

江苏省南通市崇川区启秀中学2021-2022学年 初二上学期第二次月考数学试卷

一、选择题 (每题 2 分, 共 20 分)

1. 若代数式在 $\frac{1}{x-3}$ 实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是 ()

- A. $x < 3$ B. $x > 3$ C. $x \neq 3$ D. $x = 3$

2. 下列多项式中, 能用提公因式法分解因式的是 ()

- A. $x^2 - y$ B. $x^2 + 2x$ C. $x^2 + y^2$ D. $x^2 - xy + y^2$

3. 下列各式中正确的是 ()

(1) $(\frac{1}{3})^{-2} = 9$ (2) $2^{-2} = -4$ (3) $m^0 = 1$ (4) $(-2)^{-2} = 4$ (5) $(-3)^2 = 36$

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 1 个

4. 下列正确的是 ()

- A. $x^2 + y^2 = (x+y)(x-y)$ B. $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$
C. $-x^2 + y^2 = (-x+y)(-x-y)$ D. $-x^2 - y^2 = -(x+y)(x-y)$

5. 若 $x^2 + 2mx + 16$ 是完全平方式, 则 $(m-1)^2 + 2$ 的值是 ()

- A. 11 B. 3 C. 11 或 27 D. 3 或 11

6. 若 $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = x + 3$, 则 x 的取值应为 ()

- A. $x \geq 3$ B. $x \leq 3$ C. $x \geq -3$ D. $x \leq -3$

7. 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ B. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
C. $5\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} = 5\sqrt{6}$ D. $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 2$

8. 若 $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $b = \sqrt{2} - \sqrt{3}$, 则 a 与 b 之间的关系是 ()

- A. 互为倒数 B. 互为相反数 C. 互为负倒数 D. 相等

9. 在化简 $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ 时, 甲、乙两位同学的解答如下:

甲: $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(x-y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{(x-y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} = \sqrt{x} - \sqrt{y}.$

乙: $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}.$

关于解答过程, 下列说法正确的是 ()

- A. 甲错乙对 B. 甲对乙错 C. 两人都对 D. 两人都错

10. 若 x 取整数, 则使 $\frac{6x+3}{2x-1}$ 的值为整数的 x 值有 ()

- A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7 个

二、填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

11. 0.000315 用科学计数法表示为_____.

12. 因式分解: $x^2-9=$ _____.

13. 最简二次根式 $\sqrt{4a+3b}$ 与 $^{b+1}\sqrt{2a-b+6}$ 是同类二次根式, 则 $a-b=$ _____.

14. 已知 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$, 则 $\frac{2x-5xy+2y}{x+2xy+y}$ 的值为_____.

15. 若 $y = \sqrt{3-x} + \sqrt{x-3} + 5$, 则 $\sqrt{y^{-1}} =$ _____.

16. 若 $\sqrt{24m}$ 是一个正整数, 则正整数 m 的最小值是_____.

17. 关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} = 0$ 无解, 则 $m=$ _____.

18. $a = \sqrt{2020x+2019}$, $b = \sqrt{2020x+2020}$, $c = \sqrt{2020x+2021}$, 则 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$ 的值为_____.

三、解答题

19. 化简: (每题 4 分, 共 16 分)

① $\frac{a^2}{a-1} - a - 1$

② $\left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+1}{x}\right) \div \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}$

③ $\sqrt{8} + \sqrt{32} + \sqrt{18} - \sqrt{24}$

④ $3\sqrt{2} \left(2\sqrt{12} - 4\sqrt{\frac{1}{8}} + 3\sqrt{48} \right)$

20. (4分) 解方程: $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$

21. (4分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{3}{a+2} - 1\right) \div \frac{a^2 - 2a + 1}{a^2 - 4}$, 从-2, -1, 2中选取一个合适的数作为 a 的值代入求值.

22. (7分) 在今年新冠肺炎防疫工作中, 某公司购买了 A 、 B 两种不同型号的口罩, 已知 A 型口罩的单价比 B 型口罩的单价多 1.5 元, 且用 8000 元购买 A 型口罩的数量与用 5000 元购买 B 型口罩的数量相同.

(1) A 、 B 两种型号口罩的单价各是多少元?

(2) 根据疫情发展情况, 该公司还需要增加购买一些口罩, 增加购买 B 型口罩数量是 A 型口罩数量的 2 倍, 若总费用不超过 3800 元, 则增加购买 A 型口罩的数量最多是多少个?

23. (6分) 关于 x 的方程 $\frac{2x+a}{x-2} = -1$ 的解是正数, 求 a 的取值范围.

24. (7分) 王老师每月去加油站给汽车加两次油, 这个月两次加油时的汽油单价分别为 a 元/升和 b 元/升 ($a > 0$, $b > 0$ 且 $a \neq b$), 现有两种加油方案:

方案 A. 两次都加相同钱数 (单位: 元) 的油;

方案 B. 两次都加相同容积 (单位: 升) 的油.

假设每次加油都未加满油箱, 试比较两种方案哪种平均价格更低, 并说明理由.

25. (10分) 已知 x 为实数且 $x^2 + 3x + 1 = 0$.

① 求 $x + \frac{1}{x}$ 的值;

② 求 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{(x-1)^2}} - 2x + 3 - \frac{4}{x-1}$ 的值.

26. (10分) 若一个正四位数 A 满足: ①千位数字² - 百位数字² = 后两位数, 则称 A 为“励志数”.

例如: $\because 6^2 - 1^2 = 35$, $\therefore 6135$ 为“励志数”. ② $7 \times (\text{千位数字} - \text{百位数字}) = \text{后两位数}$, 则称 A 是“致远数”. 例如: $7 \times (8 - 5) = 21$, $\therefore 8521$ 为“致远数”.

(1) 若一个“励志数”的千位数字为 8, 百位数字为 7, 则这个数是_____.

若一个“励志数”的后两位数字为 16, 则这个数是_____.

(2) 一个“励志数”与一个“致远数”的千位数字均为 m , 百位数字均为 n , 且这个“励志数”比“致远数”大 14, 求满足条件的“励志数”.

参考答案

1~5 CBDBC

6~10 CDCAA

11、 3.15×10^{-4}

12、 $(x+3)(x-3)$

13、0

14、 $\frac{5}{7}$

15、 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

16、6

17、-4 或 0

18、3

19、① $\frac{1}{a-1}$ ② $\frac{x+1}{x^2}$ ③ $9\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$ ④ $48\sqrt{6} - 6$

20、无解（解出的 $x=1$ ，为增根）

21、化简为 $-\frac{a-2}{a-1}$ （或者写成 $\frac{a-2}{1-a}$ ），当 $x=-1$ 时，值为 $-\frac{3}{2}$ （注意，此题 x 只能取 -1）

22、（1）A 型 4 元，B 型 2.5 元 （2）422 个

23、 $a < 2$ 且 $a \neq -4$

24、方案 A . 理由略

25、① -3 ② 5

26、（1）第一空：8715 ；第二空 5316 或 4016 （2）8628 或 8163
