

2022 年春学期第一次单元检测

八年级数学试题参考答案

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.）

1. B 2. B 3. A 4. C 5. B 6. B

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.）

7. $x \neq 3$ 8. a^2bc 9. $\frac{1}{3x+y}$ 10. $\frac{19}{3}$ 11. $\angle BAD = 90^\circ$ （答案不唯一）

12. (3, -2) 13. $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ 14. 4.8 15. $\frac{60}{13}$ 或 $\frac{13}{2}$.

16. ①、②、④

三、解答题

17 计算：（本题满分 12 分，每小题 6 分）

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{2}{x} - \frac{5}{x^2} &= \frac{2x}{x^2} - \frac{5}{x^2} \quad \square \quad 3' \\ &= \frac{2x-5}{x^2} \quad \square \quad 3' \end{aligned}$$

$$(2) \quad \frac{b^2}{a+b} + a - b$$

$$\begin{aligned} &= \frac{b^2}{a+b} + \frac{a(a+b)}{a+b} - \frac{b(a+b)}{a+b} \quad \square \quad 2' \\ &= \frac{b^2 + a^2 + ab - ab - b^2}{a+b} \quad \square \quad 2' \\ &= \frac{a^2}{a+b} \quad \square \quad 2' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{b^2}{a+b} + \frac{(a-b)(a+b)}{a+b} \quad \square \quad 2' \\ &= \frac{b^2 + a^2 - b^2}{a+b} \quad \square \quad 2' \\ &= \frac{a^2}{a+b} \quad \square \quad 2' \end{aligned}$$

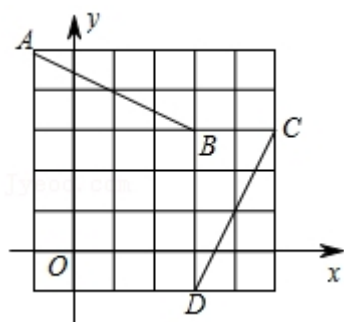
18. （本题满分 7 分）

$$\begin{aligned} &\frac{x}{x^2-4} - \frac{1}{2x-4} \\ &= \frac{x}{(x+2)(x-2)} - \frac{1}{2(x-2)} \quad \square \quad 1' \\ &= \frac{2x-(x+2)}{2(x+2)(x-2)} \quad \square \quad 1' \\ &= \frac{2x-x-2}{2(x+2)(x-2)} \quad \square \quad 1' \\ &= \frac{x-2}{2(x+2)(x-2)} \quad \square \quad 1' \\ &= \frac{1}{2(x+2)} \quad \square \quad 1' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{当 } x=1 \text{ 时, 原式} &= \frac{1}{2 \times (1+2)} \quad \square \quad 1' \\ &= \frac{1}{6} \quad \square \quad 1' \end{aligned}$$

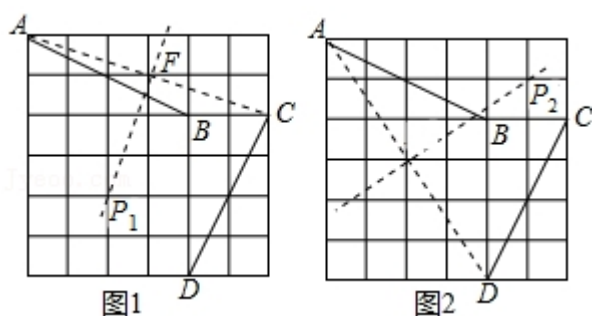
19. (本题满分 9 分)

解: (1) 直角坐标系如图所示:



点 $C(5, 3)$, $D(3, -1)$;画出直角坐标系得 1 分, 写出 C、D 的坐标各得 1 分。

(2)



旋转中心 P 坐标为 $(1, 1)$ 或 $(4, 4)$.

.....标出点 P 的两种情况各 1 分, 写出点 P 坐标各得 2 分.

