

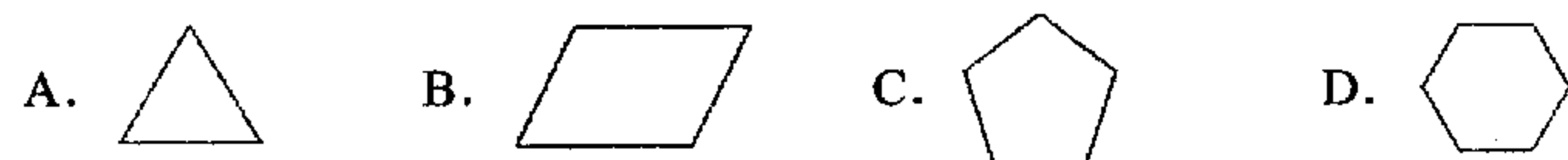
2021年秋季期九年级数学月考(二) 试题

一、单选题(共 36 分)

1. -2022 的相反数是 ()

- A. -2022 B. 2022 C. ± 2022 D. 2021

2. 下列图形中, 既是轴对称图形也是中心对称图形的是 ()



3. 根据梧州日报报道, 梧州市委宣传部大力开展庆祝中国共产党成立 100 周年优秀影片展映展播, 线上文艺展播点击率为 412 万人次, 其中 4120000 用科学记数法表示为 ()

- A. 4.12×10^5 B. 4.12×10^6 C. 4.12×10^7 D. 4.12×10^8

4. 下列各式计算正确的是 ()

- A. $3^3=9$ B. $(a-b)^2=a^2-b^2$
C. $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$ D. $(2a^2b)^3=8a^8b^3$

5. 骰子各面上的点数分别是 1, 2, ..., 6, 抛掷一枚骰子, 点数是偶数的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. 1

6. 一组数据 4, 6, x, 7, 10 的众数是 7, 则这组数据的平均数是 ()

- A. 5 B. 6.4 C. 6.8 D. 7

7. 方程 $\frac{1}{x} = \frac{2}{3x-3}$ 的解是 ()

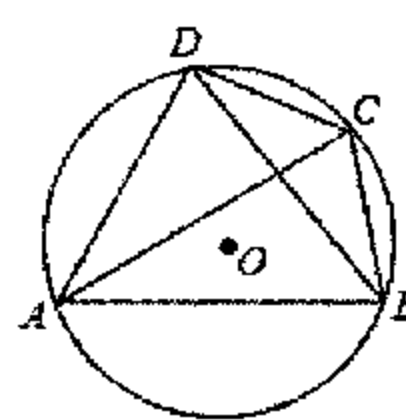
- A. $x=-2$ B. $x=-1$ C. $x=1$ D. $x=3$

8. 如图, 点 A、B、C、D 在 $\odot O$ 上, $\widehat{CB} = \widehat{CD}$, $\angle CAD = 30^\circ$, $\angle ACD = 50^\circ$, 则 $\angle ADB =$ ()

- A. 30° B. 50° C. 70° D. 80°

9. 2019 年 12 月以来, 湖北省武汉市发现一种新型冠状病毒感染引起的急性呼吸道传染病, 感染者的临床表现为: 以发热、乏力、干咳为主要表现, 在“新冠”初期, 有 1 人感染了“新冠”, 经过两轮传染后共有 144 人感染了“新冠”(这两轮感染因为人们不了解病毒而均未被发现未被隔离), 则每轮传染中平均一个人传染了 ()

- A. 10 人 B. 11 人 C. 12 人 D. 13 人



第 8 题

10. 如图, 在平面直角坐标系中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象上有 A、B 两点, 它们的横坐标分别为 2 和 4, $\triangle ABO$ 的面积为 6, 则 k 的值为 ()

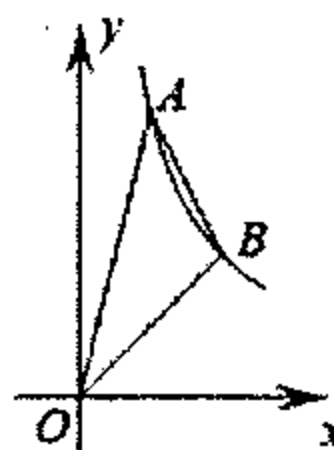
- A. 4 B. 8 C. 10 D. 12

11. 如图, 在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, 点 M 是边 AB 上一点 (不与点 A、B 重合), 作 $ME \perp AC$ 于点 E, $MF \perp BC$ 于点 F, 若点 P 是 EF 的中点, 则 PF 的最小值是 ()

