

# 2022 年 4 月九年级无纸化阅卷适应性测试

## 数学参考答案及评分标准

### 一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	A	B	C	B	D	C	B	C	B	C

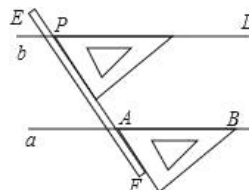
### 二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

13. 5    14.  $(2m-3n)(2m+3n)$     15.  $30^\circ$     16.  $\frac{1}{3}$     17. 2    18.  $\frac{1}{2^{2020}}$

1. 解：10 的相反数是 -10，  
故选 A.

2. 解：A. 没有原点，故此选项错误；  
B. 单位长度不统一，故此选项错误；  
C. 没有正方向，故此选项错误；  
D. 符合数轴的概念，故此选项正确。  
故选 D.

3. 解： $\because \angle DPF = \angle BAF$ ，  
 $\therefore AB \parallel PD$ （同位角相等，两直线平行）.  
故选：A.



4. 解：A. 原式  $= 8a^2$ ，故 A 选项错误；  
B. 原式  $= a^8$ ，故 B 选项正确；  
C. 原式  $= a^2 + b^2 + 2ab$ ，故 C 选项错误；  
D. 原式  $= 1$ ，故 D 选项错误。  
故选：B.

5. 解：由主视图和左视图可以得到该几何体是圆柱和小圆锥的复合体，  
由俯视图可以得到小圆锥的底面和圆柱的底面完全重合。  
故选：C.

6. 解：矩形的性质有：①矩形的对边相等且平行，②矩形的对角相等，且都是直角，  
③矩形的对角线互相平分、相等；  
平行四边形的性质有：①平行四边形的对边分别相等且平行，②平行四边形的对角  
分别相等，③平行四边形的对角线互相平分；  
 $\therefore$  矩形具有而平行四边形不一定具有的性质是对角线相等，  
故选：B.

7. 解：A. 旋转角是  $60^\circ$ ；  
B. 旋转角是  $90^\circ$ ；  
C. 旋转角是  $72^\circ$ ；  
D. 旋转角是  $120^\circ$ .  
故选 D.

8. 解：去掉一个最高分和一个最低分对中位数没有影响，  
故选 C.

9. 解： $\because$  函数是正比例函数，  
 $\therefore 2m+4=0$ ，  
解得  $m = -2$ .  
故选 B.

10 解: 过 B 作射线  $BC \parallel OA$ , 在 BC 上截取  $BC=OA$ ,

则四边形 OACB 是平行四边形,

过 B 作  $BH \perp x$  轴于 H,

$$\because B(1, 1),$$

$$\therefore OB = \sqrt{1^2 + 1^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore A(2\sqrt{2}, 0),$$

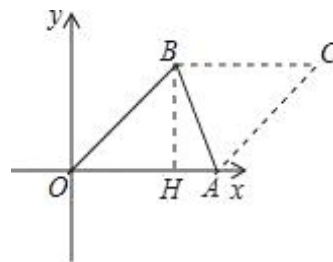
$$\therefore C(2\sqrt{2}+2, 2)$$

$$\therefore OA=OB,$$

$\therefore$  则四边形 OACB 是菱形,

$\therefore$  平移点 A 到点 C, 向右平移 2 个单位, 再向上平移 2 个单位而得到,

故选: C.



11. 解: 对称轴为直线  $x = -1$ , 且  $-1 < x_1 < x_2$ , 当  $x > -1$  时,  $y_2 < y_1$ ,

又因为  $x_3 < -1$ , 由一次函数的图象可知, 此时点  $P_3(x_3, y_3)$  在二次函数图象上方, 所以  $y_2 < y_1 < y_3$ .

故选 B.

12. 解: 先算出平路、上坡路和下坡路的速度分别为  $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{5}$  和  $\frac{1}{2}$  (千米/分),

所以他从单位到家门口需要的时间是  $2 \div \frac{1}{5} + 1 \div \frac{1}{2} + 1 \div \frac{1}{3} = 15$  (分钟).

故选: C.

13. 解: 原式  $= -3 + 8 = 5$ .

故答案为 5.

14. 解: 原式  $= (2m)^2 - (3n)^2 = (2m+3n)(2m-3n)$

故答案为  $(2m+3n)(2m-3n)$ .

15. 解: 连接 BD, 如图,

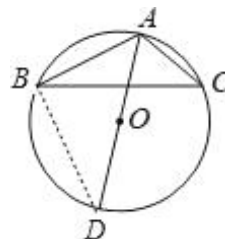
$\because AD$  为  $\triangle ABC$  的外接圆  $\odot O$  的直径,

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle D = 30^\circ.$$

故答案为  $30^\circ$ .



