

2021—2022 学年度（下）第一次学情调查

九年级数学试卷

（注：全卷共四个大题，满分 150 分；用 120 分钟完成。）

注意事项：

1. 试题的答案书写在答题卡上，不得在试卷上直接作答。
2. 作答前认真阅读答题卡的注意事项。

一、选择题（本大题 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分）在每个小题的下面，都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中只有一个是正确的，请将答题卡上题号右侧正确答案所

1. -3 的相反数是（ ）

A. -3 B. 3 C. ± 3 D. $\frac{1}{6}$

2. 下列常用手机 APP 的图标中，是中心对称图形的是（ ）

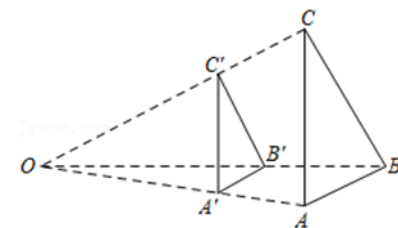


3. 在数轴上表示不等式 $x > 1$ 的解集，正确的是（ ）

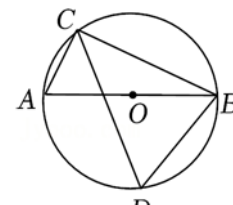


4. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 位似，位似中心为点 O ， $\frac{A'C'}{AC} = \frac{2}{3}$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 9，则 $\triangle A'B'C'$

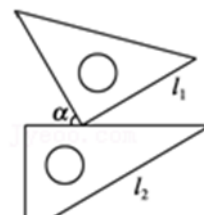
面积为（ ） A. $\frac{9}{2}$ B. 6 C. 4 D. $\frac{9}{4}$



4 题图



5 题图



7 题图

5. 如图，C、D 是 $\odot O$ 上直径 AB 两侧的两点，设 $\angle ABC = 35^\circ$ ，则 $\angle BDC =$ （ ）

A. 85° B. 75° C. 70° D. 55°

6. 估计 $\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ 的值应在（ ）

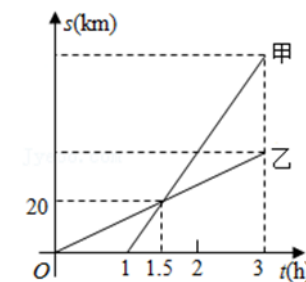
A. 3 和 4 之间 B. 4 和 5 之间 C. 5 和 6 之间 D. 6 和 7 之间

7. 将一副三角尺按如图的方式摆放，其中 $l_1 \parallel l_2$ ，则 $\angle \alpha$ 的度数是（ ）

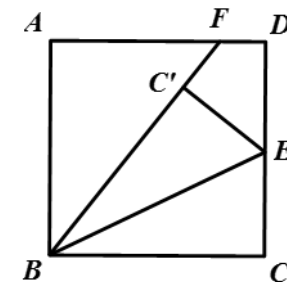
A. 30° B. 45° C. 60° D. 70°

8. A、B 两地相距 80km，甲、乙两人沿同一条路从 A 地到 B 地. 甲、乙两人离开 A 地的距离 s (单位: km) 与乙出发的时间 t (单位: h) 之间的关系如图所示，下列说法错误的是（ ）

- A. 乙比甲提前出发 1h
B. 甲行驶的速度为 40km/h
C. 3h 时，甲、乙两人相距 80km
D. 0.75h 或 1.125h 时，乙比甲多行驶 10km



8 题图



10 题图

9. 《九章算术》是中国古代的一本重要数学著作，其中有一道方程的应用题：“五只雀、六只燕，共重 16 两，雀重燕轻. 互换其中一只，恰好一样重. 问每只雀、燕的重量各为多少？”

设雀每只 x 两，燕每只 y 两，则可列方程组为（ ）

- A. $\begin{cases} 5x+6y=16 \\ 5x+y=6y+x \end{cases}$ B. $\begin{cases} 5x+6y=16 \\ 4x+y=5y+x \end{cases}$
C. $\begin{cases} 6x+5y=16 \\ 6x+y=5y+x \end{cases}$ D. $\begin{cases} 6x+5y=16 \\ 5x+y=4y+x \end{cases}$

10. 如图，点 E 在边长为 4 的正方形 ABCD 的 CD 边上，连接 BE，将 $\triangle BCE$ 沿直线 BE 翻折，点 C 的对应点为 C' ，延长 BC' 交 AD 边于点 F，若 $AF=3$ ，则 $\tan \angle CBE$ 的值为（ ）

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 2

11. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 3x-a \leq 2 \\ x-2 > \frac{3x-2}{2} \end{cases}$ 的解集为 $x < -2$ ，且关于 y 的分式方程