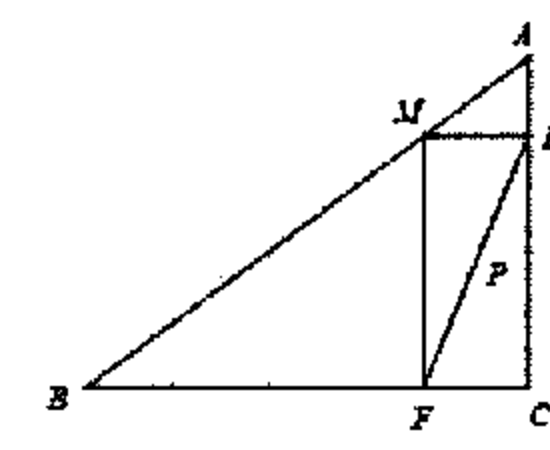
- A. 1.5 B. 2 C. 2.4 D. 2.5

12. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示, 给出以下结论: ① $b^2 > 4ac$; ② $abc > 0$; ③ $2a - b = 0$; ④ $8a + c < 0$; ⑤ $9a + 3b + c < 0$. 其中结论正确的个数有 ()

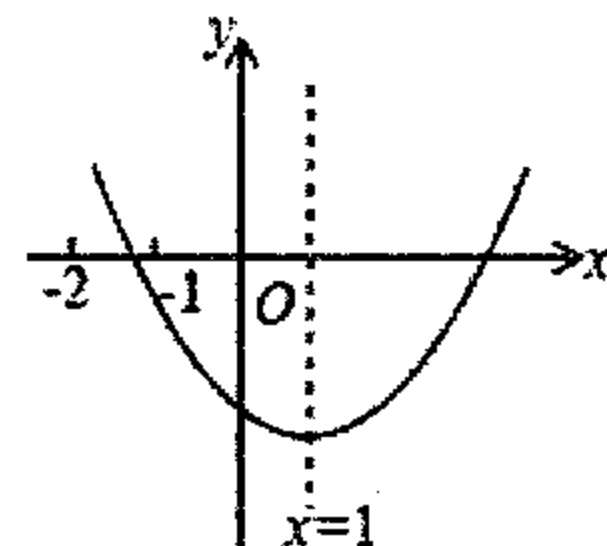
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



第 10 题



第 11 题



第 12 题

二、填空题(共 18 分)

13. 16 的算术平方根是_____.

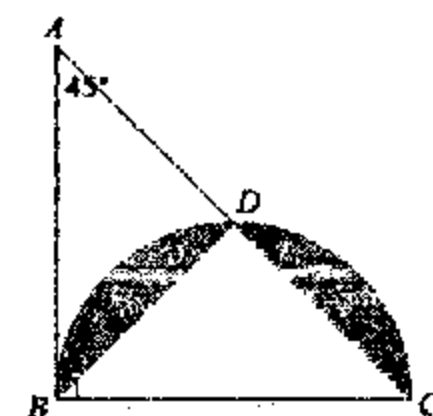
14. 使代数式 $\sqrt{x-3}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

15. 分解因式: $a^4 - a^2b^2 =$ _____.

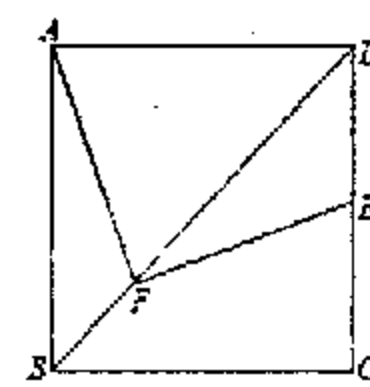
16. 如图已知直角三角形 ABC 的面积是 12 平方厘米, 则阴影部分的面积是_____. (结果保留 π)

17. 如图, 有一正方形 ABCD, 边长为 $2\sqrt{2}$, 点 E 是边 CD 上的中点, 对角线 BD 上有一动点 F, 当顶点为 A、B、F 的三角形与顶点为 D、E、F 的三角形相似时, BF 的值为_____.

