABC$  外角  $\angle MBC$ 、 $\angle NCB$  的平分线交于点  $Q$ , 试探索  $\angle Q$ 、 $\angle A$  之间的数量关系.

(3) 如图③, 在 (2) 的条件下, 延长线段  $BQ$ 、 $QC$  交于点  $E$ ,  $\triangle BQE$  中, 存在一个内角等于另一个内角的 3 倍, 请求出  $\angle A$  的度数.

## 六、解答题 (本大题共 1 小题, 共 12 分)

23. 我们新定义一种三角形: 若一个三角形中存在两边的平方差等于第三边上高的平方, 则称这个三角形为勾股高三角形, 两边交点为勾股顶点.



(1) 特例感知

① 等腰直角三角形 是 勾股高三角形 (请填写“是”或者“不是”);

② 如图 1, 已知  $\triangle ABC$  为勾股高三角形, 其中  $C$  为勾股顶点,  $CD$  是  $AB$  边上的高. 若  $BD = 2AD = 2$ , 试求线段  $CD$  的长度.

(2) 深入探究

如图 2, 已知  $\triangle ABC$  为勾股高三角形, 其中  $C$  为勾股顶点且  $CA > CB$ ,  $CD$  是  $AB$  边上的高. 试探究线段  $AD$  与  $CB$  的数量关系, 并给予证明:

(3) 推广应用

如图 3, 等腰  $\triangle ABC$  为勾股高三角形, 其中  $AB = AC > BC$ ,  $CD$  为  $AB$  边上的高, 过点  $D$  向  $BC$  边引平行线与  $AC$  边交于点  $E$ . 若  $CE = a$ , 试求线段  $DE$  的长度.

# 2021-2022 学年第一学期八年级期末检测

## 数学答案及评分意见

1. 如果考生的解答与本答案不同, 可根据试题的主要考查内容参照评分标准制定相应的评分细则后评卷。
2. 每题都要评阅到底, 不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅。当考生的解答在某一步出现错误, 影响了后续部分时, 如果该步以后的解答未改变这一题的内容和难度, 则可视影响的程度决定后面部分的给分, 但不得超过后面部分应给分数的一半。如果这一步以后的解答有较严重的错误, 就不给分。
2. 解答右端所注分数, 表示考生正确做到这一步应得的累加分数。
4. 只给整数分数。

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. C      2. C      3. A      4. B      5. A      6. D

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

7.  $\frac{1}{18}$       8. 甲      9.  $137^\circ$

10.  $18\text{ cm}^2$       11.  $\begin{cases} y = x + 4.5 \\ 0.5y = x - 1 \end{cases}$       12. 3.6 或 4.32 或 4.8

三、解答题 (本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

13. 解: (1) 原式  $= 1 + 4 - 3 + 3 = 5$       —3 分

(2) 证明:  $\because AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle ABC = \angle BCD$ ,

又  $\because \angle ABE = \angle DCF$ ,

$\therefore \angle EBC = \angle FCB$ ,

$\therefore BE \parallel CF$ ,

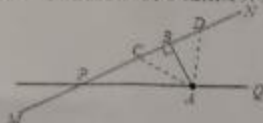
$\therefore \angle BEF = \angle CFE$       —3 分

14. 解:  $\because$  单项式  $3x^m y^{n+3}$  与  $-\frac{1}{5}x^{m+n}y^9$  是同类项,

$$\therefore \begin{cases} m+n=2 \\ m+3=9 \end{cases}, \text{ —2 分} \quad \text{解得: } \begin{cases} m=6 \\ n=-4 \end{cases}, \text{ —4 分}$$

$$\therefore mn + n^{m+n} = -24 + (-4)^2 = -8. \text{ —6 分}$$

15. 解: 设拖拉机开到 C 处刚好开始受到影响, 行驶到 D 处时结束了噪声的影响. —1 分



则有  $CA = DA = 100\text{m}$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $CB = \sqrt{100^2 - 80^2} = 60(\text{m})$ , —3 分

$\therefore CD = 2CB = 120\text{m}$ , —4 分

$\because 18\text{km/h} = 18000\text{m}/3600\text{s} = 5\text{m/s}$ , —5 分

$\therefore$  该校受影响的时间为:  $120 \div 5 = 24(\text{s})$ .

答: 该校受影响拖拉机产生的噪声的影响时间为 24 秒. —6 分

16. 解: (1) 如图 1 所示: —2 分 (2) 如图 2 所示: —4 分 (3) 如图 3 所示: —6 分



图 1



图 2

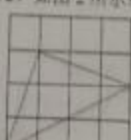


图 3

17.解: (1) 由题意得,  $2a - 7 + a + 4 = 0$ , 或  $2a - 7 = a + 4$ ,

解得:  $a = 1$  或  $a = 11$ , -----2 分

$b - 7 = -8$ ,

解得:  $b = -1$ ; -----3 分

(2)  $a + b = 0$  或  $a + b = 10$ ,

0 的算术平方根为 0, 10 的算术平方根是  $\sqrt{10}$ , -----5 分

$\therefore a + b$  的算术平方根是 0 或  $\sqrt{10}$ . -----6 分

四、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

18.解: (1)  $\because |a + 2| + \sqrt{b - 4} = 0 = 0$ ,

$\therefore a + 2 = 0, b - 4 = 0$ ,

$\therefore a = -2, b = 4$ , -----2 分

$\therefore$  点  $A(-2, 0)$ , 点  $B(4, 0)$ .

