

## 雅实第三次月考试卷

### 一. 选择题 (共10 小题)

1. 在  $-\sqrt{3}$ ,  $-\frac{1}{4}$ , 0, 1 四个数中, 最大的数是 ( )

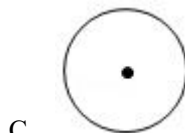
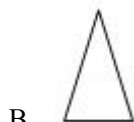
A. 1

B. 0

C.  $-\frac{1}{4}$

D.  $-\sqrt{3}$

2. 下列几何图形中, 是中心对称图形的是 ( )



3. 下列计算正确的是 ( )

A.  $b^3 \cdot b^3 = 2b^3$

B.  $(x+2)(x-2) = x^2 - 2$

C.  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

D.  $(-2a)^2 = 4a^2$

4. 在一只不透明的口袋中放入红球 6 个, 黑球 2 个, 黄球  $n$  个, 这些球除颜色不同外, 其它无任何差别. 搅匀后随机从中摸出一个恰好是黄球的概率为  $\frac{1}{3}$ , 则放入口袋中的黄球总数  $n$  是 ( )

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

5. 若线段  $2cm$ ,  $4cm$ ,  $x$ ,  $10cm$  成比例, 则  $x$  等于 ( )

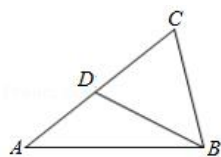
A.  $\frac{4}{5}cm$

B.  $20cm$

C.  $5cm$

D.  $8cm$

6. 如图, 已知  $\triangle ABC \sim \triangle BDC$ , 其中  $AC=4$ ,  $CD=2$ , 则  $BC=$  ( )



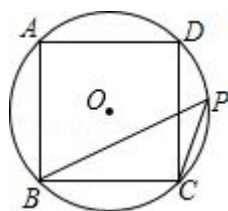
A. 2

B.  $2\sqrt{2}$

C.  $2\sqrt{3}$

D. 4

7. 已知: 如图, 四边形  $ABCD$  是  $\odot O$  的内接正方形, 点  $P$  是劣弧  $\widehat{CD}$  上不同于点  $C$  的任意一点, 则  $\angle BPC$  的度数是 ( )



A.  $45^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $75^\circ$

D.  $90^\circ$

8. 用白铁皮做罐头盒，每张铁片可制盒身 25 个，或制盒底 40 个，一个盒身与两个盒底配成一套罐头盒，现有 36 张白铁皮，设用  $x$  张制盒身， $y$  张制盒底，恰好配套制成罐头盒，则下列方程组中符合题意的是（ ）

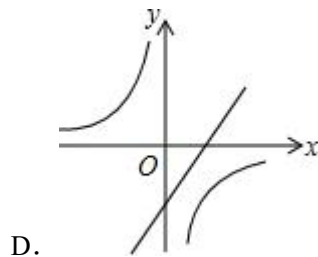
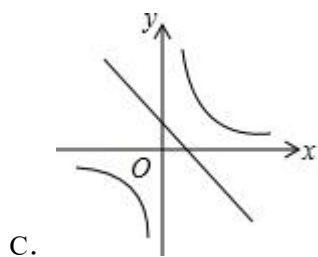
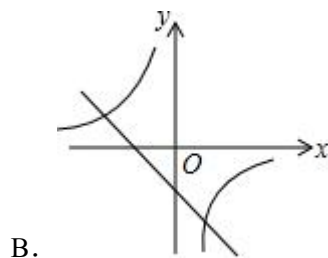
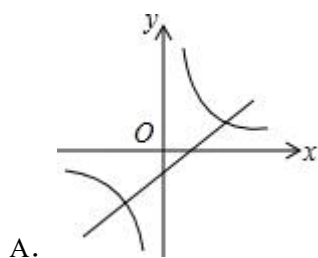
A. 
$$\begin{cases} x+y=36 \\ y=2x \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} x+y=36 \\ x=2y \end{cases}$$

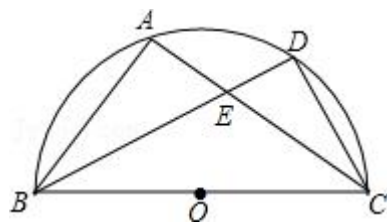
C. 
$$\begin{cases} x+y=36 \\ 2 \times 25x=40y \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} x+y=36 \\ 25x=2 \times 40y \end{cases}$$

9. 若  $ab < 0$ ，则反比例函数  $y = \frac{ab}{x}$  与一次函数  $y = ax + b$  在同一坐标系中的大致图象可能是（ ）