16. 解: 列表如下:

	- 2	- 1	1	2
- 2		2	- 2	- 4
- 1	2		- 1	- 2
1	- 2	- 1		2
2	- 4	- 2	2	

由表可知, 共有 12 种等可能结果, 其中积为大于 -4 小于 -1 的有 4 种结果,

$\therefore$  积为大于 -4 小于 -1 的概率为  $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ .

故答案为:  $\frac{1}{3}$ .

17. 解:  $\because B, C$  反比例函数  $y_2 = \frac{3}{x}$  的图象上,

$$\therefore S_{\triangle ODB} = S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2},$$

$\because P$  在反比例函数  $y_1 = \frac{k_1}{x}$  的图象上,

$$\therefore S_{\text{矩形} PDOC} = k_1 = 9 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 12,$$

$$\therefore \text{图象 } C_1 \text{ 的函数关系式为 } y = \frac{12}{x},$$

$\therefore E$  点在图象  $C_1$  上,

$$\therefore S_{\triangle EOF} = \frac{1}{2} \times 12 = 6, \quad \frac{S_{\triangle EFO}}{S_{\triangle ACO}} = \frac{6}{\frac{3}{2}} = 4,$$

$\therefore AC \perp x$  轴,  $EF \perp x$  轴,

$\therefore AC \parallel EF$ ,

$\therefore \triangle EOF \sim \triangle AOC$ ,

$$\therefore \frac{EF}{AC} = 2,$$

故答案为: 2.

18. 解:  $\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 3\sqrt{2}$ ,

$$\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ, \quad BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 6,$$

$\therefore$  在  $\triangle ABC$  内作第一个内接正方形  $DEFG$ ;

$$\therefore EF = EC = DG = BD,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{3}BC$$

$$\therefore DE = 2,$$

$\therefore$  取  $GF$  的中点  $P$ , 连接  $PD$ 、 $PE$ , 在  $\triangle PDE$  内作第二个内接正方形  $HIKJ$ ; 再取线段  $KJ$  的中点  $Q$ , 在  $\triangle QHI$  内作第三个内接正方形...依次进行下去,

$$\therefore \frac{EI}{KI} = \frac{PF}{EF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore EI = \frac{1}{2}KI = \frac{1}{2}HI,$$

$$\therefore DH = EI,$$

$$\therefore HI = \frac{1}{2}DE = \left(\frac{1}{2}\right)^{2-1} \times 2,$$

则第  $n$  个内接正方形的边长为:  $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ,

$$\therefore \text{则第 } 2022 \text{ 个内接正方形的边长为 } 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2022-1} = 2 \times \frac{1}{2^{2021}} = \frac{1}{2^{2020}}.$$

故答案为:  $\frac{1}{2^{2020}}$ .

### 三、解答题 (8 小题满分共 66 分)

$$19. \text{解: 原式} = 3\sqrt{3} + 2 + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{-----4 分}$$

$$= 2\sqrt{3} + 3 \text{-----6 分}$$

$$20. \text{解: 原式} = \frac{x^2 - 2x + 1 + x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} \times (x - 1)$$

$$= \frac{2x(x-1)}{(x-1)^2} \times (x-1)$$

$$= 2x \text{-----5 分}$$

$$\text{当 } x = \frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = 2 \times \frac{1}{2} = 1. \text{-----6 分}$$

21. 解: (1)  $\therefore$  关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + (2m+1)x + m^2 = 0$  有两个不相等的实数根,

$$\therefore (2m+1)^2 - 4m^2 > 0,$$

$$\text{解得: } m > -\frac{1}{4}. \text{-----4 分}$$

$$(2) \text{ 利用求根公式表示出方程的解为 } x = \frac{-2m-1 \pm \sqrt{4m+1}}{2},$$

$\therefore$  方程的解为整数,

$\therefore 4m+1$  为完全平方数,

则当  $m$  的值为 0 时, 方程为:  $x^2+x=0$ ,

解得:  $x_1=0, x_2=-1$  (不唯一). -----8 分

22. 解: (1) 由扇形统计图和条形统计图可得:

参加复选的学生总人数为:  $(5+3) \div 32\% = 25$  (人);

扇形统计图中短跑项目所对应圆心角的度数为:  $\frac{3+2}{25} \times 360^\circ = 72^\circ$ .

故答案为: 25, 72; -----4 分

(2) 长跑项目的男生人数为:  $25 \times 12\% - 2 = 1$ ,

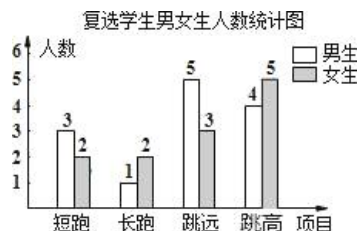
跳高项目的女生人数为:  $25 - 3 - 2 - 1 - 2 - 5 - 3 - 4 = 5$ .