又  $\because$  点  $C(0, 3)$ ,

$\therefore AB = |-2 - 4| = 6, CO = 3$ ,

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CO = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$ , -----4 分

(2) 设点  $M$  的坐标为  $(x, 0)$ , 则  $AM = |x - (-2)| = |x + 2|$ , -----5 分

又  $\because S_{\triangle ACM} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$ ,

$\therefore \frac{1}{3} AM \cdot OC = \frac{1}{3} \times 9$ , -----6 分

$\therefore \frac{1}{2} |x + 2| \times 3 = 3, \therefore |x + 2| = 2$ ,

即  $x + 2 = \pm 2$ , 解得:  $x = 0$  或  $-4$ ,

故点  $M$  的坐标为  $(0, 0)$  或  $(-4, 0)$ . -----8 分

19.解: (1)  $\because$  点  $P(-1, a)$  在直线  $l_2: y = 2x + 4$  上,

$\therefore 2 \times (-1) + 4 = a$ , 即  $a = 2$ ,

则  $P$  的坐标为  $(-1, 2)$ , -----2 分

设直线  $l_1$  的解析式为:  $y = kx + b (k \neq 0)$ ,

$$\text{那么} \begin{cases} k + b = 0 \\ -k + b = 2 \end{cases}$$

$$\text{解得:} \begin{cases} k = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$\therefore l_1$  的解析式为:  $y = -x + 1$ . -----4 分

(2)  $\because$  直线  $l_1$  与  $y$  轴相交于点  $C$ ,

$\therefore C$  的坐标为  $(0, 1)$ ,

又  $\because$  直线  $l_2$  与  $x$  轴相交于点  $A$ ,

$\therefore A$  点的坐标为  $(-2, 0)$ , 则  $AB = 3$ , -----6 分

而  $S_{\text{四边形} PBQC} = S_{\triangle PAB} - S_{\triangle BQC}$ ,

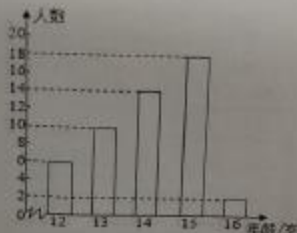
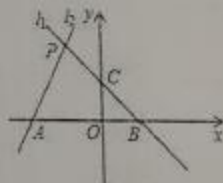
$\therefore S_{\text{四边形} PBQC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{5}{2}$ . -----8 分

20.解: (1) 样本容量是  $6 \div 12\% = 50$ . -----1 分

14 岁的学生有  $50 \times 28\% = 14$  (人),

16 岁的学生有  $50 - 6 - 10 - 14 - 18 = 2$  (人). -----2 分

补全的条形统计图如右图所示: -----3 分





(2) 这组数据的平均数为  $\frac{12 \times 6 + 13 \times 10 + 14 \times 14 + 15 \times 18 + 16 \times 2}{50} = 14$  (岁),

中位数为  $\frac{14+14}{2} = 14$  (岁), 众数为 15 岁; ---6 分

(3) 该校年龄在 13 岁及以下的学生有  $900 \times \frac{6+10}{50} = 288$  (人),

答: 估计该校年龄在 13 岁及以下的学生有 288 人. ---8 分

### 五、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 解: (1) 设甲仓库存放原料  $x$  吨, 乙仓库存放原料  $y$  吨, 由题意, 得

$$\begin{cases} x+y=450 \\ (1-0.4)y-(1-0.6)x=30 \end{cases} \quad \text{---2 分} \quad \text{解得} \begin{cases} x=240 \\ y=210 \end{cases}$$

甲仓库存放原料 240 吨, 乙仓库存放原料 210 吨; ---3 分

(2) 由题意, 从甲仓库运  $m$  吨原料到工厂, 则从乙仓库运原料  $(300-m)$  吨到工厂,

总运费  $W = (120-a)m + 100(300-m) = (20-a)m + 30000$  ---6 分

(3) ① 当  $10 \leq a < 20$  时,  $20-a > 0$ , 由一次函数的性质, 得  $W$  随  $m$  的增大而增大; ---7 分

② 当  $a=20$  时,  $20-a=0$ ,  $W$  随  $m$  的增大没变化; ---8 分

③ 当  $20 \leq a \leq 30$  时, 则  $20-a < 0$ ,  $W$  随  $m$  的增大而减小. ---9 分

22. 解: (1)  $\because \angle A = 80^\circ, \therefore \angle ABC + \angle ACB = 100^\circ$ .