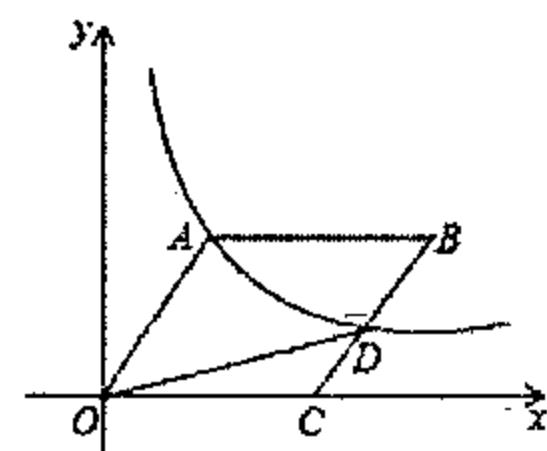
18. 如图, 平面坐标系 xoy 中, B(12, 4), C(8, 0), OA // BC, OA = BC, 过点 A 作反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$, 图象交 BC 于点 D, 连结 OD, 则 $S_{\triangle OCD} =$ _____.



16 题



17 题



18 题

三、解答题(共 66 分)

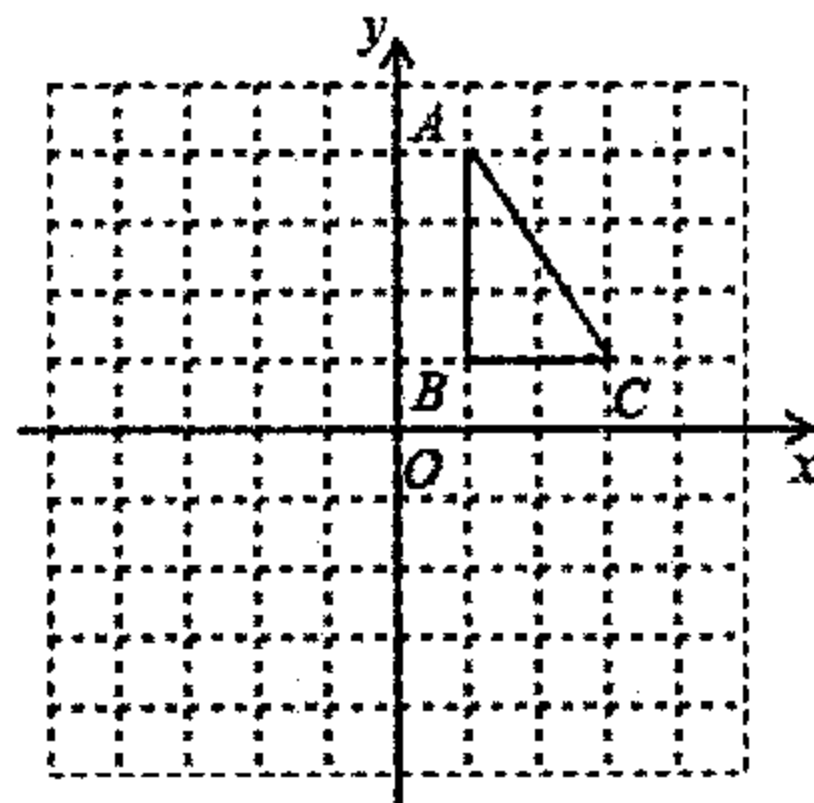
19. (6 分)计算:

$$(\pi-1)^0 + |\sqrt{3}-2| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$$

20. (6 分)先化简, 再求值: $\frac{x}{x-2} \times (x^2-4) - 3x$, 其中 $x=-2$.

