

# 2021-2022 学年度下期期中测试

## 初 2022 级 数 学 题 卷

(满分 150 分 考试时间 120 分钟)

命题人：梁小东 审题人：袁春兰

参考公式：抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的顶点坐标是  $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ ，对称轴是  $x = -\frac{b}{2a}$ 。

一、选择题：(本大题 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分) 在每个小题的下面，都给出了 A、B、C、D 的四个答案，其中只有一个是正确的，请在答题卡上正确答案所对应的框涂黑。

1.  $-7$  的相反数是 ( )

- A.  $-7$       B.  $-\frac{1}{7}$       C.  $\frac{1}{7}$       D.  $7$

2. 下列图形既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ( )



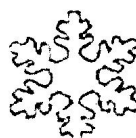
A



B



C



D

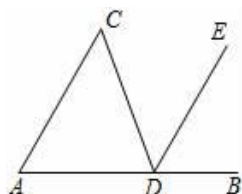
3. 下列计算正确的是 ( )

- A.  $a^3 + a^3 = a^6$       B.  $a \cdot a^2 = a^3$       C.  $(a^2)^3 = a^5$       D.  $3a - a = 2$

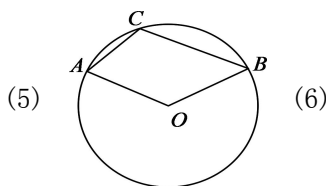
4. 下列实数，介于 5 和 6 之间的是 ( )

- A.  $\sqrt{21}$       B.  $\sqrt{35}$       C.  $\sqrt{42}$       D.  $\sqrt[3]{64}$

5. 如图 5，点 B 是  $\triangle ADC$  的边 AD 的延长线上一点，DE 平分  $\angle CDB$ ，若  $\angle C = 50^\circ$ ， $\angle BDE = 60^\circ$ ，则  $\angle A$  的度数等于 ( )

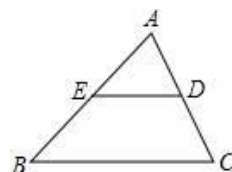


- A.  $70^\circ$       B.  $100^\circ$       C.  $110^\circ$       D.  $120^\circ$



(5)

(6)



(8)

6. 如图 6，扇形 AOB 的圆心角为  $124^\circ$ ，则  $\angle ACB =$  ( )

- A.  $114^\circ$       B.  $116^\circ$       C.  $118^\circ$       D.  $120^\circ$

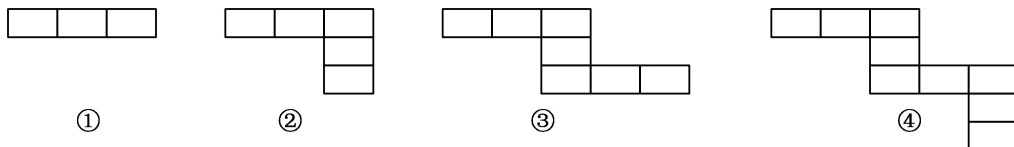
7. 如果  $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$  是方程  $ax+(a-2)y=0$  的一组解, 则  $a$  的值 ( )

- A. 1      B. -1      C. 2      D. -2

8. 如图 8,  $\triangle ABC$  中,  $E$  是  $AB$  的中点, 过点  $E$  作  $ED \parallel BC$ , 交  $AC$  于点  $D$ , 则  $\triangle AED$  与四边形  $BCDE$  的面积比是\_\_\_\_\_.

- A. 1: 1      B. 1: 2      C. 1: 3      D. 1: 4

9. 下列图形都是由同样大小的矩形按一定的规律组成, 其中, 第①个图形中一共有 6 个矩形, 第②个图形中一共有 11 个矩形, 第③个图形中一共有 16 个矩形,  $\dots$ , 按此规律, 第⑧个图形中矩形的个数为 ( )



- A. 30      B. 36      C. 41      D. 45

10. 如图 10 是二次函数图象的  $y = ax^2 + bx + c$  一部分, 图象过点  $A(-3, 0)$ , 对称轴为直线  $x = -1$ . 则以下结论错误的是 ( )

- A.  $b^2 > 4ac$       B.  $2a + b = 0$       C.  $a + b + c = 0$       D.  $5a < b$

11. 从  $-4, -3, 1, 3, 4$  这五个数中, 随机抽取一个数, 记为  $m$ , 若使得关于  $x, y$  的二元一

次方程组  $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ mx - 2y = -3 \end{cases}$  有解, 且使关于  $x$  的分式方程  $\frac{1-m}{x-1} - 1 = \frac{2}{1-x}$  有正数解, 那么这五个

