

高新区 2022 年 3 月联考数学试题

考试时间：120 分钟 总分：120 分

一、选择题：(本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

1、-3 的倒数是 ()

A. 3

B. -3

C. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

2、教育部发布了 2019 年全国教育经费执行情况统计快报.经初步统计,2019 年全国教育经费总投入为 50175 亿元,比上年增长 8.74%.将 50175 亿用科学计数法表示为 ()

A. 5.0175×10^{11}

B. 5.0175×10^{12}

C. 0.50175×10^{13}

D. 0.50175×10^{14}

3、下列各式中,正确的是 ()

A. $x+2x=3x^2$

B. $-(x-y)=-x-y$

C. $(x^2)^3=x^5$

D. $x^5 \div x^3 = x^2$

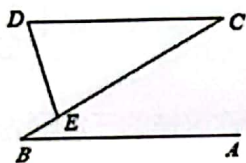
4、如图, $AB \parallel CD$, 点 E 在线段 BC 上, $CD=CE$, 若 $\angle ABC=30^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为 ()

A. 85°

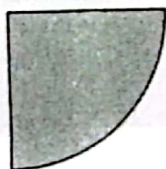
B. 75°

C. 65°

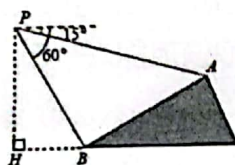
D. 30°



第 4 题图

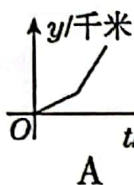


第 6 题图

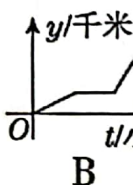


第 7 题图

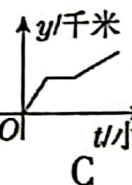
5、李叔叔开车上班,最初以某一速度匀速行驶,中途停车加油耽误了几分钟,为了按时到单位,李叔叔在不违反交通规则的前提下加快了速度,仍保持匀速行驶,则汽车行驶的路程 y (千米)与行驶的时间 t (小时)的函数关系的大致图象是 ()



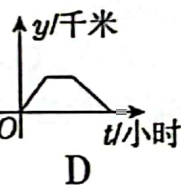
A



B



C



D

6、如图,有一块半径为 1m,圆心角为 90° 的扇形铁皮,要把它做成一个圆锥形容器(接缝忽略不计),那么这个圆锥形容器的高为 ()

A. $\frac{1}{4}m$

B. $\frac{3}{4}m$

C. $\frac{\sqrt{15}}{4}m$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}m$

7、如图,小明在距离地面 30 米的 P 处测得 A 处的俯角为 15° , B 处的俯角为 60° ,若斜面坡度为 $1:\sqrt{3}$,则斜面 AB 的长是 () 米

A. $20\sqrt{6}$

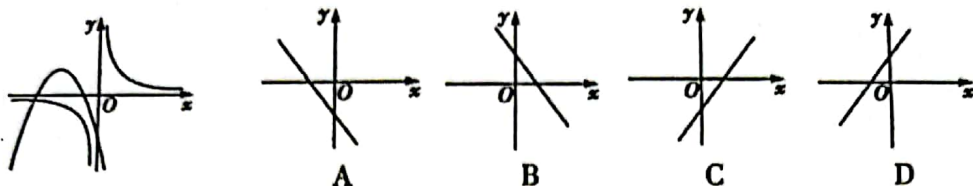
B. $20\sqrt{3}$

C. $20\sqrt{2}$

D. $15\sqrt{3}$



8. 函数 $y = \frac{k}{x}$ 与 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则函数 $y = kx - b$ 的大致图象为 ()



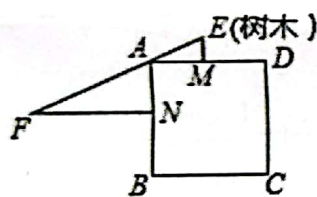
9. 《九章算术》是中国古代的数学专著, 是“算经十书”(汉唐之间出现的十部古算书)中最重要的一种. 书中有下列问题: “今有邑方不知大小, 各中开门, 出北门八十步有木, 出西门二百四十五步见木. 问邑方有几何?” 意思是: 如图, M, N 分别是正方形 ABCD 的边 AD, AB 的中点, $ME \perp AD$, $NF \perp AB$, EF 过点 A, 且 $ME = 80$ 步, $NF = 245$ 步, 则正方形的边长为 ()