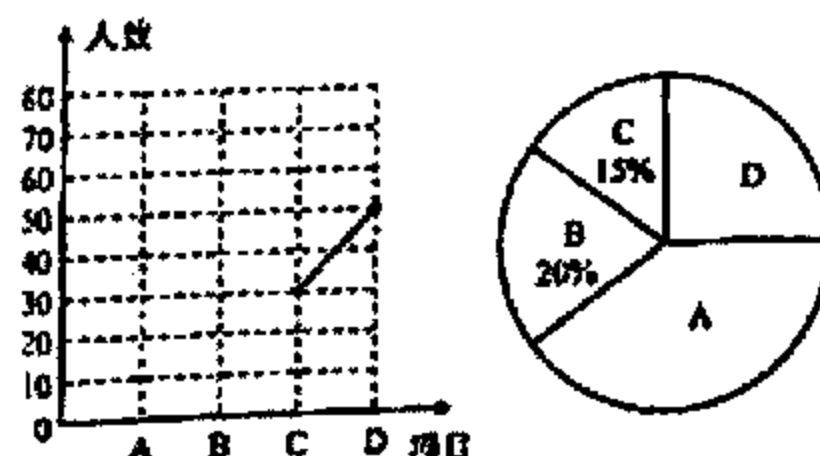
21. (6 分)如图, 正方形网格中, 每个小正方形的边长都是一个单位长度, 在平面直角坐标系内, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(1, 4)$, $B(1, 1)$, $C(3, 1)$.

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A_2B_2C_2$;
- (3) 在 (2) 的条件下, 求线段 BC 扫过的面积 (结果保留 π).

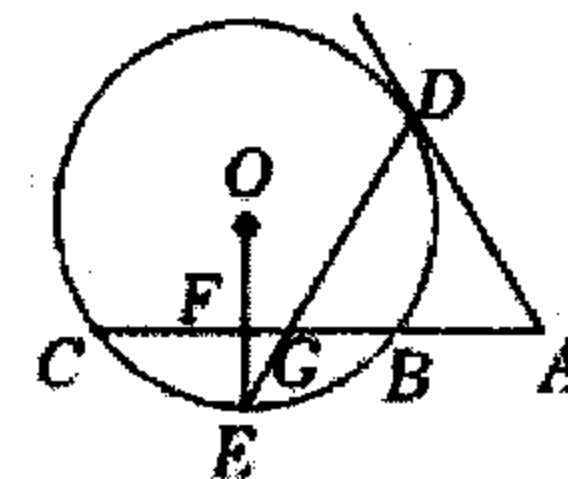


22. (8 分)某校为了了解学生对“A: 古诗词, B: 国画, C: 闽剧, D: 书法”等中国传统文化项目的喜爱情况, 在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查 (每人限选一项), 并将调查结果绘制成如下不完整的统计图, 根据图中的信息解答下列问题:

- (1) 在这次调查中, 一共调查了 _____ 名学生;
- (2) 请把折线统计图补充完整;
- (3) 若该校在 A, B, C, D 四项中任选两项成立课外兴趣小组, 请用画树状图或列表的方法求恰好选中项目 A 和 D 的概率.



23. (8 分)如图, 在半径为 4 的 $\odot O$ 中, E 为 \widehat{BC} 的中点, OE 交 BC 于 F , D 为 $\odot O$ 上一点, DE 交 AC 于 G , $AD=AG$.
- (1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线;
 - (2) 若 $\angle A=60^\circ$, 求 ED 的长.

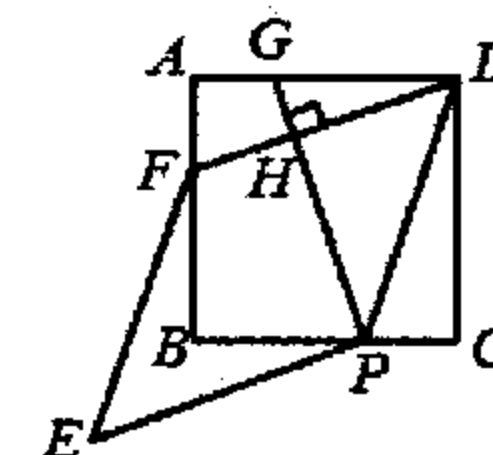


24. (10 分)某学校为构建书香校园, 拟购进甲、乙两种规格的书柜放置新购置的图书. 已知每个甲种书柜的进价比每个乙种书柜的进价高 20%, 用 4800 元购进的甲种书柜的数量比用 4600 元购进的乙种书柜的数量少 3 台.

- (1) 求甲、乙两种书柜的进价;
- (2) 若该校拟购进这两种规格的书柜共有 54 个, 其中乙种书柜的数量不大于甲种书柜数量的 2 倍. 请您帮该校设计一种购买方案, 使得花费最少.