$\because$  点  $P$  是  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  的平分线的交点,

$$\therefore \angle P = 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - \frac{1}{2} \times 100^\circ = 130^\circ. \quad \text{---1 分}$$

(2)  $\because$  外角  $\angle MBC$ ,  $\angle NCB$  的角平分线交于点  $Q$ ,

$$\therefore \angle QBC + \angle QCB = \frac{1}{2} (\angle MBC + \angle NCB)$$

$$= \frac{1}{2} (360^\circ - \angle ABC - \angle ACB) = \frac{1}{2} (180^\circ + \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$\therefore \angle Q = 180^\circ - (90^\circ + \frac{1}{2} \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A; \quad \text{---3 分}$$

(3) 如图, 延长  $BC$  至  $F$ .

$\because CQ$  为  $\triangle ABC$  的外角  $\angle NCB$  的角平分线,

$\therefore CE$  是  $\triangle ABC$  的外角  $\angle ACF$  的平分线,

$$\therefore \angle ACF = 2\angle ECF,$$

$\because BE$  平分  $\angle ABC$ ,

$$\therefore \angle ABC = 2\angle EBC,$$

$$\because \angle ECF = \angle EBC + \angle E,$$

$$\therefore 2\angle ECF = 2\angle EBC + 2\angle E,$$

$$\text{即 } \angle ACF = \angle ABC + 2\angle E,$$

$$\text{又 } \angle ACF = \angle ABC + \angle A,$$

$$\therefore \angle A = 2\angle E, \text{ 即 } \angle E = \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\therefore \angle EBQ = \angle EBC + \angle CBQ$$

$$= \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle MBC$$

$$= \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle A + \angle ACB) = 90^\circ. \quad \text{---5 分}$$

如果  $\triangle BQE$  中, 存在一个内角等于另一个内角的 3 倍, 那么分四种情况:

①  $\angle EBQ = 3\angle E = 90^\circ$ , 则  $\angle E = 30^\circ$ ,  $\angle A = 2\angle E = 60^\circ$ ; ---6 分

②  $\angle EBQ = 3\angle Q = 90^\circ$ , 则  $\angle Q = 30^\circ$ ,  $\angle E = 60^\circ$ ,  $\angle A = 2\angle E = 120^\circ$ ; ---7 分



图 22

③  $\angle Q = 3\angle E$ , 则  $\angle E = 22.5^\circ$ , 解得  $\angle A = 45^\circ$ ; ...8分

④  $\angle E = 3\angle Q$ , 则  $\angle E = 67.5^\circ$ , 解得  $\angle A = 135^\circ$

综上所述,  $\angle A$  的度数是  $60^\circ$  或  $120^\circ$  或  $45^\circ$  或  $135^\circ$ ; ...9分

六、解答题(本大题共1小题,共12分)

23. 解: (1) 特例感知:

① 等腰直角三角形是勾股高三角形. ...2分

② 如图1中, 根据勾股定理可得:  $CB^2 = CD^2 + 4$ ,  $CA^2 = CD^2 + 1$ ,

于是  $CD^2 = (CD^2 + 4) - (CD^2 + 1) = 3$ ,

$\therefore CD = \sqrt{3}$ . ...4分

(2) 深入探究:

如图2中, 由  $CA^2 - CB^2 = CD^2$  可得:  $CA^2 - CD^2 = CB^2$ , 而  $CA^2 - CD^2 = AD^2$ ,

$\therefore AD^2 = CB^2$ ,

即  $AD = CB$ . ...7分

(3) 推广应用:

过点A向ED引垂线, 垂足为G,

$\because$  “勾股高三角形”  $\triangle ABC$  为等腰三角形, 且  $AB = AC > BC$ ,

$\therefore$  只能是  $AC^2 - BC^2 = CD^2$ . 由上问可知  $AD = BC$  ...①

又  $ED \parallel BC$ ,  $\therefore \angle ADE = \angle B$  ...②, ...8分

而  $\angle AGD = \angle CDB = 90^\circ$  ...③,

$\therefore \triangle AGD \cong \triangle CDB$  (AAS). ...9分

$\therefore DG = BD$ .

易知  $\triangle ADE$  与  $\triangle ABC$  均为等腰三角形,

根据三线合一原理可知  $ED = 2DG = 2BD$ .

又  $AB = AC$ ,  $AD = AE$ ,  $\therefore BD = EC = a$ ,  $\therefore ED = 2a$ . ...12分

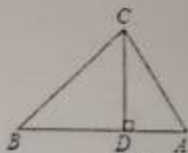


图1

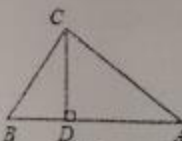


图2

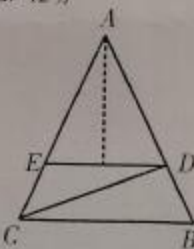


图3