

2020—2021 学年度第二学期期中考试

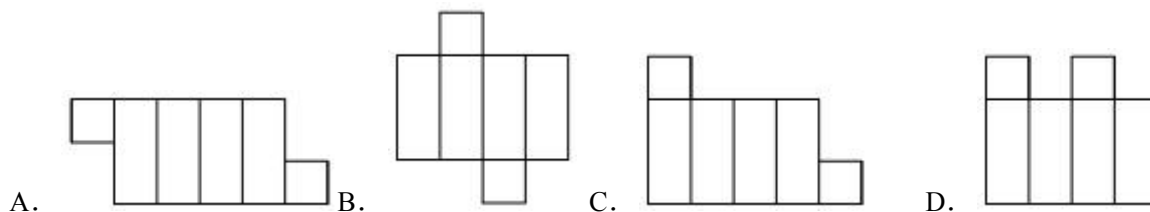
初三数学 2021 年 4 月

一. 选择题 (共 10 小题, 每题 3 分)

1. -3 的相反数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 下列图形中, 经过折叠可以得到四棱柱的是 ()



3. 据统计 2021 年第一季度, 特斯拉在全球的电动车交付量达到 184800 辆, 数据 “184800” 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.848×10^4 B. 1.848×10^5 C. 18.48×10^4 D. 0.1848×10^6

4. 下列计算结果正确的是 ()

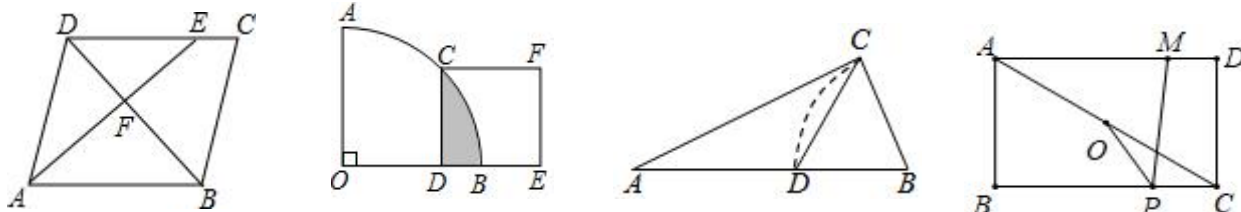
- A. $(-a)^2 \cdot a^6 = -a^8$ B. $(m-n)(m+n) = m^2 - n^2$ C. $(-2b^2)^3 = -6b^6$ D. $3 + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

5. 已知四个实数 a, b, c, d , 若 $a > b, c > d$, 则 ()

- A. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ B. $a - c > b - d$ C. $ac > bd$ D. $a + c > b + d$

6. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 DC 上, $DE:EC=3:1$, 连接 AE 交 BD 于点 F , 则 $\triangle DEF$ 的面积与 $\triangle BAF$ 的面积之比为 ()

- A. 3:4 B. 9:16 C. 4:9 D. 1:3



第 6 题第 8 题第 9 题第 10 题

7. 为推进垃圾分类, 推动绿色发展. 某化工厂要购进甲、乙两种型号机器人用来进行垃圾分类. 用 360 万元购买甲型机器人和用 480 万元购买乙型机器人的台数相同, 两种型号机器人的单价和为 140 万元. 若设甲型机器人每台 x 万元, 根据题意, 所列方程正确的是 ()

- A. $\frac{360}{x} = \frac{480}{140-x}$ B. $\frac{360}{140-x} = \frac{480}{x}$ C. $\frac{360}{x} + \frac{480}{x} = 140$ D. $\frac{360}{x} - 140 = \frac{480}{x}$

8. 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 90^\circ$, 正方形 $CDEF$ 的顶点 C 是弧 AB 的中点, 点 D 在 OB 上, 点 E 在 OB 的延长线上, 当正方形 $CDEF$ 的边长为 $3\sqrt{2}$ 时, 则阴影部分的面积为 ()

- A. $18 - \frac{9}{4}\pi$ B. $\frac{9}{4}\pi - 9$ C. $\frac{9}{2}\pi - 9$ D. $\frac{9}{2}\pi - 18$