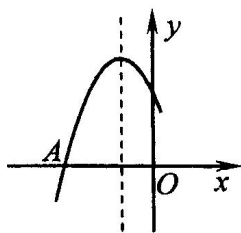
数中所有满足条件的  $m$  的值之和是 ( )

- A. 1      B. 2      C. -1      D. -2

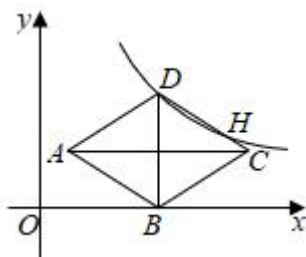
12. 如图 12, 在平面直角坐标系中, 菱形  $ABCD$  的顶点  $B$  在  $x$  轴上, 对角线  $BD$  平行于  $y$  轴,

反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0, x > 0$ ) 的图象经过点  $D$ , 与  $CD$  边交于点  $H$ , 若  $DH = 2CH$ , 菱

形  $ABCD$  的面积为 6, 则  $k$  的值为 ( )



10 题图



(12 题图)

A. 2

B. 4

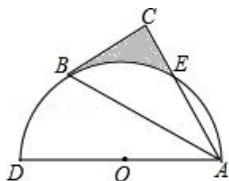
C. 6

D. 8

二、填空题：（本大题 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分）请将每小題的答案直接填在答题卡中对应的横线上。

13. 计算： $(\pi - 1)^0 + \sqrt{9} - (-\frac{1}{2})^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 如图，以 AD 为直径的半圆 O 经过 Rt△ABC 的斜边 AB 的两个端点，交直角边 AC 于点 E. B、E 是半圆弧的三等分点，若 AD=4，则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.



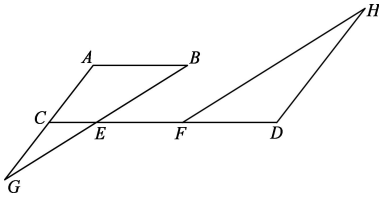
15. 从  $-3, -1, \frac{1}{2}, 1, 3$  这五个数中，随机抽取一个数，记为  $a$ ，则关于  $x$  的一次函数  $y = -x + a$

的图象与坐标轴围成三角形的面积不超过 4 的概率为\_\_\_\_\_。

16. 疫情隔离期间，为了降低外出感染风险，各大商超开通了送货到小区的便民服务，某商超推出适合大多数家庭需要的 A、B、C 三种蔬菜搭配装袋供市民直接选择. 其中，甲种搭配每袋装有 3 千克 A，1 千克 B，1 千克 C；乙种搭配每袋装有 1 千克 A，2 千克 B，2 千克 C. 甲、乙两种袋装蔬菜每袋成本价分别为袋中 A、B、C 三种蔬菜的成本价之和. 已知 A 种蔬菜每千克成本价为 2.4 元，甲种搭配每袋售价为 26 元，利润率为 30%，乙种搭配的利润率为 20%. 若这两种袋装蔬菜的销售利润率达到 25%，则该商超销售甲、乙两种袋装蔬菜的数量之整数比是\_\_\_\_\_。（商品的利润率 =  $\frac{\text{商品的售价} - \text{商品的成本价}}{\text{商品的成本价}} \times 100\%$ ）

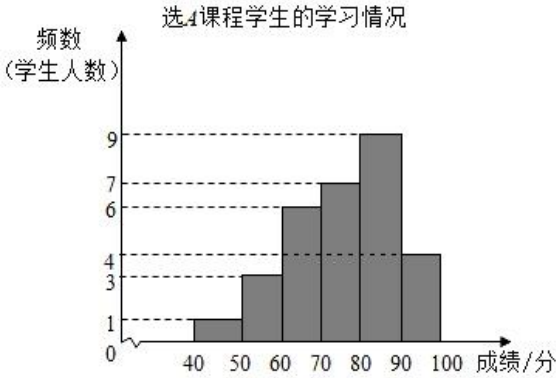
三、解答题：（本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。）

17. 如图， $C、E、F、D$  共线， $AB \parallel FD, BG \parallel FH$ ，且  $AB = FD, BG = FH$ 。求证： $\angle A = \angle D$

