

2021—2022 学年度上期九年级数学期末试题

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）下列各小题均有四个选项，其中只有一个是正确的。

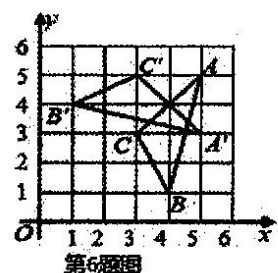
1. 已知 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，且 α 是锐角，则 $\alpha =$ ()
A. 90° B. 45° C. 60° D. 30°
2. 若关于 x 的一元二次方程 $(m+1)x^2+3x+m^2-1=0$ 的一个实数根为 0，则 m 等于 ()
A. 1 B. ± 1 C. -1 D. 0
3. 设 x, y 为实数，且 $y=6+\sqrt{4-x}+\sqrt{x-4}$ ，则 $| -x+y |$ 的值是 ()
A. 1 B. 2 C. 4 D. 5
4. 定义运算： $m \star n = mn^2 - mn - 1$ 。例如： $4 \star 2 = 4 \times 2^2 - 4 \times 2 - 1 = 7$ ，则方程 $1 \star x = 0$ 的根的情况为 ()
A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 无实数根 D. 只有一个实数根
5. 现有 4 张卡片，正面图案如图所示，它们除此之外完全相同，把这 4 张卡片背面朝上洗匀，从中随机抽取两张，则这两张卡片正面图案恰好是“天问”和“九章”的概率是 ()



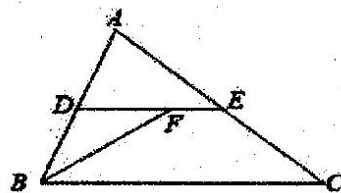
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{1}{12}$
6. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 绕某点顺时针旋转得到 $\triangle A'B'C'$ ，点 A, B, C 的对应点分别为 A', B', C' ，则旋转中心的坐标为 ()
A. (3, 4) B. (3, 5) C. (4, 4) D. (4, 5)
7. 如图， D, E 分别为 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 的中点，连接 DE ，过点 B 作 BF 平分 $\angle ABC$ ，交 DE 于点 F 。若 $EF=4, AD=7$ ，则 BC 的长为 ()
A. 22 B. 20 C. 18 D. 16
8. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，下列结论：
① $b^2 - 4ac > 0$ ；② $abc < 0$ ；③ $4a+b=0$ ；④ $4a-2b+c > 0$ 。

其中正确结论的个数是 ()

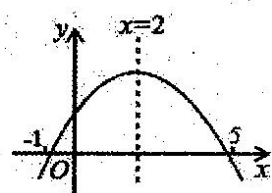
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1



第6题图



第7题图



第8题图

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 BC 、 AC 上的点, AD 与 BE 相交于点 F , 若 E 为 AC 的中点, $BD:DC=2:3$, 则 $AF:FD$ 的值是 ()

- A. 2.5 B. 3 C. 4 D. 2

10. 将平面直角坐标系平移后, 函数 $y=2x^2+4x-3$ 的解析式变为 $y=2x^2-4x+3$, 则平面直角坐标系平移可以是 ()

- A. 向左平移2个单位, 向上平移6个单位 B. 向右平移2个单位, 向上平移6个单位
C. 向左平移2个单位, 向下平移6个单位 D. 向右平移2个单位, 向下平移6个单位

二、填空题 (每小题3分, 共15分)

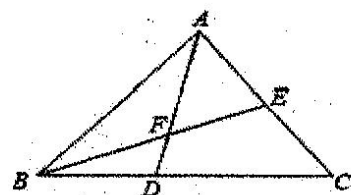
11. 化简 $\sqrt{12}-\sqrt{0.5}-\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{18}$ 的结果是 _____.

12. 关于 x 的一元二次方程 $(a-2)x^2+x+a^2-4=0$ 的其中一个根是0, 则 $a=$ _____.

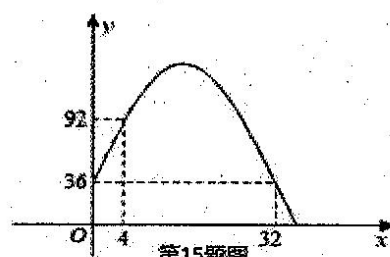
13. 已知, 点 $A(-4, y_1)$, $B(\frac{1}{2}, y_2)$ 在二次函数 $y=-x^2+2x+c$ 的图象上, 则 y_1 与 y_2 的大小关系为_____.

14. 将抛物线 $y=x^2+4x+3$ 绕原点旋转 180° 后, 再分别向下、向右平移3个单位, 此时该抛物线的解析式为_____.

15. 按照防疫要求, 学生在校时必须排队接受体温检测, 某校统计了学生早晨到校情况, 发现从7:00开始, 在校门口的学生人数 y 随时间 x (单位: 分钟) 的变化情况的图象是如图所示的某抛物线的一部分, 则校门口排队等待体温检测的学生最多时有 _____ 人.