$\frac{2y}{y+1} = \frac{a}{y+1} - 1$ 的解为负整数，则所有满足条件的整数 a 的值之和是（ ）

A. -15 B. -13 C. -7 D. -5

12. 表中所列 x, y 的 6 对值是二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图像上的点所对应的坐标，其中 $-3 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < 1, n < m$,

x	\dots	-3	x_1	x_2	x_3	x_4	1	\dots
y	\dots	m	0	c	0	n	m	\dots

根据表中信息，下列四个结论：① $b - 2a = 0$ ；② $abc < 0$ ；③ $3a + c > 0$ ；④ 如果 $x_3 = \frac{1}{2}, c = -\frac{5}{4}$,

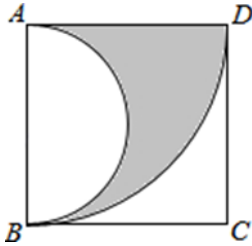
那么当 $-3 < x < 0$ 时，直线 $y = k$ 与该二次函数图象有一个公共点，则 $-\frac{5}{4} \leq k < \frac{7}{4}$ ；其中正确的结论有（ ）个.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题（本大题 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分）

13. 计算： $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - (\sqrt{7} - 1)^0 =$ _____.

14. 在一个不透明口袋中装有 4 个标号分别为 1, 2, 3, 4 的小球，它们除标号外其余全部相同，随机地摸出一个小球不放回，再随机地摸出一个小球，则两次摸出的小球的标号之和为奇数的概率是 _____.



15 题图

15. 如图，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中，先以点 A 为圆心， AD 的长为半径画弧，再以 AB 边的中点为圆心， AB 长的一半为半径画弧，则两弧之间的阴影部分面积是_____（结果保留 π ）.

16. 中国的元旦，据传说起于三皇五帝之一的颧顼，距今已有 3000 多年的历史。“元旦”一词最早出现于《晋书》。“元旦节”前夕，某超市分别以每袋 30 元、20 元、10 元的价格购进腊排骨、腊香肠、腊肉各若干，由于该食品均是真空包装，只能成袋出售，每袋的售价分别为 50 元、40 元、20 元，元旦节当天卖出三种年货若干袋，元月 2 日腊排骨卖出的数量第一天腊排骨数量的 3 倍，腊香肠卖出的数量是第一天腊香肠数量的 2 倍，腊肉卖出的数量是第一天腊肉数量的 4 倍；元月 3 日卖出的腊排骨的数量是这三天卖出腊排骨的总数的 $\frac{1}{5}$ ，卖出腊香肠的数量是前两天腊香肠数量和 $\frac{4}{3}$ ，卖出腊肉的数量是第二天腊肉数量的一半。若第三天三种年货的销售总额比第一天三种年货销售总额多 1600 元，这三天三种年货的销售总额为 9350 元，则这三天所售出的三种年货的总利润为_____元.

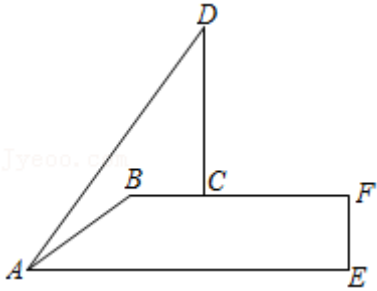
三、解答题（本大题 9 个小题，其中 17—18 题每小题 8 分，其余每小题 10 分，共 86 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，画出必要的图形（包括辅助线），请将解答过程书写在答题卷中对应的位置上.

17. 计算：

(1) $(x - y)^2 - y(y - 2x)$; (2) $\frac{a^2 - 4}{a^2 + 2a + 1} \div \left(1 - \frac{3}{a + 1}\right)$.

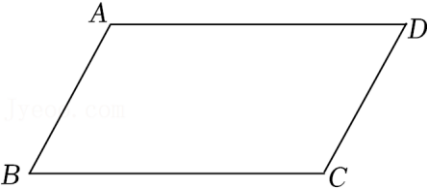
18. 春节期间，开州厚坝“月亮湾”美景刷爆开州人的朋友圈。大家争相去打卡。一盏形如弯月的射灯悬挂在如图的 D 处。小北在 A 处测得 D 的仰角为 52° ，然后乘坐扶梯到达平台 B 处，已知 AB 坡度 $i = 3 : 4$ ，且 $AB = 10$ 米， $BC = 7$ 米， $CD \perp BF$ 于点 C (A, B, C, D, E, F 在同一平面内， $AE \parallel BF$) .