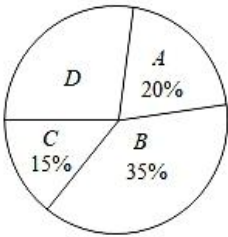


18. 为落实重庆市关于开展中小学课后服务工作的要求，某学校开展了四门校本课程供学生选择： $A$ . 趣味数学； $B$ . 博乐阅读； $C$ . 快乐英语； $D$ . 硬笔书法。全校共有 100 名学生选择了  $A$  课程，为了解选  $A$  课程学生的学习情况，从这 100 名学生中随机抽取了 30 名学生进行测试。将他们的成绩（百分制）绘制成频数分布直方图。

- (1) 其中  $70 \leq x < 80$  这一组的数据为 74, 73, 72, 75, 76, 76, 79，则这组数据的中位数是 \_\_\_\_，众数是 \_\_\_\_。
- (2) 根据题中信息，估计该校共有 \_\_\_\_ 人，选  $A$  课程学生成绩在  $80 \leq x < 90$  的有 \_\_\_\_ 人。
- (3) 课程  $D$  在扇形统计图中所对应的圆心角的度数为 \_\_\_\_。
- (4) 如果学校规定每名学生要选两门不同的课程，小张和小王在选课程中，若第一次都选了课程  $C$ ，那么他俩第二次同时选课程  $A$  或  $B$  的概率是多少？请用列表法或画树状图的方法加以说明。



选择四门课程的学生在全校总人数中所占百分比



四、解答题：（本大题共六个小题，19—25 题每题 10 分，共 70 分）

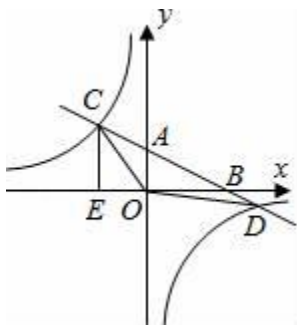
19. (1)  $(a+b)(a-2b) - (a-b)^2 - b(a-b)$ .

(2)  $(\frac{-1}{x+1} - x + 1) \div \frac{x^2}{x^2 - 1}$ .

20. 如图，在平面直角坐标系中，O 为原点，直线 AB 分别与 x 轴、y 轴交于 B 和 A，与反比例函数的图象交于 C、D，CE ⊥ x 轴于点 E， $\tan \angle ABO = \frac{1}{2}$ ，OB=4，OE=2.

(1) 求直线 AB 和反比例函数的解析式；

(2) 求△OCD 的面积.



21. 商社电器从厂家购进了  $A$ ,  $B$  两种型号的空气净化器. 已知一台  $A$  型空气净化器的进价比一台  $B$  型空气净化器的进价多 300 元, 用 7500 元购进  $A$  型空气净化器和用 6000 元购进  $B$  型空气净化器的台数相同.

(1) 求一台  $A$  型空气净化器和一台  $B$  型空气净化器的进价各为多少元?

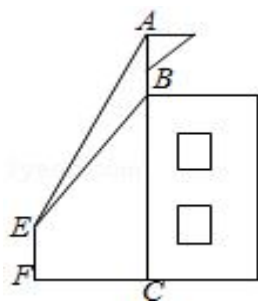
(2) 在销售过程中,  $A$  型空气净化器因为净化能力强, 噪音小而更受消费者的欢迎. 为了增大  $B$  型空气净化器的销量, 商社电器决定对  $B$  型空气净化器进行降价销售, 经市场调查, 当  $B$  型空气净化器的售价为 1800 元时, 每天可卖出 4 台, 在此基础上, 售价每降低 50 元, 每天将多售出 1 台. 如果每天商社电器销售  $B$  型空气净化器的利润为 3200 元, 请问商社电器应将  $B$  型空气净化器的售价定为多少元?

22. 如图, 某建筑物  $BC$  上有一旗杆  $AB$ , 小明在  $F$  处, 由  $E$  点观察到旗杆顶部  $A$  的仰角为  $52^\circ$ , 底部  $B$  的仰角为  $45^\circ$ , 小明的观测点与地面距离  $EF$  为 1.6m,

(1) 若  $F$  与  $BC$  相距 12m, 求建筑物  $BC$  的高度;

(2) 若旗杆  $AB$  长 3.15m, 求建筑物  $BC$  的高度. (结果精确到 0.1m)

(参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.414$   $\sin 52^\circ \approx 0.788$ ,  $\tan 52^\circ \approx 1.280$ ).