20.解: 任务一:

①第三步.....1'

分式的基本性质 (或填为: 分式的分子分母都乘 (或除以) 同一个不为 0 的整式, 分式的值不变)1'

②第五步.....1'

括号前面是 “-” 去掉括号后, 括号里面的第二项没有变号.....1'

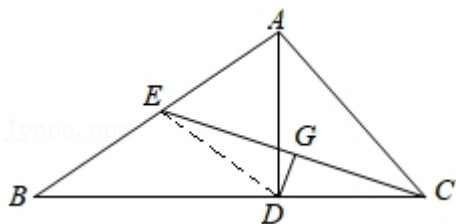
$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1} - \frac{x - 1}{2x + 2} \\ &= \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 1)^2} - \frac{x - 1}{2(x + 1)} \\ &= \frac{x - 1}{x + 1} - \frac{x - 1}{2(x + 1)} \\ &= \frac{2(x - 1) - (x - 1)}{2(x + 1)} \end{aligned}$$

$$= \frac{2x-2-x+1}{2(x+1)}$$

$$= \frac{x-1}{2x+2}. \dots\dots 6'$$

21. (本题满分 8 分)

证明：连接 DE ，如图：……1'



$\because AD$ 是边 BC 上的高， CE 是边 AB 上的中线，

$\therefore AD \perp BD$ ， E 是 AB 的中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB,$$

$\because AB = 2CD$,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB,$$

$\therefore CD = DE$,

$\because G$ 是 CE 的中点，

$\therefore DG \perp CE$. ……7'

22. (本题满分 10 分)

解：依题意，得 $\frac{3x+2}{x-2} < 0$,

则有 $\begin{cases} 3x+2 < 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}$ (1) 或 $\begin{cases} 3x+2 > 0 \\ x-2 < 0 \end{cases}$ (2) ……4'

解不等式组 (1) 得：无解；

解不等式组 (2) 得： $-\frac{2}{3} < x < 2$, ……4'

\therefore 不等式的解集是： $-\frac{2}{3} < x < 2$,

\therefore 当 $-\frac{2}{3} < x < 2$ 时，分式 $\frac{3x+2}{x-2}$ 的值为负. ……2'

23. (本题满分 10 分) 证明: 连接 EO , 如图所示:

$\because O$ 是 AC 、 BD 的中点,

$\therefore AO=CO, BO=DO$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

在 $\text{Rt}\triangle EBD$ 中,

$\because O$ 为 BD 中点,

$$\therefore EO = \frac{1}{2}BD,$$

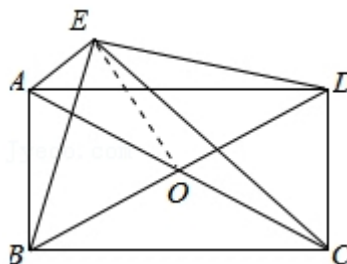
在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中, $\because O$ 为 AC 中点,

$$\therefore EO = \frac{1}{2}AC,$$

$\therefore AC=BD$,

又 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

\therefore 平行四边形 $ABCD$ 是矩形.



24. (本题满分 10 分)

条件: ①② 结论: ③ 或条件: ①③ 结论: ② 或条件: ②③ 结论: ①.....2'

证明: 条件: ①② 结论: ③

证明: 如图, 连接 BF ,

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle C = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle BDC = 45^\circ$,

$\because EF \perp BD$,

$\therefore \angle FEB = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 和 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中,

$BF=BF, BC=BE$,

$\therefore \text{Rt}\triangle BEF \cong \text{Rt}\triangle BCF$ (HL).

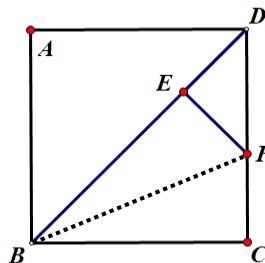
$\therefore EF=CF$.

$\because \angle FED = 90^\circ$, $\angle BDC = 45^\circ$,

$\therefore \angle DFE = 45^\circ$,

$\therefore DE=EF$,

$\therefore DE=CF$.



25 (本题满分 12 分)

解: (1) 由作图可知 DE 平分 $\angle ADC$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AB \parallel CD, AD = BC$$

$$\therefore \angle AED = \angle CDE$$

$$\therefore \angle ADE = \angle AED$$

$$\therefore AE = AD$$

$$\therefore AE = BC$$

(2) 如图 1, 连接 PB, PC ,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD, AD = BC,$$

$$\therefore \alpha = 120^\circ, \text{ 即 } \angle BAD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ADC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BEP = 60^\circ = \angle B,$$

由旋转知: $EP = EB$,

$\therefore \triangle BPE$ 是等边三角形,

$$\therefore BP = EP, \angle EBP = \angle BPE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBP = \angle ABC + \angle EBP = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AEP = 180^\circ - \angle BEP = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AEP = \angle CBP,$$

