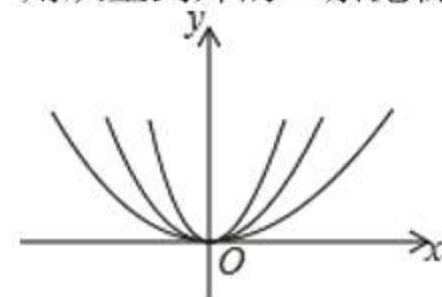


数学试题

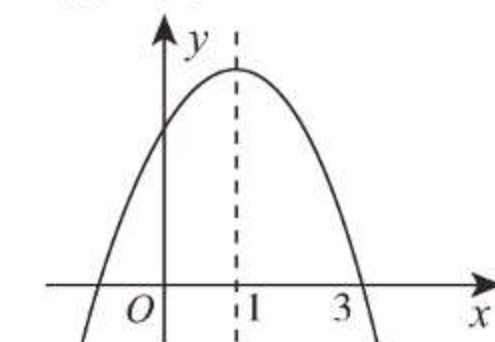
满分: 120 分 时间: 120 分钟 命题人: 郝东达 测试时间: 2021/09/24

一、单项选择题 (每小题 2 分, 共 12 分)

- 下列函数中是二次函数的是 ()
A. $y = 3x + 1$ B. $y = 3x^2 - 6$ C. $y = x^2 + \frac{1}{x}$ D. $y = -2x^3 + x - 1$
- 抛物线 $y = -2(x - 2)^2 - 5$ 的顶点坐标是 ()
A. $(-2, 5)$ B. $(2, -5)$ C. $(-2, -5)$ D. $(2, 5)$
- 在同一直角坐标系中, 关于 $y = x^2$, $y = x^2 + 2$, $y = -2x^2 - 1$ 的图象, 说法正确的是 ()
A. 开口方向相同 B. 都经过原点
C. 都关于 y 轴对称 D. 互相可以通过平移得到
- 抛物线 $y = x^2 + 2x - 5$ 与 y 轴的交点坐标为 ()
A. $(-5, 0)$ B. $(0, -5)$ C. $(5, 0)$ D. $(0, 5)$
- 如图, 在同一直角坐标系中, 作出函数① $y = 3x^2$; ② $y = \frac{1}{2}x^2$; ③ $y = x^2$ 的图象, 则从里到外的三条抛物线对应的函数依次是 ()



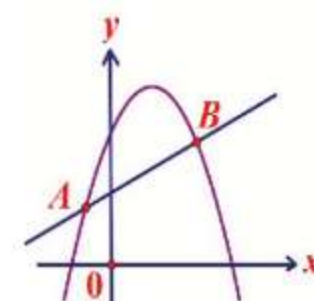
- A. ①②③ B. ①③② C. ②③① D. ③②①
6. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = 1$, 经过点 $(3, 0)$. 下列结论:
① $abc > 0$; ② $b^2 - 4ac > 0$; ③ $3a + c = 0$; ④ 抛物线经过点 $(-3, y_1)$ 和 $(4, y_2)$,
则 $y_1 > y_2$; ⑤ $am^2 - b \leq a - bm$ (m 为任意实数). 其中, 正确结论的个数是 ()



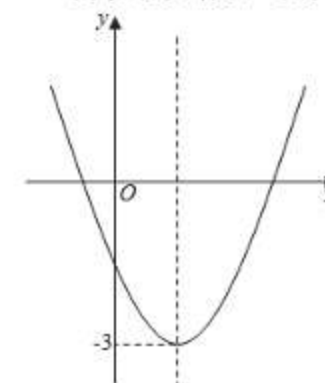
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

