

西南大学附中 2021—2022 学年度上期期末考试

初二数学试题

(满分: 150 分; 考试时间: 120 分钟)

注意事项:

1. 试题的答案书写在答题卡上, 不得在试卷上直接作答。
2. 作答前认真阅读答题卡上的注意事项。
3. 考试结束, 由监考人员将答题卡收回。

一、选择题: 本大题 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分. 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案, 其中只有一个是正确的. 请将答题卡上对应题目的正确答案标号涂黑.

1. 下列各数中, 是无理数的是 ()

A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{1}{7}$

C. 3.1415

D. $\sqrt{8}$

2. 下列图形是轴对称图形的是 ()



3. 使得函数 $y = \sqrt{x-3}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 3$

B. $x \geq 3$

C. $x > 3$

D. $x \leq 3$

4. 式子 $\sqrt{6} + 2$ 的值在哪两个整数之间? ()

A. 2 与 3

B. 3 与 4

C. 4 与 5

D. 5 与 6

5. 下列命题是真命题的是 ()

A. 两组邻角互补的四边形是平行四边形

B. 对角线互相平分且相等的四边形是矩形

C. 一组邻边相等的平行四边形是矩形

D. 一组邻边相等的菱形是正方形

6. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三条边, 则下列条件不能判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是 ()

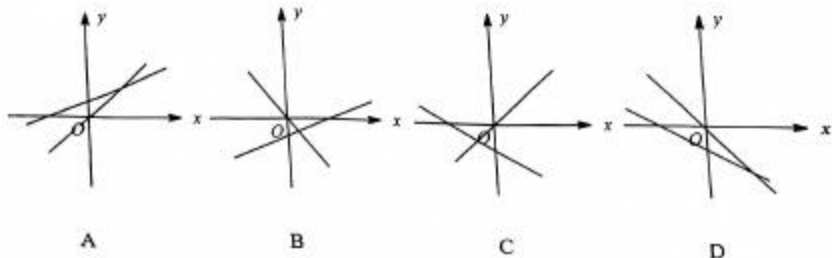
A. $a=2, b=\sqrt{5}, c=3$

B. $\angle A + \angle B = \angle C$

C. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2c^2$

D. $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$

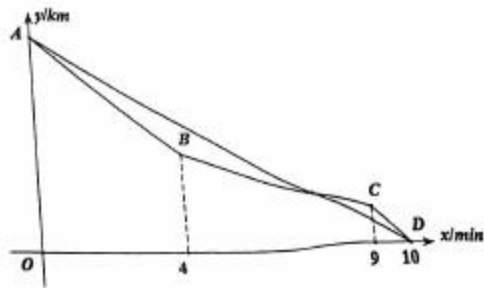
7. 一次函数 $y_1 = ax + b$ 与正比例函数 $y_2 = -bx$ 在同一坐标系中的图象大致是 ()



8. 有一个计算程序，每次运算都是把一个数除以它与 1 的和，即 $y_1 = \frac{x}{x+1}$, $y_2 = \frac{y_1}{y_1+1}$, $y_3 = \frac{y_2}{y_2+1}$ 多次重复进行这种运算，若输入的值是 2，则 y_{2021} 为 ()

- A. $\frac{2}{4041}$ B. $\frac{1}{2021}$ C. $\frac{2}{4043}$ D. $\frac{2}{4045}$

9. 为增强师生体质，提高师生的运动积极性，某校举办了“缤纷越野跑”比赛，三百多名师生积极参与比赛。越野跑全程 2.5 千米，小陈同学与刘老师同时出发，刘老师全程保持匀速运动，小陈跑了一段时间后，因体力不支，以 200 米/分的速度跑了一段，最后以原速冲刺与刘老师同时到达。小陈和刘老师距终点的距离 y (单位：米) 与运动时间 x (单位：分) 之间的函数关系如图所示，下列说法错误的是 ()



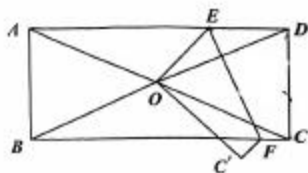
- A. 刘老师的速度为 250 米/分
B. 小陈的冲刺速度为 5 米/秒
C. 刘老师追上小陈花了 7.5 分钟
D. 第 9 分钟时刘老师与小陈相距 50 米
10. 关于 x 的分式方程 $\frac{ax}{x-4} + \frac{3x}{4-x} = 1$ 解为非负数，关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{2a-3x}{3} > 2 \\ \frac{3x+6}{5} - \frac{x}{2} \geq \frac{7}{10} \end{cases}$ 至少有

四个整数解，则满足条件的所有整数 a 的积为 ()

- A. 3 B. 2 C. 6 D. 0

11. 已知在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 交于点 O , $\angle COD = 45^\circ$, 点 E 在边 AD 上, $DE = \sqrt{2}$, 点 F 在边 BC 上, 将四边形 $CDEF$ 沿 EF 翻折, 点 D 恰好与点 O 重合, 则 CF 的长为 ()