23. 有一个  $n$  位自然数  $\overline{abcd\cdots gh}$  能被  $x_0$  整除, 依次轮换个位数字得到的新数  $\overline{bcd\cdots gha}$  能被  $x_0+1$  整除, 再依次轮换个位数字得到的新数  $\overline{cd\cdots ghac}$  能被  $x_0+2$  整除, 按此规律轮换后,  $\overline{d\cdots ghabc}$  能被  $x_0+3$  整除,  $\dots$ ,  $\overline{habc\cdots g}$  能被  $x_0+n-1$  整除, 则称这个  $n$  位数  $\overline{abcd\cdots gh}$  是  $x_0$  的一个“轮换数”. 例如: 60 能被 5 整除, 06 能被 6 整除, 则称两位数 60 是 5 的一个“轮换数”; 再如: 324 能被 2 整除, 243 能被 3 整除, 432 能被 4 整除, 则称三位数 324 是 2 的一个“轮换数”.

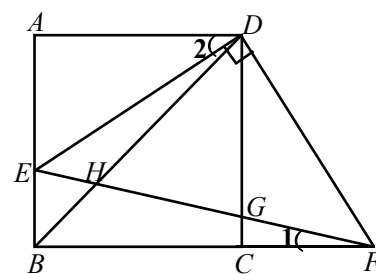
(1) 若一个两位自然数的个位数字是十位数字的 2 倍, 求证这个两位自然数一定是“轮换数”.

(2) 若三位自然数  $\overline{abc}$  是 3 的一个“轮换数”, 其中  $a=2$ , 求这个三位自然数  $\overline{abc}$ .

24. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为 6, 点  $E$  在边  $AB$  上, 连接  $ED$ , 过点  $D$  作  $FD \perp DE$  与  $BC$  的延长线相交于点  $F$ , 连接  $EF$  与边  $CD$  相交于点  $G$ 、与对角线  $BD$  相交于点  $H$ .

(1) 若  $BD=BF$ , 求  $BE$  的长;

(2) 若  $\angle 2 = 2\angle 1$ , 求证:  $HF = HE + HD$ .



24 题图

25. 如图 1, 已知抛物线  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$  与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点 (点  $A$  在点  $B$  的

左侧), 与  $y$  轴交于点  $C$ , 点  $D$  是点  $C$  关于抛物线对称轴的对称点, 连接  $CD$ , 过点  $D$  作  $DH \perp x$  轴于点  $H$ , 过点  $A$  作  $AE \perp AC$  交  $DH$  的延长线于点  $E$ .

(1) 求线段  $DE$  的长度;

(2) 如图 2, 试在线段  $AE$  上找一点  $F$ , 在线段  $CD$  上找一点  $P$ , 且点  $P$  为直线  $PF$  上方抛物线上的一点, 求当  $\triangle CPF$  的周长最小时,  $\triangle MPF$  面积的最大值是多少;

(3) 在 (2) 问的条件下, 将得到的  $\triangle CFP$  沿直线  $AE$  平移得到  $\triangle C'F'P'$ , 将  $\triangle C'F'P'$  沿  $C'P'$  翻折得到  $\triangle C'P'F''$ , 记在平移过程中, 直线  $F'P'$  与  $x$  轴交于点  $K$ , 当  $\triangle F'F''K$  为等腰三角形, 直接写出  $OK$  的值

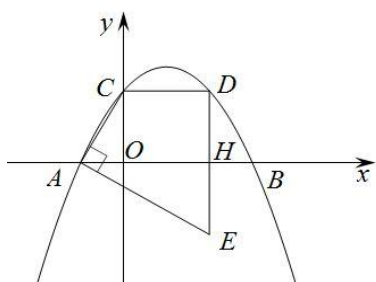


图 1

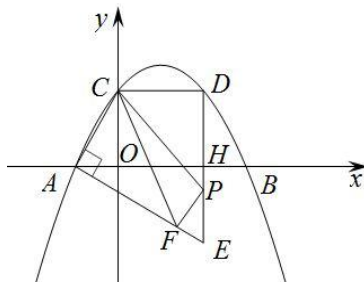
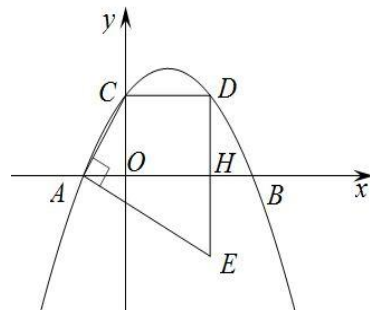


图 2



备用图