- (1) 求平台上点 B 到山体底部地面 AE 的距离；
(2) 求 D 到山体平台 BF 的距离 CD 的长. (精确到 1 米，参考数据： $\sin 52^\circ \approx 0.8, \cos 52^\circ \approx 0.6, \tan 52^\circ \approx 1.3$)



19. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB < AD$.

- (1) 用尺规完成以下基本作图：作 $\angle BAD$ 的平分线 AE ，交 BC 于点 E ，在 AD 上截取 $DF = DC$ ，连接 CF ；（保留作图痕迹，不写作法和结论）
(2) 在 (1) 所作的图形中，求证： $AE = CF$.

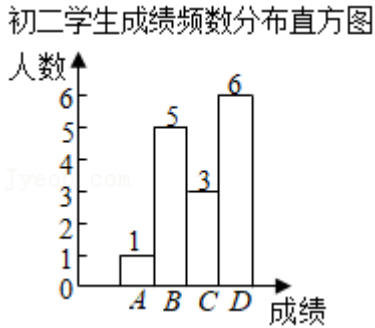


20. 某中学利用班会课对全校学生进行了一次防疫知识测试活动，现从初二、初三两个年级各随机抽取了 15 名学生的测试成绩，得分用 x 表示（采取百分制， x 为整数），共分成 4 组： $A: 60 \leq x < 70$ ， $B: 70 \leq x < 80$ ， $C: 80 \leq x < 90$ ， $D: 90 \leq x \leq 100$ ，对得分进行整理分析，给出了下面部分信息：

初二的测试成绩在 C 组中的数据为：80，86，88.

初三的测试成绩：76，83，100，88，81，100，82，71，95，90，100，93，89，86，86.

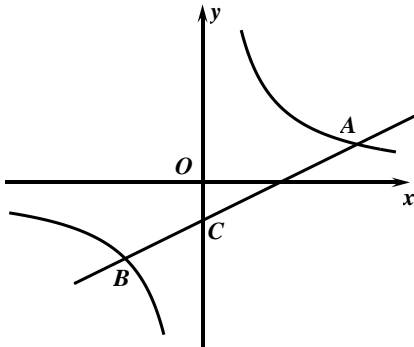
年级	平均数	中位数	最高分	众数
初二	88	a	98	98
初三	88	88	100	b



- (1) $a= \rule{1cm}{0.4pt}$ ， $b= \rule{1cm}{0.4pt}$ ；
- (2) 通过以上数据分析，你认为哪个年级学生对防疫知识的掌握更好？请写出一条理由；
- (3) 若初二、初三共有 3000 名学生，请估计此次测试成绩达到 90 分及以上的学生约有多少人？

21. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y_1=kx+b$ ($k \neq 0$) 图象与反比例函数 $y_2=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 图象交于 A, B 两点，与 y 轴交于点 C ，已知点 $A(4, 1)$ ，点 B 的横坐标为 -2 .

- (1) 求一次函数与反比例函数的解析式；
- (2) 若点 D 是 y 轴上一点，且 $S_{\triangle ABD}=6$ ，求点 D 坐标；
- (3) 当 $y_1 > y_2$ 时，直接写出自变量 x 的取值范围.



22. 近日，春回大地，阳光明媚. 开州陈家的春橙大量上市.已知王爷爷自家果园的春橙有两种类型在售，一种是实惠装中型果实（简称“中果”），一种是豪华装大型果实（简称“大果”）.

- (1) 网友小张买了 2 箱中果，1 箱大果，花了 116 元；网友小李买了 1 箱中果，2 箱大果，花了 124 元. 求每箱中果和大果的售价分别是多少元？
- (2) 在 (1) 的条件下，正常情况平均每周可销售 30 箱大果，王爷爷决定对大果降价销售，经调查发现，一箱大果的售价每降低 2 元，大果的销量每周可增加 5 箱，如果大果每周的销售额为 1800 元且售价不低于 30 元. 求每箱大果的售价应该降低多少元？

23. 一个自然数能分解成 $A \times B$ ，其中 A, B 均为两位数， A 的十位数字比 B 的十位数字少 1，且 A, B 的个位数字之和为 10，则称这个自然数为“双十数”.

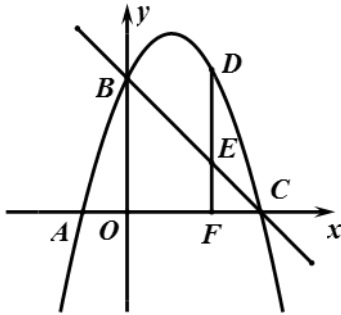
- 例如： $\because 4819=61 \times 79$ ，6 比 7 小 1， $1+9=10$ ， $\therefore 4819$ 是“双十数”；
- 又如： $\because 1496=34 \times 44$ ，3 比 4 小 1， $4+4 \neq 10$ ， $\therefore 1496$ 不是“双十数”.