A. 280 步 B. 140 步 C. 300 步 D. 150 步

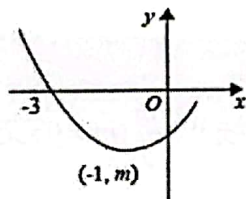
10. 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 $(-3, 0)$, 顶点是 $(-1, m)$, 则以下结论: ① $abc > 0$; ② $4a + 2b + c > 0$; ③若 $y \geq c$, 则 $x \leq -2$ 或 $x \geq 0$; ④ $b + c = \frac{1}{2}m$. 其中正确的有

()

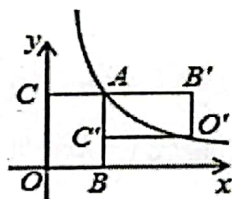
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



第 9 题图



第 10 题图



第 14 题图

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. 计算 $(\frac{1}{2})^{-1} - \sqrt{27} + (\pi - 3.14)^0 =$ _____.

12. 不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 4x-1 \\ 2x > 1-x \end{cases}$ 的解集是 _____.

13. 已知方程 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 则 $(1-x_1)(1-x_2) =$ _____.

14. 如图, 矩形 ABOC 的顶点在坐标原点, 顶点 B, C 分别在 x 轴, y 轴上, 顶点 A 在反比例函数

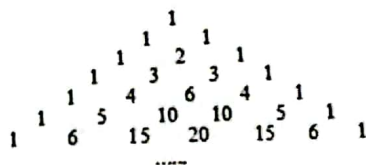
$y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k > 0, x > 0$) 的图象上, $AC = 1$, 将矩形 ABOC 绕点 A 按逆时针方向旋转 90°

得到矩形 AB'O'C'. 若点 O 的对应点 O' 恰好落在此反比例函数图象上, 则 k 的值为 _____.



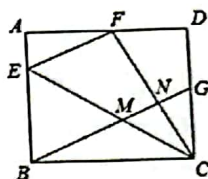
15、我国古代数学家杨辉发现了如图所示的规律，我们称之为“杨辉三角”，它具有一定的规律性，

从图中取一列数：1, 3, 6, 10, ...，记 $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 6, a_4 = 10$ ，



那么 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{10}}$ 的值是_____.

16、如图，在矩形 ABCD 中，点 E 在边 AB 上， $\triangle BEC$ 与 $\triangle FEC$ 关于直线 EC 对称，点 B 的对称点 F 在边 AD 上，G 为 CD 中点，连接 BG 分别与 CE, CF 交于 M, N 两点. 若 $BM = BE, MG = 1$ ，则 BN 的长为_____， $\sin \angle AFE$ 的值为_____.



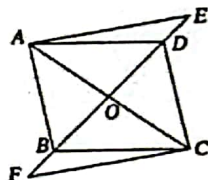
三、解答题 (72 分)

17、(7 分) 先化简，再求代数式 $(1 - \frac{2}{x+1}) \div \frac{x^2-1}{2x+2}$ 的值，其中 $x = 4\cos 30^\circ - 1$.

18、(8 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，点 E, F 分别在 BD 和 DB 的延长线上，且 $DE = BF$ ，连接 AE, CF.

(1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle CBF$.

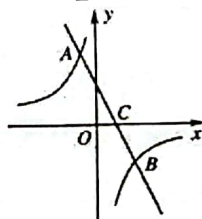
(2) 连接 AF, CE，当 BD 平分 $\angle ABC$ 时，四边形 AFCE 是什么特殊四边形？请说明理由.



19、(8 分) 如图所示，直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 交于点 $A(-\frac{1}{2}, 2)$, $B(n, -1)$.

(1) 求直线与双曲线的解析式；

(2) 点 P 在 x 轴上，如果 $S_{\triangle ABP} = 3$ ，求点 P 的坐标.



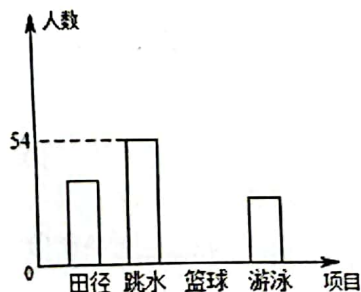
20、(8 分) 2021 年，成都将举办世界大学生运动会，这是在中国西部第一次举办的世界综合性运动会. 目前，运动会相关准备工作正在有序进行，比赛项目已经确定. 某校体育社团随机调查了部分同学在田径、跳水、篮球、游泳四种比赛项目中选择一种观看的意愿，并根据调查结果绘制成了如图两幅不完整的统计图.