10. 如图所示，点  $A$ 、 $D$  在以  $BC$  为直径的半圆上， $D$  是弧  $\widehat{AC}$  的中点， $AC$  与  $BD$  交于点  $E$ 。若  $AE = 3$ ， $CD = 2\sqrt{5}$ ，则  $CE$  等于（ ）



A. 5

B.  $4\sqrt{5}$

C.  $2\sqrt{5}$

D. 12

## 二. 填空题（共 6 小题）

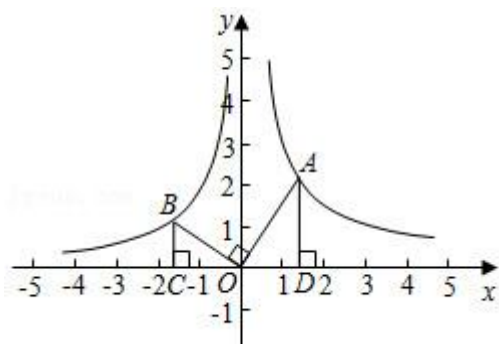
11. 我国“科学”号远洋科考船在最深约为  $11000m$  的马里亚纳海沟南侧发现了近 10 片珊瑚林。将 11000 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_。

12. 已知反比例  $y = \frac{m-2}{x}$  函数图象在各自的象限内,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13. 若  $\frac{a}{b} = \frac{7}{8}$ , 则  $\frac{a}{a+b}$  的值等于\_\_\_\_\_.

14. 边长为 6 的正六边形的外接圆的面积为\_\_\_\_\_.

15. 如图, 第一象限内的点  $A$  在反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  上, 第二象限的点  $B$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  上, 且  $OA \perp OB$ ,  $\frac{OB}{OA} = \frac{2}{3}$ ,  $BC$ 、 $AD$  垂直于  $x$  轴于  $C$ 、 $D$ , 则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.



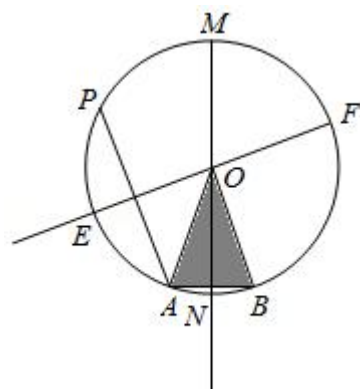
16. 如图, 等腰  $\triangle AOB$  中, 顶角  $\angle AOB = 40^\circ$ , 用尺规按①到④的步骤操作:

- ①以  $O$  为圆心,  $OA$  为半径画圆;
- ②在  $\odot O$  上任取一点  $P$  (不与点  $A$ ,  $B$  重合), 连接  $AP$ ;
- ③作  $AB$  的垂直平分线与  $\odot O$  交于  $M$ ,  $N$ ;
- ④作  $AP$  的垂直平分线与  $\odot O$  交于  $E$ ,  $F$ .

结论 I: 顺次连接  $M$ ,  $E$ ,  $N$ ,  $F$  四点必能得到矩形;

结论 II:  $\odot O$  上只有唯一的点  $P$ , 使得  $S_{\text{扇形} FOM} = S_{\text{扇形} AOB}$ .

对于结论 I 和 II, 下列判断正确的是 ( )



- A. I 和 II 都对      B. I 和 II 都不对      C. I 不对 II 对      D. I 对 II 不对

三. 解答题 (共 6 小题)

20. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y=kx+b$  ( $k>0$ ) 的图象与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于  $A$ 、 $B$  两点, 且与反比例函数  $y=\frac{4}{x}$  图象的一个交点为  $P(1, m)$ .

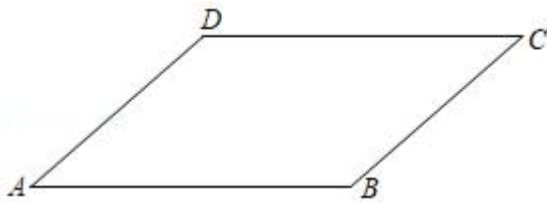
(1) 求  $m$  的值;

(2) 若  $PA=2AB$ , 求  $k$  的值.

21. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $AB>AD$ .