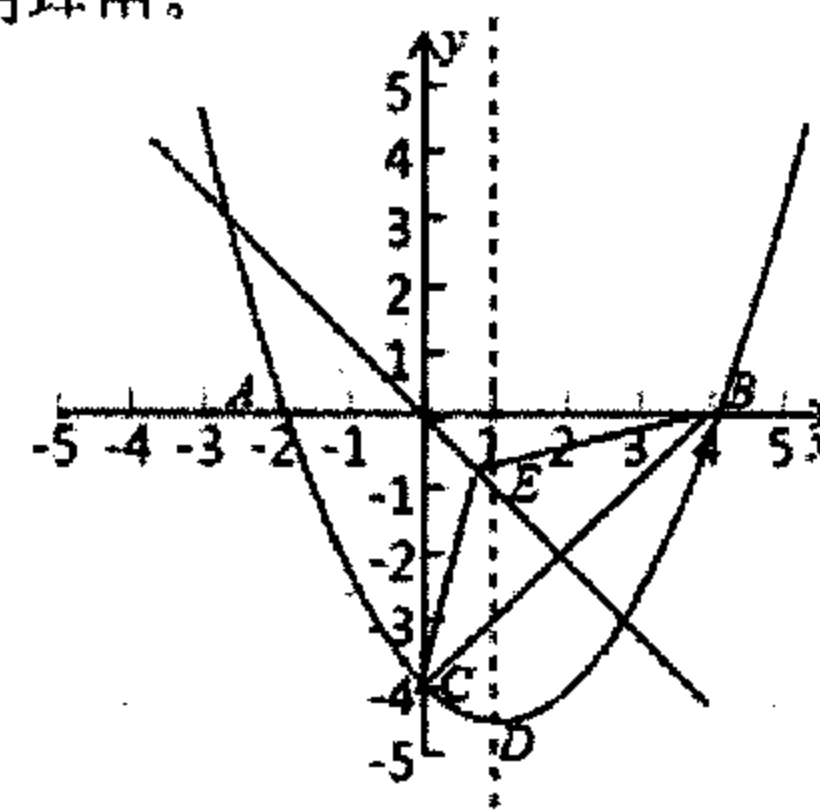
25. (10 分). 已知四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 P 在线段 BC 上, 点 G 在线段 AD 上 (P , G 不与正方形顶点重合, 且在 CD 的同侧), $DF=PG$ 且 $PD=PG$, $DF \perp PG$ 于点 H , 交直线 AB 于点 F , 将线段 PG 绕点 P 逆时针旋转 90° 得到线段 PE , 连接 EF .

- (1) 求证: 四边形 $PEFD$ 是菱形;
- (2) 若 $AB=3$, $PC=1$. 求四边形 $PEFD$ 的面积.



26. (12 分)如图, 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-x+4$ 与 x 轴交于点 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C .

- (1) 求 A 、 B 、 C 三点的坐标;
- (2) 若直线 $y=-x$ 交抛物线的对称轴于点 E , 连接 BC , EB , EC . 判断 $\triangle EBC$ 的形状, 并加以证明;
- (3) 设 P 为直线 $y=-x$ 上的动点, 点 D 为抛物线的顶点, 过 P 作 $PF \parallel ED$ 交抛物线于点 F . 问: 在直线 $y=-x$ 上是否存在点 P , 使得以 P 、 E 、 D 、 F 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请求点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2021年秋季期九年级月考（二）试题

参考答案

一、1. B 2. D 3. B 4. C 5. A 6. C 7. D 8. C 9. B 10. B 11. C 12. C

二、13. 4 14. $x \geq 3$ 15. $a^2(a+b)(a-b)$ 16. $3\pi - 6$ 平方厘米 17. 2 或 $\frac{8}{3}$ 18. $-16 + 16\sqrt{2}$