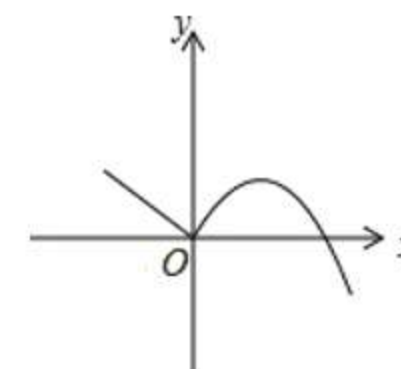
- 已知二次函数 $y = x^2 - 5$, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而_____ (“增大” 或 “减小”).
- 已知抛物线 $y = x^2 - x - 1$ 与 x 轴的一个交点为 $(m, 0)$, 则代数式 $m^2 - m + 5 =$ _____.
- 二次函数 $y = x^2 - 2x + 1$ 在 $2 \leq x \leq 5$ 范围内的最小值为_____.
- 直线 $y = mx + n$ 的图象与二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象相交于 $A(-1, p)$, $B(4, q)$ 两点, 则关于 x 的不等式 $mx + n > ax^2 + bx + c$ 的解集是_____.



- 已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + c$ 经过 $(0, y_1)$ 和 $(3, y_2)$ 两点, 则 y_1 _____ y_2 (填 $>$ 或 $<$).
- 抛物线 $y = 2x^2 + 2(k-1)x - k$ (k 为常数) 与 x 轴交点的个数是_____.
- 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = m$ 有实数根, 则 m 的取值范围是_____.



14. 已知函数 $y = \begin{cases} -x^2 + 2x, & (x > 0) \\ -x, & (x \leq 0) \end{cases}$ 的图象如图所示, 若直线 $y = x + m$ 与该图象恰有三个不同的交点, 则 m 的取值范围为_____.



座位号	
-----	--

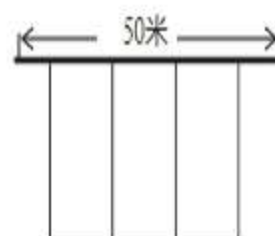
三、解答题（每小题 5 分，共 20 分）

15、已知抛物线的顶点是 $(-2, 3)$ ，且经过点 $(-1, 4)$ ，求这条抛物线的函数表达式.

16、已知抛物线 $y = ax^2 + kx - k + 2$ 可由抛物线 $y = -2x^2$ 平移得到，且经过点 $(-4, -10)$ ，确定 a, k 的值。

17、已知二次函数的表达式为 $y = x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m$ ，试判断该二次函数的图象与 x 轴交点的个数？并说明理由。

18、某农场拟建三间长方形种牛饲养室，饲养室的一面靠墙（墙长 $50m$ ），中间用两道墙隔开（如图）。已知计划中的建筑材料可建墙的总长度为 $48m$ ，则这三间长方形种牛饲养室的总占地面积的最大值为多少 m^2 ？



四、解答题（每小题 7 分，共 28 分）

19、为了落实国务院的指示精神，某地方政府出台了一系列“三农”优惠政策，使农民收入大幅度增加。某农户生产经销一种农产品，已知这种产品的成本价为每千克 20 元，市场调查发现，该产品每天的销售量 y (kg) 与销售价 x (元/kg) 有如下关系： $y = -2x + 80$ 。设这种产品每天的销售利润为 W 元。

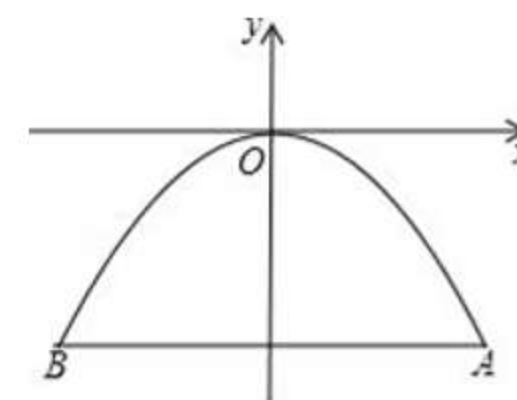
(1) 求 W 与 x 之间的函数关系式；

(2) 该产品销售价定为每千克多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少元？

20、河上有一座桥孔为抛物线形的拱桥，水面宽为 6 米时，水面离桥孔顶部 3 米。把桥孔看成一个二次函数的图象，以桥孔的最高点为原点，过原点的水平线为横轴，过原点的铅垂线为纵轴，建立如图所示的平面直角坐标系。