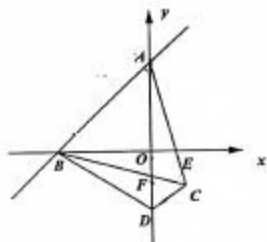
- A. $2 - \sqrt{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2} - 1$



12. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = x + 2$ 与 x 轴, y 轴分别交于 B 、 A 两点, 以线段 AB 为边在 AB 右侧作等边三角形 ABC , 边 AC 与 x 轴交于点 E , 边 BC 与 y 轴交于点 F , 点 D 是 y 轴上的一个动点, 连接 AD , BD , CD . 下面的结论中, 正确的个数有 () 个

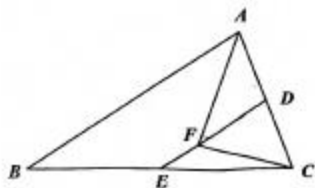
- ① $\angle AEB = 75^\circ$;
② $S_{\triangle BCF} = S_{\triangle ACF}$;
③ 当 $AD = BC$ 时, $\angle BDC = 150^\circ$;
④ 点 C 的坐标为 $(\sqrt{3} - 1, 1 - \sqrt{3})$;
⑤ 当 $BD + CD = AD$ 时, $CD = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{3}$;

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

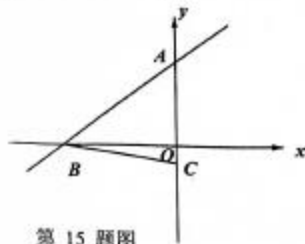


二、填空题 (本大题 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.)

13. 已知点 $A(-3, 2)$ 关于 y 轴对称的点 B 的坐标是 (a, b) , 则 $a + b =$ _____.
14. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 6$ cm, 点 D 、 E 分别是 AC 、 BC 的中点, 连接 DE , 在 DE 上有一点 F , $EF = 1$ cm, 连接 AF , CF , 若 $AF \perp CF$, 则 $AB =$ _____.



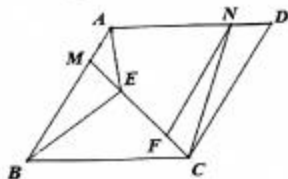
第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, 已知直线 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 交 x 轴于点 B , 交 y 轴于点 A , 点 C 在 y 轴负半轴上, $\angle ABC = 45^\circ$, 则直线 BC 的解析式为 _____.

16. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 120^\circ$, $CD = 4$, M, N 分别是边 AB, AD 的动点, 满足 $AM = DN$, 连接 CM, CN , E 是边 CM 上的动点, F 是 CM 上靠近 C 的四等分点, 连接 AE, BE, NF , 当 $\triangle CFN$ 面积最小时, $\frac{1}{2}BE + AE$ 的最小值为_____.



三、解答题: 本大题共 8 个小题, 共 86 分.

17. 计算 (每小题 4 分, 共 8 分)

(1) $2\sqrt{\frac{1}{2}} + (\pi - \sqrt{3})^0 - \sqrt{(-4)^2}$

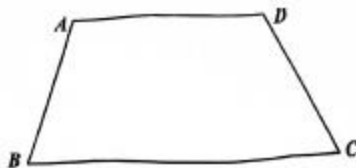
(2) $(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2) + (\sqrt{3} + 2)^2$

18. (8 分) 化简求值: $\frac{2m-4}{m^2-1} + \frac{m-2}{m^2-2m+1} - \frac{2m}{m+1}$, 其中 m 的值为 $\sqrt{10}-1$.

19. (10 分) 尺规作图: 在四边形 $ABCD$ 中, AD 与 BC 平行.

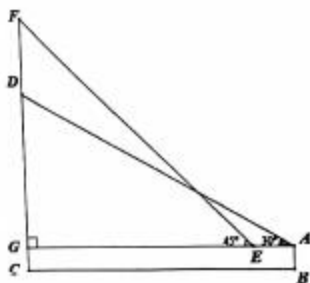
(1) 作 $\angle ABC$ 的角平分线交 AD 于点 P , 过点 A 作 BP 的垂线交 BC 于点 Q . (保留作图痕迹, 不写作法).

(2) 在第(1)问的条件下, 证明: $AP = BQ$.



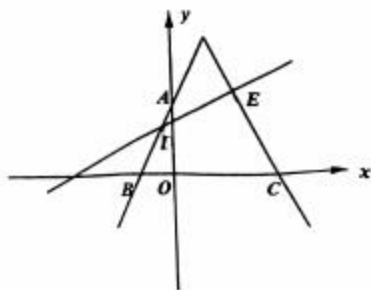
20. (10分) 如图, 小谢想测某楼的高度, 她站在 B 点从 A 处望向三楼的老田 (D), 测得仰角 $\angle DAG$ 为 30° , 接着她向高楼方向前进 1 m , 从 E 处仰望楼顶 F , 测得仰角 $\angle FEG$ 为 45° , 已知小谢身高 (AB) 1.7 m , $DF = 6\text{ m}$ (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.7, \sqrt{2} \approx 1.4$)

- (1) 求 GE 的距离 (结果保留根号)
- (2) 求高楼 CF 的高度 (结果保留一位小数)



21. (10分) 已知函数 $y_1 = -2|x-1| + a$ 的图象与 x 轴交于 B 、 C 两点, 与 y 轴交于 $A(0, 2)$, 函数 $y_2 = kx + 3k$ 的图象与函数 $y_1 = -2|x-1| + a$ 的图象交于 D 、 E 两点, 将函数 $y_2 = kx + 3k$ 的图象向下平移一个单位后经过点 B .