9. 欧几里得的《原本》记载，方程 $x^2 + ax = b^2$ 的图解法是：画 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，使 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = \frac{a}{2}$ ， AC

$= b$ ，再在斜边 AB 上截取 $BD = BC$ 。则该方程的一个正根是（ ）

- A. AC 的长 B. CD 的长 C. AD 的长 D. BC 的长

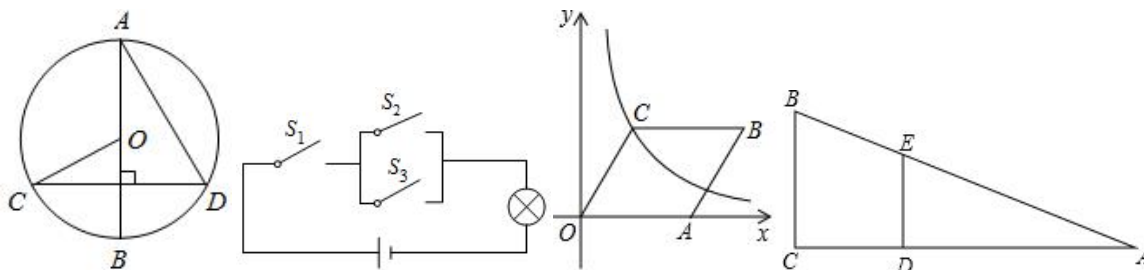
10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $AD = 4$ ，连接 AC ， O 是 AC 的中点， M 是 AD 上一点，且 $MD = 1$ ， P 是 BC 上一动点，则 $PM - PO$ 的最大值为（ ）

- A. $\sqrt{10} - \frac{5}{2}$ B. $\frac{\sqrt{85}}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$

二. 填空题（共 8 小题，每题 2 分）

11. -27 的立方根是_____.

12. 分解因式： $a^3 - 2a^2b + ab^2 =$ _____.



第 13 题 第 14 题 第 15 题 第 17 题

13. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， CD 为弦， $AB \perp CD$ ，如果 $\angle COB = 70^\circ$ ，那么 $\angle ABD =$ _____°.

14. 如图，随机闭合开关 S_1 ， S_2 ， S_3 中的两个，能让灯泡发光的概率是_____.

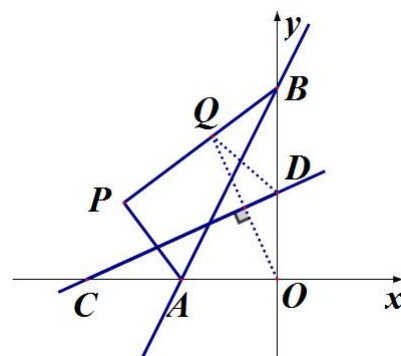
15. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OABC$ 的顶点 O 为坐标原点，顶点 A 在 x 轴的正半轴上，顶点 C 在

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，已知菱形的周长是 8， $\angle COA = 60^\circ$ ，则 k 的值是_____.

16. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-1} - 2 = \frac{k}{1-x}$ 的解为正数，则 k 的取值范围为_____.

17. 如图，上体育课，甲、乙两名同学分别站在 C 、 D 的位置时，乙的影子恰好在甲的影子里边，已知甲，乙同学相距 1 米，甲身高 1.8 米，乙身高 1.5 米，则甲的影长是_____米.

18. 如图已知直线 $AB: y = 2x + 4$ 分别交 x 轴、 y 轴与点 A 、点 B ，将 $\triangle ABO$ 沿直线 AB 翻折至 $\triangle ABP$ ，直线 $CD: y = kx + 4k$ ($k > 0$) 分别交 x 轴 y 轴与点 C 、点 D ，若原点 O 关于直线 CD 的对称点 Q 恰好落在 PB 上，则 $\tan \angle BQD$ 的值为_____.