- (1) 判断 357，836 是否是“双十数”，并说明理由；
- (2) 自然数 $N=A \times B$ 为“双十数”，将两位数 A 放在两位数 B 的左边，构成一个新的四位数 M . 例如： $4819=61 \times 79$ ， $M=6179$ ，若 A 与 B 的十位数字之和能被 5 整除，且 M 能被 7 整除，求所有满足条件的自然数 N .

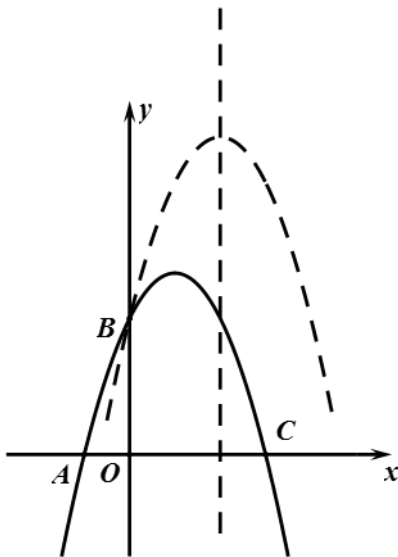
24. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+3$ ($a\neq 0$) 交 x 轴于 A, C 两点，交 y 轴于 B 点， $A(-1, 0)$ ， $C(3, 0)$.

- (1) 求二次函数的解析式.
 (2) 如图 1，点 D 为直线 BC 上方抛物线上（不与 B, C 重合）一动点，过点 D 作 $DF \perp x$ 轴于 F ，交 BC 于 E ，求 $DE+\frac{\sqrt{2}}{2}BE$ 的最大值及此时点 D 的坐标.

- (3) 如图 2，将二次函数 $y=ax^2+bx+3$ 沿射线 AB 平移 $\sqrt{10}$ 个单位得到新抛物线 y' ，点 M 为新抛物线对称轴上一点， P 是 $y=ax^2+bx+3$ 的顶点， N 为坐标平面内一点，使得以点 P, A, M, N 为顶点的四边形是矩形，请直接写出点 N 的坐标，并选择一个你喜欢的点写出求解过程.



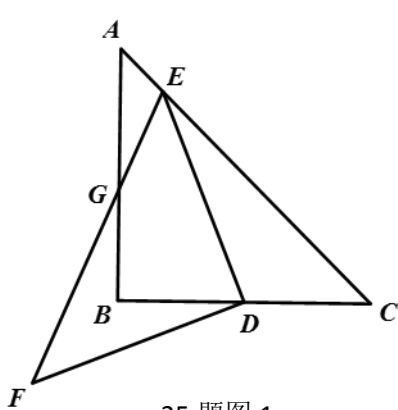
24 题图 1



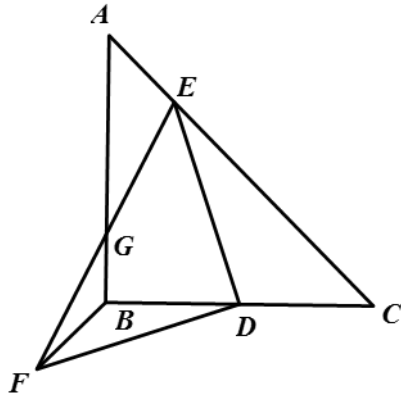
24 题图 2

25. 如图，在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB=BC$ ， D 是 BC 的中点， E 为 AC 边上任意一点，连接 DE ，将线段 DE 绕点 D 逆时针旋转 90° 得到线段 DF ，连接 EF ，交 AB 于点 G .

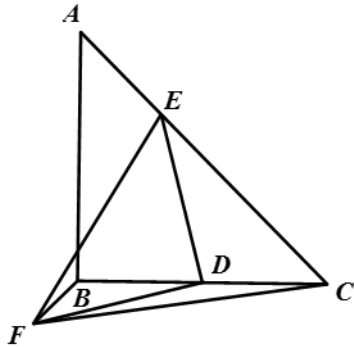
- (1) 如图 1，若 $AB=6$ ， $AE=\sqrt{2}$ ，求 ED 的长；
 (2) 如图 2，点 G 恰好是 EF 的中点，连接 BF ，求证： $CD=\sqrt{2}BF$ ；
 (3) 如图 3，若 $AB=4\sqrt{2}$ ，连接 CF ，当 $CF+\frac{\sqrt{5}}{5}BF$ 取得最小值时，请直接写出 $S_{\triangle CEF}$ 的值.



25 题图 1



25 题图 2



25 题图 3