第9题图



第15题图

三、解答题 (本大题共8个小题, 共75分)

16. (10分) 计算:

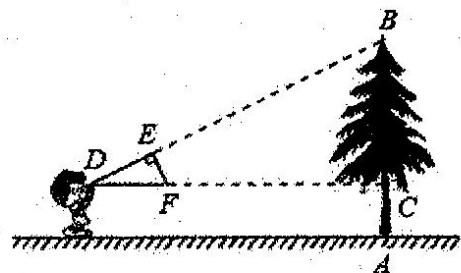
(1) $(-1)^{2021} - 2(\pi+1)^0 + \sqrt[3]{27} - |1-\sqrt{2}|$

(2) $(3+\sqrt{2})^2 (1+\sqrt{2}) (1-\sqrt{2})$

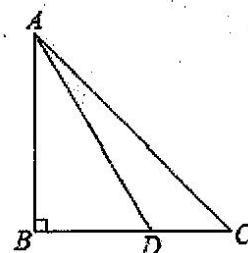
17. (9分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+3)x + m+2=0$.

- (1) 求证: 方程总有两个实数根;
(2) 若方程的两个实数根都是正整数, 当 m 为取值范围内的最小整数时, 求此方程的根.

18. (9分) 如图, 小亮同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB , 他调整自己的位置, 设法使斜边 DF 保持水平, 并且边 DE 与树顶 B 在同一直线上. 已知纸板的两条边 $EF=30\text{cm}$, $DE=40\text{cm}$, 延长 DF 交 AB 于点 C , 测得边 DF 离地面的高度 $AC=1.5\text{m}$, $CD=12\text{m}$, 求树高 AB .

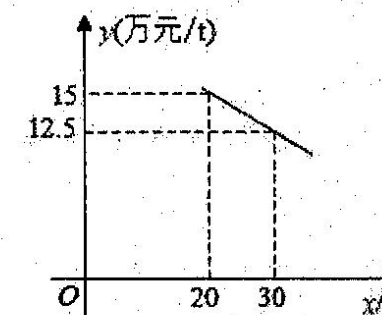


19. (9分) 全国历史文化名城宜宾有许多名胜古迹, 始建于明朝的白塔是其中之一. 如图, 为了测量白塔的高度 AB , 在 C 处测得塔顶 A 的仰角为 45° , 再向白塔方向前进 15 米到达 D 处, 又测得塔顶 A 的仰角为 60° , 点 B 、 D 、 C 在同一水平线上, 求白塔的高度 AB . ($\sqrt{3} \approx 1.7$, 精确到 1 米)



20. (9分) 某公司计划购进一批原料加工销售, 已知该原料的进价为 6.2 万元/ t , 加工过程中原料的质量有 20% 的损耗, 加工费 m (万元) 与原料的质量 x (t) 之间的关系为 $m=50+0.2x$, 销售价 y (万元/ t) 与原料的质量 x (t) 之间的关系如图所示.

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 设销售收入为 P (万元), 求 P 与 x 之间的函数关系式;
- (3) 原料的质量 x 为多少吨时, 所获销售利润最大, 最大销售利润是多少万元? (销售利润 = 销售收入 - 总支出).



21. (9分) 现有 A 、 B 两个不透明的袋子, A 袋的 4 个小球分别标有数字 1, 2, 3, 4; B 袋的 3 个小球分别标有数字 1, 2, 3. (每个袋中的小球除数字外, 其它完全相同.)

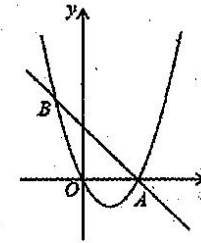
- (1) 从 A 、 B 两个袋中各随机摸出一个小球, 则两个小球上数字相同的概率是 _____;
- (2) 甲、乙两人玩摸球游戏, 规则是: 甲从 A 袋中随机摸出一个小球, 乙从 B 袋中随机摸出一个小球, 若甲、乙两人摸到小球的数字之和为奇数时, 则甲胜; 否则乙胜, 用列表或树状图的方法说明这个规则对甲、乙两人是否公平.

22. (10分) 如图, 抛物线 $y=x^2+mx$ 与直线 $y=-x+b$ 相交于点 $A(2, 0)$ 和点 B .

(1) 求 m 和 b 的值;

(2) 求点 B 的坐标, 并结合图象写出不等式 $x^2+mx > -x+b$ 的解集;

(3) 点 M 是直线 AB 上的一个动点, 将点 M 向左平移 3 个单位长度得到点 N , 若线段 MN 与抛物线只有一个公共点, 直接写出点 M 的横坐标 x_M 的取值范围.



23. (10分) 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $AB=AC$, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $AD=AE$, 连接 DC , 点 M, P, N 分别为 DE, DC, BC 的中点.

(1) 观察猜想: 图 1 中, 线段 PM 与 PN 的数量关系是 _____, 位置关系是 _____;

(2) 探究证明: 把 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针方向旋转到图 2 的位置, 连接 MN, BD, CE , 判断 $\triangle PMN$ 的形状, 并说明理由;

(3) 拓展延伸: 把 $\triangle ADE$ 绕点 A 在平面内自由旋转, 若 $AD=4, AB=10$, 请直接写出 $\triangle PMN$ 面积的最大值.