三、

19 解：原式 $= 1 + 2 - \sqrt{3} - 3$ 4 分

$= -\sqrt{3}$ 6 分

20. 解：原式 $= \frac{x}{x-2} \cdot (x+2)(x-2) - 3x$

$$= x(x+2) - 3x$$

$$= x^2 + 2x - 3x$$

$$= x^2 - x$$
4 分

当 $x = -2$ 时，原式 $= (-2)^2 - (-2) = 4 + 2 = 6$6 分

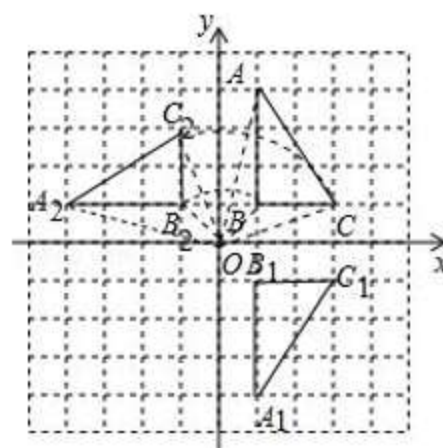
21.

(1) $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示；2 分

(2) $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A_2B_2C_2$ 如图所示；4 分

(3) BC 扫过的面积 $= S_{\text{扇形}OCC_2} - S_{\text{扇形}OBB_2}$

$$= \frac{90 \cdot \pi \cdot (\sqrt{1^2 + 3^2})^2}{360} - \frac{90 \cdot \pi \cdot (\sqrt{1^2 + 1^2})^2}{360} = 2\pi. \text{6 分}$$



22. (1) $30 \div 15\% = 200$2 分

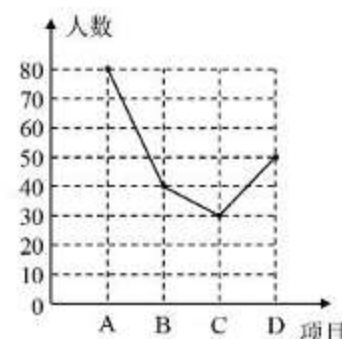
(2) 如图所示.2 分

(3) 画树状图如下：



由树状图可知，共有 12 种等可能的情况，其中恰好选中项目 A 和 D 的结果有 2 种.

$$\therefore P(\text{恰好选中项目 A 和 D}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}. \text{8 分}$$



$\therefore OE \perp BC$ 于 F , $\therefore \angle ADG + \angle ODE = \angle EGF + \angle OED = 90^\circ$,

(2) 解: 作 $OH \perp ED$ 于 H , $\therefore DE = 2DH$, $\because AG = AD$, $\because \angle A = 60^\circ$,

$$\therefore \angle ADG = 60^\circ, \quad \therefore \angle ODE = 30^\circ, \quad \because OD = 4, \quad \therefore DH = \frac{\sqrt{3}}{2} OD = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore DE = 2DH = 4\sqrt{3} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

根据题意得, $\frac{4800}{1.2x} + 3 = \frac{4600}{x}$,

经检验, $x=200$ 是原方程的根, $200 \times 1.2 = 240$ (元).4 分

(2) 设购进甲种书柜 m 个, 则购进乙种书柜 $(54-m)$ 个, 购进两种书柜的总成本为 y 元,

$$\begin{cases} y = 240m + 200(54 - m) \\ 54 - m \leq 2m \end{cases}, \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

当 $m=18$ 时, $y=11520$ (元).

25. (1) 证明: \because 线段 PG 绕点 P 逆时针旋转 90° 得到线段 PE ,

$$\therefore DF \parallel PE, \text{ 且 } DF = PE,$$
$$\therefore DF = PD,$$

\therefore 四边形 $PEFD$ 为菱形.5 分

在 $\text{Rt}\triangle DCP$ 中, $CD=AB=3$, $PC=1$,

$$\therefore DP = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10},$$

\because 四边形 $CDMP$ 是矩形

$$\therefore DM = PC = 1,$$

$\because PD = PG, PM \perp AD,$

$$\therefore DG = 2DM = 2,$$

$\because \angle PMG = \angle DHG = 90^\circ, \angle DGH = \angle PGM,$

$$\therefore \triangle DHG \sim \triangle PMG,$$

$$\therefore \frac{DG}{PG} = \frac{GH}{MG} \text{ 即 } \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{GH}{1},$$

$$\therefore GH = \frac{\sqrt{10}}{5},$$

$$\therefore PH = PG - GH = \frac{4\sqrt{10}}{5},$$

$\because DF = PG,$

$$\therefore \text{四边形 } PEFD \text{ 的面积} = DF \cdot PH = \sqrt{10} \times \frac{4\sqrt{10}}{5} = 8. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