(1) 请求出这个二次函数的表达式；

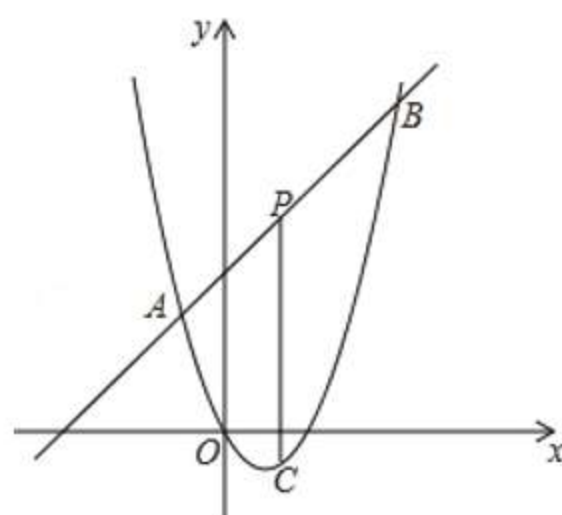
(2) 因降暴雨水位上升 1 米，此时水面宽为多少？



21、求关于 x 的二次函数 $y=x^2-2tx+1$ 在 $-1 \leq x \leq 1$ 上的最小值 (t 为常数)

22、已知一次函数 $y=x+4$ 的图象与二次函数 $y=ax(x-2)$ 的图象相交于 $A(-1, b)$ 和 B ，点 P 是线段 AB 上的动点 (不与 A, B 重合)，过点 P 作 $PC \perp x$ 轴，与二次函数 $y=ax(x-2)$ 的图象交于点 C 。

- (1) 求 a, b 的值及 B 点的坐标；
- (2) 求线段 PC 长的最大值。

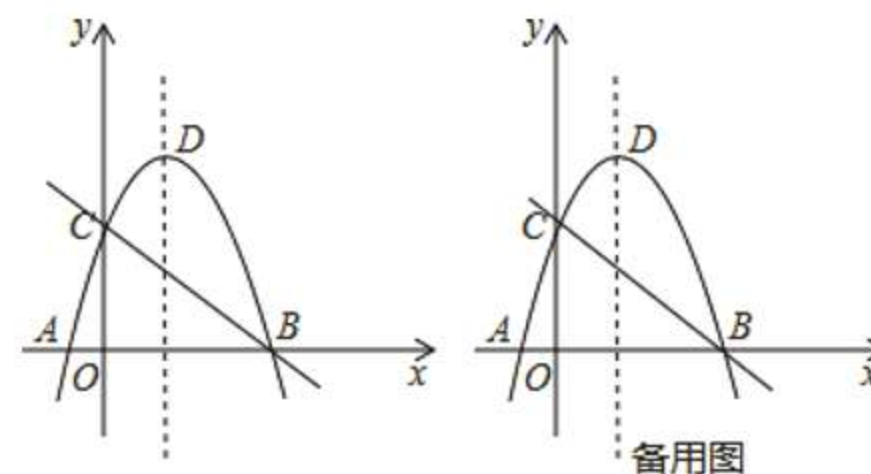


五、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

23、若两个二次函数图象的顶点相同, 开口大小相同, 但开口方向相反, 则称这两个二次函数为“对称二次函数”。

- (1) 请写出二次函数 $y=2(x-2)^2+1$ 的“对称二次函数”；
- (2) 已知关于 x 的二次函数 $y_1=x^2-3x+1$ 和 $y_2=ax^2+bx+c$, 若 y_1-y_2 与 y_1 互为“对称二次函数”, 求函数 y_2 的表达式. (顶点公式: $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$)