$\therefore DE$ 平分 $\angle ADC$,

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle CDE = 30^\circ = \angle ADE,$$

$$\therefore AD = AE,$$

$$\therefore AE = BC,$$

$$\therefore \triangle APE \cong \triangle CPB \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AP = CP, \angle APE = \angle CPB,$$

$$\therefore \angle APE + \angle CPE = \angle CPB + \angle CPE,$$

$$\text{即 } \angle APC = \angle BPE = 60^\circ,$$

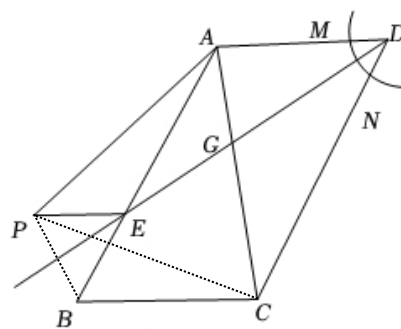
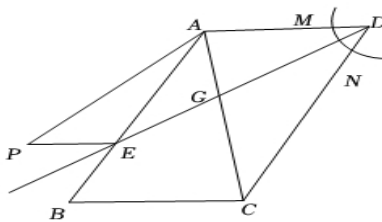
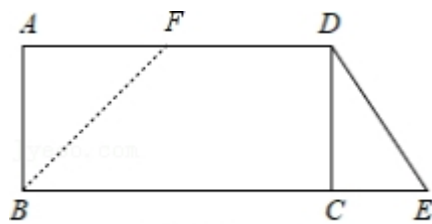


图1



备用图

$$\therefore \angle ABF = \angle FBC,$$

$$\because \angle A = \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle FBC,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle AFB,$$

$$\therefore AF = AB = 4,$$

$$\therefore DF = AD - AF = 8 - 4 = 4,$$

$$\therefore BC + CD + DF = 8 + 4 + 4 = 16,$$

$$\therefore 2t = 16, \text{ 解得 } t = 8.$$

\therefore 当 $t = 8$ 时, 点 P 运动到 $\angle ABC$ 的角平分线上;

故答案为: 81'

(3) 根据题意分 3 种情况讨论:

① 当点 P 在 BC 上运动时,

$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times BP \times AB = \frac{1}{2} \times 2t \times 4 = 4t; \quad (0 < t < 4); \quad \dots\dots 2'$$

② 当点 P 在 CD 上运动时,

$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16; \quad (4 \leq t \leq 6); \quad \dots\dots 2'$$

③ 当点 P 在 AD 上运动时,

$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times AB \times AP = \frac{1}{2} \times 4 \times (20 - 2t) = -4t + 40; \quad (6 < t \leq 10); \quad \dots\dots 2'$$

(4) 当 $0 < t < 6$ 时, 点 P 在 BC 、 CD 边上运动,

根据题意分情况讨论:

① 当点 P 在 BC 上, 点 P 到四边形 $ABED$ 相邻两边距离相等,

\therefore 点 P 到 AD 边的距离为 4,

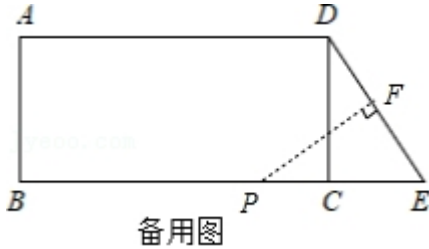
∴点 P 到 AB 边的距离也为 4,

即 $BP=4$,

∴ $2t=4$, 解得 $t=2s$;2'

②当点 P 在 BC 上, 点 P 到 AD 边的距离为 4,

∴点 P 到 DE 边的距离也为 4,



∴ $PE=DE=5$,

∴ $PC=PE - CE=2$,

∴ $8 - 2t=2$, 解得 $t=3s$;2'

③当点 P 在 CD 上, 如图, 过点 P 作 $PH \perp DE$ 于点 H ,

点 P 到 DE 、 BE 边的距离相等,

即 $PC=PH$,

∵ $PC=2t - 8$,

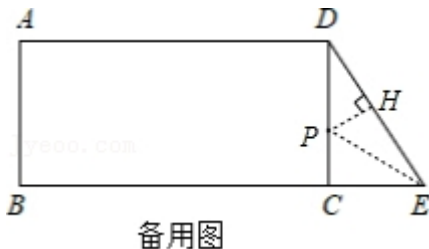
∵ $S_{\triangle DCE}=S_{\triangle DPE}+S_{\triangle PCE}$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times PH + \frac{1}{2} \times 3 \times PC,$$

∴ $12=8PH$,

∴ $12=8(2t - 8)$,

解得 $t=\frac{19}{4}$2'



综上所述: $t=2$ 或 $t=3$ 或 $t=\frac{19}{4}$ 时, 点 P 到四边形 $ABED$ 相邻两边距离相等.