如下图: -----6 分

(3)  $\therefore$  复选中的跳高总人数为 9 人,

跳高项目中的男生共有 4 人,

$\therefore$  跳高项目中男生被选中的概率  $= \frac{4}{9}$ . -----8 分



23. 证明: (1) 连接 OD,

$\therefore CD$  与圆  $O$  相切,

$\therefore OD \perp CD$ ,

$\therefore \angle CDO = 90^\circ$ ,

$\therefore BD \parallel OC$ ,

$\therefore \angle AOC = \angle OBD, \angle COD = \angle ODB$ ,

$\therefore OB = OD$ ,

$\therefore \angle OBD = \angle ODB$ ,

$\therefore \angle AOC = \angle COD$ , "

在  $\triangle AOC$  和  $\triangle DOC$  中,  $\begin{cases} OA = OD \\ \angle AOC = \angle COD \\ OC = OC \end{cases}$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle DOC$  (SAS), -----4 分

$\therefore \angle CAO = \angle CDO = 90^\circ$ , 则  $AC$  与圆  $O$  相切;

(2)  $\therefore AB = OC = 8, OB = OD$ ,

$\therefore \text{Rt} \triangle ODC$  与  $\text{Rt} \triangle OAC$  是含  $30^\circ$  的直角三角形,

$\therefore \angle DOC = \angle COA = 60^\circ$ ,

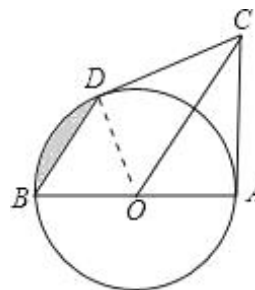
$\therefore \angle DOB = 60^\circ$ ,

$\therefore \triangle BOD$  为等边三角形,

图中阴影部分的面积 = 扇形  $DOB$  的面积 -  $\triangle DOB$  的面积

$$= \frac{60 \cdot \pi \cdot 4^2}{360} - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$= \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}. \text{-----8 分}$$



24. 解: (1) 设每台 A 种、B 种设备各  $x$  万元、 $y$  万元, 根据题意得出:

$$\begin{cases} x + 2y = 3.5 \\ 2x + 3y = 5.5 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 0.5 \\ y = 1.5 \end{cases}$$

答：每台 A 种、B 种设备各 0.5 万元、1.5 万元；-----4 分

(2) 设购买 A 种设备  $z$  台，根据题意得出：

$$0.5z + 1.5(40 - z) \leq 40,$$

解得： $z \geq 20$ ,

答：至少购买 A 种设备 20 台。-----8 分

25. 证明：(1)  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore FD \parallel BG,$$

$$\text{又} \because DG \parallel BE,$$

$$\therefore \text{四边形 } BFDG \text{ 是平行四边形},$$

$$\text{又由 } AD \parallel BC \text{ 得 } \angle DBC = \angle FDB,$$

$$\text{由折叠知 } \angle DBF = \angle DBC$$

$$\therefore \angle DBF = \angle FDB,$$

$$\therefore DF = BF,$$

$$\therefore \text{四边形 } BFDG \text{ 是菱形}; \text{-----5 分}$$

$$\textcircled{2} \text{ 在 } \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AD = AB + 4, \quad BD^2 = AD^2 + AB^2,$$

$$\therefore 80 = (AB + 4)^2 + AB^2, \text{ 即 } AB^2 + 4AB - 32 = 0, \quad (AB - 4)(AB + 8) = 0,$$

$$\therefore AB = 4 \text{ 或 } AB = -8 \text{ (舍去)}$$

$$\therefore AD = 8,$$

$$\therefore BF^2 = AF^2 + AB^2,$$

$$\therefore DF^2 = (8 - DF)^2 + 16,$$

$$\therefore DF = 5,$$

$$\therefore \text{四边形 } BFDG \text{ 的面积} = 5 \times 4 = 20. \text{-----10 分}$$

26. 解：(1) 函数的表达式为： $y = a(x+1)(x-3)$ ,

将点  $D$  坐标代入上式并解得： $a = 1$ ,

故抛物线的表达式为： $y = x^2 - 2x - 3$ ---①-----3 分

(2) 设直线  $PD$  与  $y$  轴交于点  $G$ ，设点  $P(m, m^2 - 2m - 3)$ ，

将点  $P, D$  的坐标代入一次函数表达式： $y = sx + t$  并解得：

直线  $PD$  的表达式为： $y = mx - 3 - 2m$ ，则  $OG = 3 + 2m$ ，

$$S_{\triangle POD} = \frac{1}{2} \times OG (x_D - x_P) = \frac{1}{2} (3 + 2m) (2 - m)$$