根据以上信息，解答下列问题：

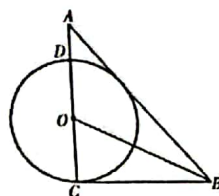
(1) 这次被调查的同学共有_____人；

(2) 扇形统计图中“篮球”对应的扇形圆心角的度数为_____；

(3) 现拟从甲、乙、丙、丁四人中任选两名同学担任大运会志愿者，请利用画树状图或列表的方法，求恰好选中甲、乙两位同学的概率.



21、(9分)如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, BO 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, 以点 O 为圆心, OC 为半径作 $\odot O$ 与线段 AC 交于点 D .



(1) 求证: AB 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\tan A = \frac{3}{4}$, $AD=2$, 求 BO 的长.

22、(10分)甲秀楼是贵阳市一张靓丽的名片.如图(1), 甲秀楼的桥拱截面 OBA 可视为抛物线的一部分, 在某一时刻, 桥拱内的水面宽 $OA=8m$, 桥拱顶点 B 到水面的距离是 $4m$.

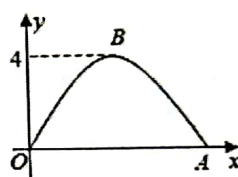
(1) 按如图(2)所示建立平面直角坐标系, 求桥拱部分抛物线的函数表达式.

(2) 一只宽为 $1.2m$ 的打捞船径直向桥驶来, 当船驶到桥拱下方且距 O 点 $0.4m$ 时, 桥下水位刚好在 OA 处. 有一名身高 $1.68m$ 的工人站立在打捞船正中间清理垃圾, 他的头顶是否会触碰到桥拱, 请说明理由 (假设船底与水面齐平).

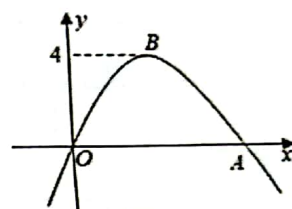
(3) 如图(3), 桥拱所在的函数图象是抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$, 该抛物线在 x 轴下方部分与桥拱 OBA 在平静水面中的倒影组成一个新函数图象, 将新函数图象向右平移 $m (m > 0)$ 个单位长度, 平移后的函数图象在 $8 \leq x \leq 9$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小, 结合函数图象, 直接写出 m 的取值范围.



图①



图②



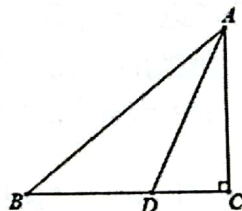
图③

23、(10分)如图三角形的两个内角 α 与 β 满足 $2\alpha + \beta = 90^\circ$, 那么我们称这样的三角形为“准互余三角形”.

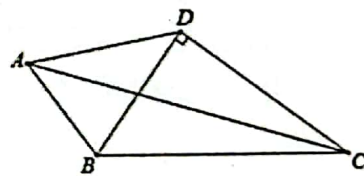
(1) 如图1, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线.

①证明: $\triangle ABD$ 是“准互余三角形”;

②若 $AC=4$, $BC=5$, 试问在边 BC 上是否存在点 E (异于点 D), 使得 $\triangle ABE$ 也是“准互余三角形”? 若存在, 请求出 BE 的长; 若不存在, 请说明理由;



图①



图②

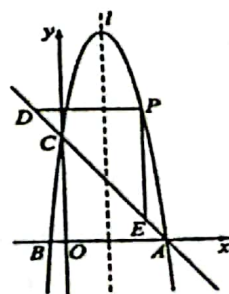
(2) 如图2, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=7$, $CD=12$, $BD \perp CD$, $\angle ABD=2\angle BCD$, 且 $\triangle ABC$ 是“准互余三角形”, 求对角线 AC 的长.

24、(12分)已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 6 (a \neq 0)$ 交 x 轴于点 $A(6, 0)$ 和点 $B(-1, 0)$, 交 y 轴于点 C .

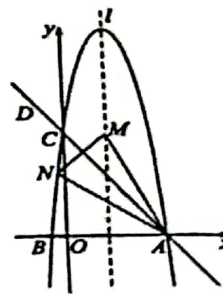
(1) 求抛物线的解析式和顶点坐标;

(2) 如图①, 点 P 是抛物线上位于直线 AC 上方的动点, 过点 P 分别作 x 轴, y 轴的平行线, 交直线 AC 于点 D, E , 当 $PD + PE$ 取最大值时, 求点 P 的坐标;

(3) 如图②, 点 M 为抛物线对称轴上一点, 点 N 为抛物线上一点, 当直线 AC 垂直平分 $\triangle AMN$ 的边 MN 时, 求点 N 的坐标.



图(1)



图(2)