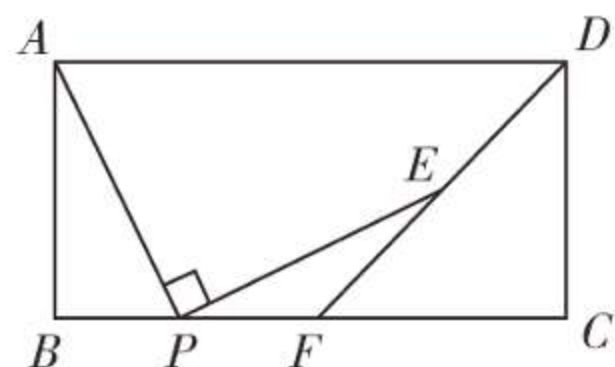
24、如图, 直线 $y=-x+3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 B, C 两点, 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点 B, C , 顶点为 D 。



- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 在 x 轴上找一点 E , 使 $EC+ED$ 的值最小, 求 $EC+ED$ 的最小值；

六、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

25、如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $BC = 8$ ， P 是线段 BC 上一动点，连接 AP ，在矩形内作 $PE \perp AP$ 且 $PE = PA$ ，连接 DE ，直线 DE 交 BC 于 F 。

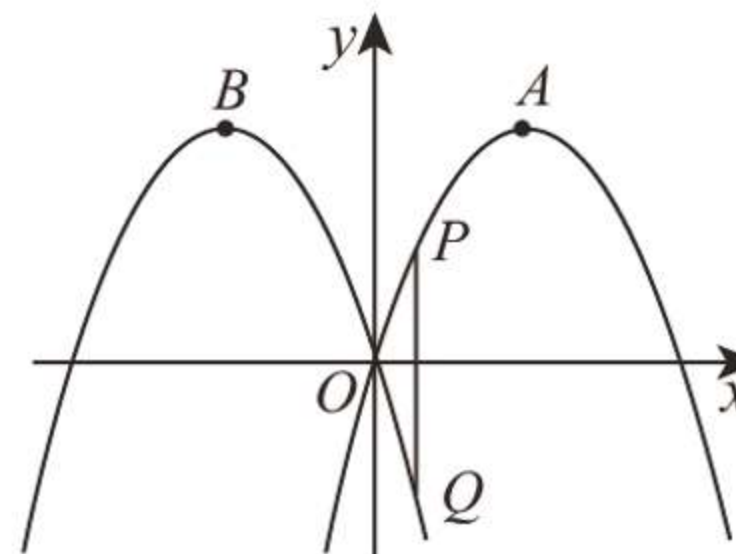


(1) 若 $BP = 1$ ，求 PE 的长；

(2) 设 $BP = x$ ，四边形 $APED$ 的面积为 S ，试求 S 与 x 之间的函数关系式；

(3) 当 x 为何值时，四边形 $APED$ 的面积 S 最小，并求出最小值。

26、如图，在平面直角坐标系中，抛物线 C_1 的解析式为 $y = -x^2 + 2mx (m > 0)$ ，将抛物线 C_1 沿 y 轴翻折得到抛物线 C_2 ，抛物线 C_1 ， C_2 的顶点分别为 A ， B ， P 为抛物线 C_1 上一动点，且 P 点横坐标为 $n (n > 0)$ ，过 P 作 y 轴的平行线交抛物线 C_2 于点 Q 。



(1) 当 $m = 1$ 时，请直接写出抛物线 C_2 的解析式；

(2) 在 (1) 的基础上，当 $\triangle PQB$ 的面积是 $\triangle PQA$ 的面积 2 倍时，求 n 的值；

(3) 若 $n = \frac{1}{2}$ ，设 $\triangle PQA$ 的面积为 S ，求 S 与 m 之间的函数关系式；

(4) 若 $n = 2$ ， M 为抛物线 C_2 上一动点，当 $\triangle MPQ$ 为等腰直角三角形，且 $\angle MPQ = 90^\circ$ 时，请直接写出 m 的值。