$$= -m^2 + \frac{1}{2}m + 3,$$

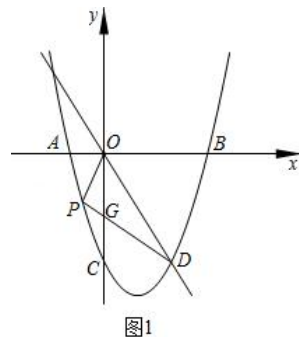
$\because -1 < 0$ ，故  $S_{\triangle POD}$  有最大值，当  $m = \frac{1}{4}$  时，

其最大值为  $\frac{49}{16}$ ；-----7 分

(3) 解法一  $\because OB = OC = 3$ ， $\therefore \angle OCB = \angle OBC = 45^\circ$ ，

$\because \angle ABC = \angle OBE$ ，故  $\triangle OBE$  与  $\triangle ABC$  相似时，分为两种情况：

①当  $\angle ACB = \angle BOQ$  时，



$$AB=4, BC=3\sqrt{2}, AC=\sqrt{10},$$

过点  $A$  作  $AH \perp BC$  于点  $H$ ,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} AB \times OC, \text{ 解得: } AH = 2\sqrt{2},$$

$$\text{则 } \sin \angle ACB = \frac{AH}{AC} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \text{ 则 } \tan \angle ACB = 2,$$

则直线  $OQ$  的表达式为:  $y = -2x$ ---②

联立①②并解得:  $x = \sqrt{3}$  或  $-\sqrt{3}$ ,

故点  $Q(\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$  或  $(-\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ , ---9 分

②  $\angle BAC = \angle BOQ$  时,

$$\tan \angle BAC = \frac{OC}{OA} = \frac{3}{1} = 3 = \tan \angle BOQ,$$

则点  $Q(n, -3n)$ ,

则直线  $OQ$  的表达式为:  $y = -3x$ ---③,

$$\text{联立①③并解得: } x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2},$$

$$\text{故点 } Q\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{3-3\sqrt{13}}{2}\right) \text{ 或 } \left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2}, \frac{3+3\sqrt{13}}{2}\right);$$

综上, 当  $\triangle OBE$  与  $\triangle ABC$  相似时,  $Q$  的坐标为:  $(\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$  或  $(-\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$

或  $\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{3-3\sqrt{13}}{2}\right)$  或  $\left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2}, \frac{3+3\sqrt{13}}{2}\right)$ . -----12 分

解法二:  $\because OB = OC = 3, \therefore \angle OCB = \angle OBC = 45^\circ$ ,

① 当  $\triangle BOE \sim \triangle BCA$  时, 有  $\frac{BE}{BA} = \frac{BO}{BC}$ , 即  $\frac{BE}{4} = \frac{3}{3\sqrt{2}}$ ,  $BE = 2\sqrt{2}$ ,

$E(1, -2)$ ,  $\therefore$  直线  $OG$  的解析式是:  $y = -2x$ ---②,

联立①②并解得:  $x = \sqrt{3}$  或  $-\sqrt{3}$ ,

故点  $Q(\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$  或  $(-\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ , ---9 分

② 当  $\triangle BEO \sim \triangle BCA$  时, 有  $\frac{BE}{BC} = \frac{BO}{BA}$ , 即  $\frac{BE}{3\sqrt{2}} = \frac{3}{4}$ ,  $BE = \frac{9\sqrt{2}}{4}$ ,

$E\left(\frac{3}{4}, \frac{9}{4}\right)$ ,  $\therefore$  直线  $OG$  的解析式是:  $y = -3x$ ---③

$$\text{联立①③并解得: } x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2},$$

$$\text{故点 } Q\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{3-3\sqrt{13}}{2}\right) \text{ 或 } \left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2}, \frac{3+3\sqrt{13}}{2}\right);$$

综上, 当  $\triangle OBE$  与  $\triangle ABC$  相似时,  $Q$  的坐标为:  $(\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$  或  $(-\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$

或  $\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{3-3\sqrt{13}}{2}\right)$  或  $\left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2}, \frac{3+3\sqrt{13}}{2}\right)$ . -----12 分

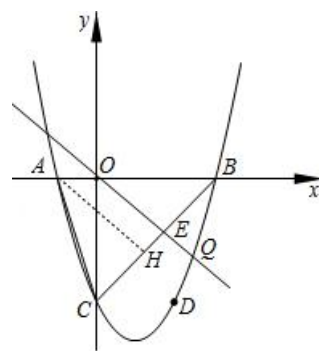


图2