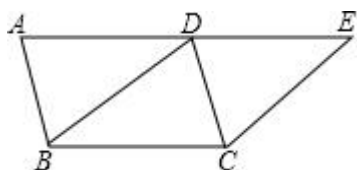
三. 解答题 (共 10 小题)

19. (4+4 分) 计算: ① $\sqrt{8} - (2015 - \pi)^0 - 4\cos 45^\circ + (-3)^2$. ② $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + |2 - \sqrt{5}| + \sqrt{2} \times (-\sqrt{8})$

20. (4+4 分) 解方程: $\frac{x-3}{x+3} = 2 - \frac{x}{x-3}$. 解方程: $(x-2)^2 = (2x+5)^2$.

21. (4+4 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 延长 AD 至点 E , 使 $DE = AD$, 连接 BD .

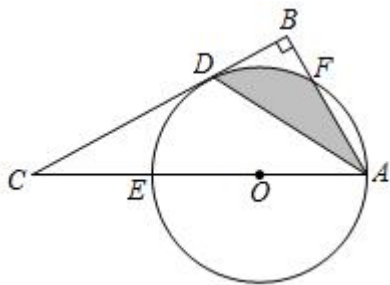
(1) 求证: 四边形 $BCED$ 是平行四边形; (2) 若 $DA = DB = 2$, $\cos A = \frac{1}{4}$, 求点 B 到点 E 的距离.



22. (3+3+3 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D , 点 E 在 AC 上, 以 AE 为直径的 $\odot O$ 经过点 D .

(1) 求证: ① BC 是 $\odot O$ 的切线; ② $CD^2 = CE \cdot CA$;

(2) 若点 F 是劣弧 AD 的中点, 且 $CE = 3$, 试求阴影部分的面积.



23. (2+2+2+2 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中;

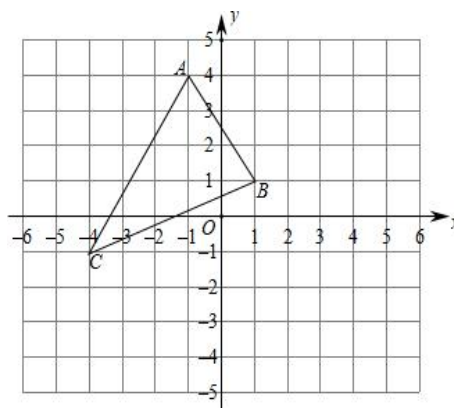
(1) 画 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位, 再向下平移 3 个单位得到的 $\triangle A' B' C'$;

(2) 求三角形 ABC 的面积.

(3) 用无刻度的直尺作图:

①在边 BC 上确定点 P , 使得 $S_{\triangle ACP}:S_{\triangle ABP}=2:5$;

②连接 AO 、 CO , 在 y 轴上确定点 Q , 使得 $\angle AQC=\angle AOC$;



24. (2+3+3 分) 我市自开展“学习新思想, 做好接班人”主题阅读活动以来, 受到各校的广泛关注和同学们的积极响应, 某校为了解全校学生主题阅读的情况, 随机抽查了部分学生在某一周主题阅读文章的篇数, 并制成下列统计图表.

某校抽查的学生文章阅读的篇数统计表

文章阅读的篇数 (篇)	3	4	5	6	7 及以上
人数 (人)	20	28	m	16	12

某校抽查学生文章阅读的篇数情况统计图



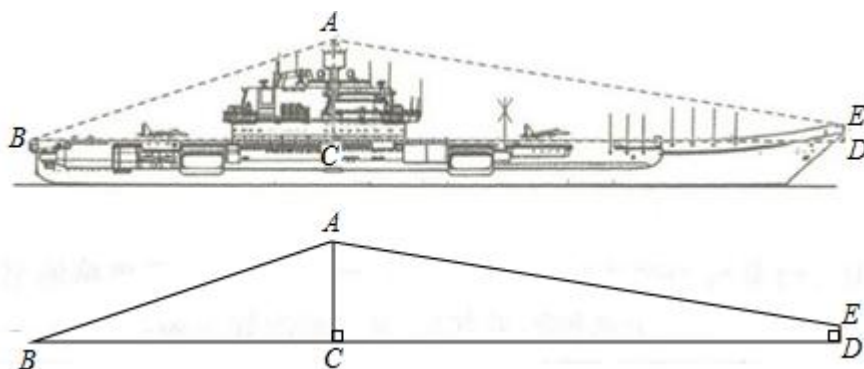
请根据统计图表中的信息, 解答下列问题:

(1) 求被抽查的学生人数和 m 的值;

(2) 求本次抽查的学生文章阅读篇数的中位数和众数;

(3) 若该校共有 800 名学生, 根据抽查结果, 估计该校学生在这一周内文章阅读的篇数为 4 篇的人数.