(1) 用尺规完成以下基本作图: 在  $AB$  上截取  $AE$ , 使  $AE=AD$ ; 作  $\angle BCD$  的平分线交  $AB$  于点  $F$ . (保留作图痕迹, 不写作法)

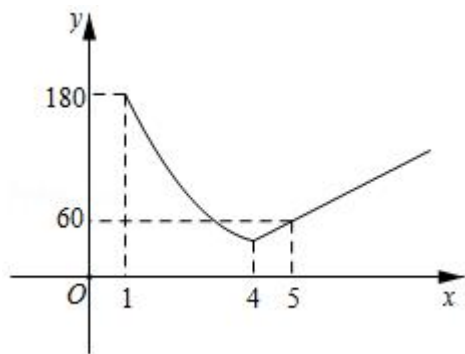
(2) 在 (1) 所作的图形中, 连接  $DE$  交  $CF$  于点  $P$ , 猜想  $\triangle CDP$  按角分类的类型, 并证明你的结论.



22. 为应对全球爆发的新冠疫情，某疫苗生产企业于 2021 年 1 月份开始了技术改造，其月生产数量  $y_1$ （万支）与月份  $x$  之间的变化如图所示，技术改造完成前是反比例函数图象的一部分，技术改造完成后是一次函数图象的一部分，请根据图中数据解答下列问题：

（1）该疫苗生产企业 4 月份的生产数量为多少万支？

（2）该疫苗生产企业有多少个月的月生产数量不超过 90 万支？



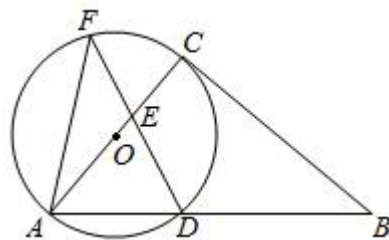
23. 如图，以  $\triangle ABC$  的  $AC$  边为直径作  $\odot O$ ，交  $AB$  于点  $D$ ， $E$  是  $AC$  上一点，连接  $DE$  并延长交  $\odot O$  于点  $F$ ，连接  $AF$ ，且  $\angle AFD = \angle B$ 。

（1）求证： $BC$  是  $\odot O$  的切线。

（2）当  $AE = AD$  时，

①若  $\angle FAC = 25^\circ$  时，求  $\angle B$  的大小；

②若  $OA = 5$ ， $AD = 6$ ，求  $DE$  的长。



24. 若函数  $y_1$ 、 $y_2$  满足  $y=y_1+y_2$ , 则称函数  $y$  是  $y_1$ 、 $y_2$  的“融合函数”. 例如, 一次函数  $y_1=2x+1$  和二次函数  $y_2=x^2+3x-4$ , 则  $y_1$ 、 $y_2$  的“融合函数”为  $y=y_1+y_2=x^2+5x-3$ .

(1) 若反比例函数  $y_1=\frac{2}{x}$  和一次函数  $y_2=kx-3$ , 它们的“融合函数”过点  $(1, 5)$ ,

求  $k$  的值;

(2) 若  $y_1=ax^2+bx+c$  为二次函数, 且  $a+b+c=5$ , 在  $x=t$  时取得最值,  $y_2$  是一次函数, 且  $y_1$ 、 $y_2$  的“融合函数”为  $y=2x^2+x-4$ , 当  $-1 \leq x \leq 2$  时, 求函数  $y_1$  的最小值 (用含  $t$  的式子表示);

(3) 若二次函数  $y_1=ax^2+bx+c$  与一次函数  $y_2=-ax-b$ , 其中  $a+b+c=0$  且  $a>b>c$ , 若它们的“融合函数”与  $x$  轴交点为  $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ , 求  $\sqrt{2}|x_1-x_2|$  的取值范围.

25. 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的边  $AB$  在  $x$  轴上, 且  $OB > OA$ , 以  $AB$  为直径的圆过点  $C$ . 若点  $C$  的坐标为  $(0, 4)$ ,  $AB = 10$ ,

(1) 求抛物线的解析式

(2) 点  $P$  为该函数在第一象限内的图象上一点(不与  $B, C$  重合), 过点  $P$  作  $PQ \perp BC$ , 垂足为点  $Q$ , 连接  $PC$ . 若以点  $P, C, Q$  为顶点的三角形与  $\triangle COA$  相似, 求点  $P$  的坐标.

(3) 若  $\angle ACB$  平分线所在的直线  $l$  交  $x$  轴与点  $E$ , 过点  $E$  任作一直线  $l'$  分别交射线  $CA$ ,  $CB$  (点  $C$  除外) 于点  $M, N$ . 则  $\frac{1}{CM} + \frac{1}{CN}$  的是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