26. 解: (1) 令 $x = 0$, 则 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 = -4, \therefore C(0, -4)$, 令 $y = 0$, 则 $\frac{1}{2}x^2 - x - 4 = 0$,

整理得: $x^2 - 2x - 8 = 0$, 即 $(x - 4)(x + 2) = 0$, 解得: $x_1 = 4, x_2 = -2, \therefore A(-2, 0), B(4, 0)$. 3 分

$$(2) \because y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - \frac{9}{2},$$

\therefore 抛物线的对称轴为: $x = 1, \because E$ 是抛物线与 $y = -x$ 的交点, 则 $E(1, -1)$,

$$\because B(4, 0), C(0, -4), \therefore EB = \sqrt{(1 - 4)^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{10},$$

$$EC = \sqrt{(1 - 0)^2 + (-1 + 4)^2} = \sqrt{10}, BC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore EB = EC, EB^2 + EC^2 \neq BC^2,$$

$\therefore \triangle EBC$ 为等腰三角形.....7 分

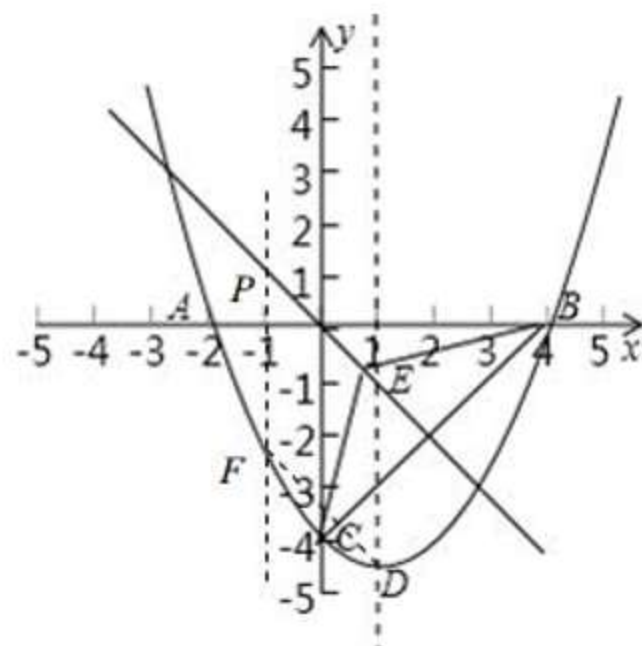
(3) 存在, 理由如下:

$\because PF \parallel DE$, 以 P, E, D, F 为顶点的四边形是平行四边形,

$$\therefore PF = DE, \because y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - \frac{9}{2},$$

$$\therefore D\left(1, -\frac{9}{2}\right), \text{ 而 } E(1, -1), \therefore DE = -1 - \left(-\frac{9}{2}\right) = \frac{7}{2},$$

如图, 设 $P(x, -x)$, 则 $F\left(x, \frac{1}{2}x^2 - x - 4\right)$,



$$\therefore PF = \left| \frac{1}{2}x^2 - x - 4 - (-x) \right| = \left| \frac{1}{2}x^2 - 4 \right|,$$

$$\therefore \left| \frac{1}{2}x^2 - 4 \right| = \frac{7}{2},$$

$$\text{当 } \frac{1}{2}x^2 - 4 = \frac{7}{2} \text{ 时, 则 } x^2 = 15,$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{15},$$

$$\therefore F(\sqrt{15}, \frac{7}{2} - \sqrt{15}) \text{ 或 } (-\sqrt{15}, \frac{7}{2} + \sqrt{15})$$

$$\text{当 } \frac{1}{2}x^2 - 4 = -\frac{7}{2} \text{ 时, 则 } x^2 = 1,$$

解得: $x = \pm 1$, 当 $x = 1$ 时, 平行四边形不存在, 舍去,

$$\therefore F(-1, -\frac{5}{2})$$

综上: $F(\sqrt{15}, \frac{7}{2} - \sqrt{15})$ 或 $(-\sqrt{15}, \frac{7}{2} + \sqrt{15})$ 或 $F(-1, -\frac{5}{2})$ 12 分