- (1) 求函数 $y_1 = -2|x-1| + a$ 和函数 $y_2 = kx + 3k$ 的表达式;
- (2) 当 $-2 < x < 2$ 时, 求 y_1, y_2 的取值范围.



22. (10 分) “快乐体验创业, 财商助力未来”, 为了让学生亲身体验市场经济, 了解市场规律, 某校举办了“快乐易物”实践活动。八年级某班一共购进商品 300 件, 分成两大类, 学习用品类和文娱玩具类, 其中学习用品的平均售价为 10 元/件, 文娱玩具的平均售价为 15 元/件。

(1) 若商品全部售完, 营业额为 3600 元, 其中有多少件学习用品?

(2) 若购进的商品总价不高于 1335 元, 其中学习用品的平均进价为 4 元/件, 文娱玩具的平均进价为 5 元/件, 商品全部售完, 每个班的摊位费为 150 元。设学习用品 a 件, 总利润为 W 元, 求 W 与 a 之间的函数关系式, 并求出利润最大的采购方案以及最大利润。

23. (10 分) 若一个正整数 m 既能表示成 $a^2 + b^2$ (a, b 是正整数, 且 $a > b$), 又能表示成 $x^2 - y^2$ (x, y 是正整数, 且 $x > y$) 的形式, 则称这个数为“优秀数”。

例如: $5 = 1^2 + 2^2$, $5 = 3^2 - 2^2$, 所以 5 是“优秀数”。

(1) 判断 17 是否是“优秀数”, 并说明理由;

(2) 对于一个三位“优秀数” n , $n = a^2 + b^2$, $n = x^2 - y^2$, 且满足 y 是 a 的 2 倍, x 与 b 的差为 40, 求满足条件的 n 的值。

24. (10 分) 如图, 已知 $C(-1, -1)$ 关于 x 轴的对称点 A 在直线 $l_1: y = kx + 2$ 上, l_1 与直线 $l_2: y = -2x + 5$ 交于点 B .

(1) 求直线 l_1 的解析式与点 B 的坐标;

(2) l_2 上是否存在一点 P , 使得 $S_{\triangle BCP} = 2$, 若存在, 求出 P 点坐标, 若不存在, 说明理由;

(3) 已知点 $D(3, 0)$, M, N 是 l_1 上两个动点, 且 $MN = \sqrt{2}$ (N 在 M 的右侧), 当 $CM + MN + ND$ 的值最小时, 直接写出点 M, N 的坐标; 已知点 E 是平面内除原点外一点, 点 M, N, C, E 组成的四边形是平行四边形, 直接写出点 E 的坐标, 若不存在, 说明理由.

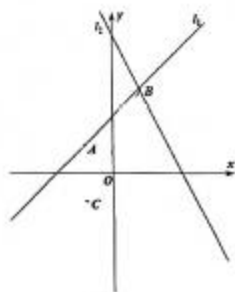


图 1

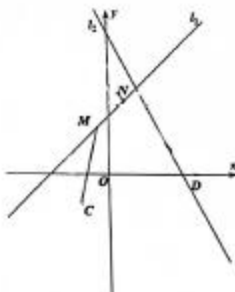
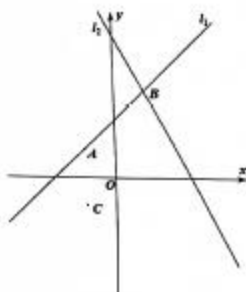


图 2



备用图

25. (10分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AB 边上一点, 连接 CD , $AC=CD$, 点 E 是直线 CD 上的一个动点; 连接 AE 并延长交直线 BC 于 F , $AF=BF$.

(1) 如图1, 若 $\angle BAC = 75^\circ$, $AC = 6\sqrt{3}$, $CE = 2$, 求点 A 到 CD 的距离;

(2) 如图2, 若点 E 是线段 CD 的中点, 求证: $AB = 2AD$;

(3) 如图3, 若 $\angle BAC = 45^\circ$, $AD = 4\sqrt{2}$, 将线段 AE 绕点 A 旋转 45° , 点 E 的对应点为点 G , 连接 EG , 求 CG 的最小值.

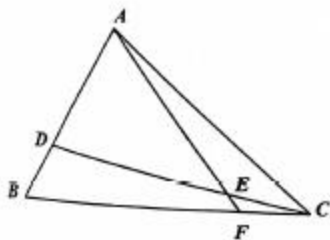


图1

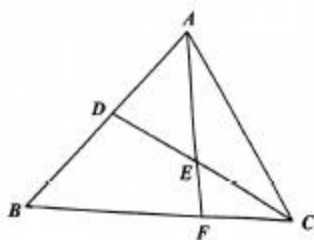


图2