25. (6 分) 2018 年 5 月 13 日清晨, 我国第一艘自主研制的 001A 型航空母舰从大连造船厂码头启航, 赴相关海域执行海上试验任务已知舰长 BD 约 $306m$, 航母前端点 E 到水平甲板 BD 的距离 DE 为 $6m$, 舰岛顶端 A 到 BD 的距离是 AC , 经测量, $\angle BAC=71.6^\circ$, $\angle EAC=80.6^\circ$, 请计算舰岛 AC 的高度. (结果精确到 $1m$, 参考数据: $\sin 71.6^\circ \approx 0.95$, $\cos 71.6^\circ \approx 0.32$, $\tan 71.6^\circ \approx 3.01$, $\sin 80.6^\circ \approx 0.99$, $\cos 80.6^\circ \approx 0.16$, $\tan 80.6^\circ \approx 6.04$)



26. (3+3+3 分) 某校为改善办学条件, 计划购进 A 、 B 两种规格的书架, 经市场调查发现有线下和线上两种购买方式, 具体情况如下表:

规格	线下		线上	
	单价 (元/个)	运费 (元/个)	单价 (元/个)	运费 (元/个)
A	240	0	210	20
B	300	0	250	30

(1) 如果在线下购买 A 、 B 两种书架 20 个, 共花费 5520 元, 求 A 、 B 两种书架各购买了多少个

(2) 如果在线上购买 A 、 B 两种书架 20 个, 共花费 v 元, 设其中 A 种书架购买 m 个, 求 v 关于 m 的函数关系式.

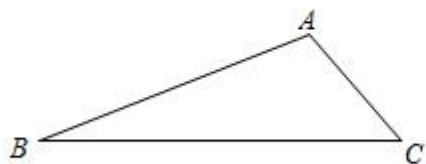
(3) 在 (2) 的条件下, 若购买 B 种书架的数量不少于 A 种书架的 2 倍, 请求出花费最少的购买方案, 并计算按照这种购买方案线上比线下节约多少钱.

27. (4+3+3 分) 如果一个三角形一条边上的高等于这条边的两倍, 那么这个三角形叫做高倍底三角形, 这条边叫做这个三角形的倍底.

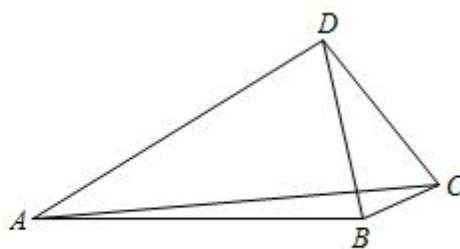
(1) 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 为高倍底三角形, 且 $\angle ACB=90^\circ$, $AB=2\sqrt{5}$, 求 AC 的长;

(2) 如图①, $\triangle ABC$ 中, $\tan \angle ABC = \frac{1}{3}$, $\angle C=45^\circ$, 求证: $\triangle ABC$ 是高倍底三角形;

(3) 如图②, 四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, AC , BD 为对角线, $\angle DBC=90^\circ$, $BD>BC$, 若 $\triangle ABD$ 和 $\triangle DBC$ 都为高倍底三角形, 且 $AC=2\sqrt{13}$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.



图①



图②

28. (2+2+3+3 分) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 过点 $A(1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , $OC=3$.

(1) 求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标;

(2) 过点 A 作 $AM \perp BC$, 垂足为 M , 求证: 四边形 $ADBM$ 为正方形;

(3) 点 P 为抛物线在直线 BC 下方图形上的一动点, 当 $\triangle PBC$ 面积最大时, 求点 P 的坐标;

(4) 若点 Q 为线段 OC 上的一动点, 问: $AQ + \frac{1}{2}QC$ 是否存在最小值? 若存在, 求出这个最小值; 若不

存在, 请说明理由.

