

考生姓名

机密★启用前

随县 2022 年初中毕业生学业水平能力测试暨升学适应性考试

数 学 试 题

(考试时间:120 分钟 满分:120 分)

命题人:王道勇

审题人:张 枫

准考证号

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己姓名、准考证号填写在答题卡和试卷上,并将准考证条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题每小题选了答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,答在试卷上无效。
3. 非选择题用 0.5 毫米的黑色签字笔直接答在答题卡上,答在试卷上无效。
4. 考试结束后,监考人员将试卷与答题卡一并收回。

一、选择题(本题共 10 个小题,每小题 3 分,共 30 分,每小题给出的四个选项中,只有一个是正确的)

1. $-\frac{2}{3}$ 的绝对值是()

A. $-\frac{2}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $-\frac{3}{2}$

2. 下列运算正确的是()

A. $a + 2a = 3a^2$

B. $(2ab)^2 = 2ab^2$

C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

D. $(a^2)^3 = a^5$

3. 纳米是一种长度单位,它用来表示微小的长度,1 纳米为十亿分之一米,即 10^{-9} 米. 新型冠状病毒(SARS-CoV-2,简称新冠病毒)是一种小型病毒,病毒微粒的直径约为 100 纳米左右,“100 纳米”用科学记数法表示为()

A. 1×10^{-6} 米

B. 1×10^{-7} 米

C. 1×10^{-8} 米

D. 1×10^{-9} 米

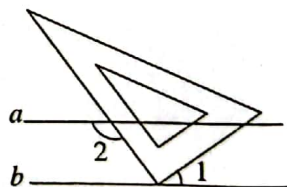
4. 如图,已知直线 $a \parallel b$,把三角尺的直角顶点放在直线 b 上. 若 $\angle 1 = 36^\circ$,则 $\angle 2$ 的度数为()

A. 116°

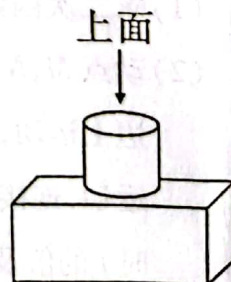
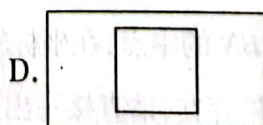
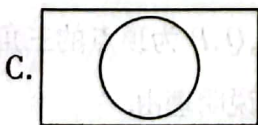
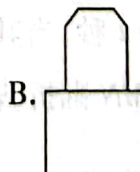
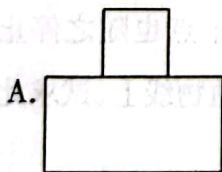
B. 124°

C. 144°

D. 126°

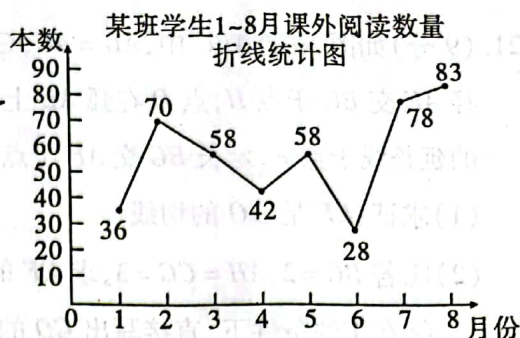


5. 如图是一个圆柱体和一个长方体组成的几何体,圆柱的下底面紧贴在长方体的上底面上,那么这个几何体的主视图为()



6. 班长王亮依据去年1~8月“书香校园”活动中全班同学的课外阅读数量(单位:本),绘制了如图折线统计图,下列说法正确的是()

- A. 每月阅读数量的平均数是58
B. 众数是83
C. 中位数是50
D. 每月阅读数量超过50的有5个月

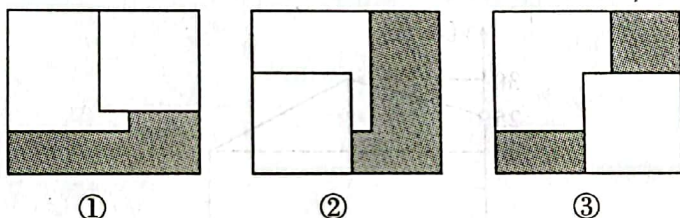


7. 某商场准备改善原有楼梯的安全性能,把坡角由 37° 减至 30° ,已知原楼梯长为5米,调整后的楼梯会加长() (参考数据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$)

- A. 6米
B. 3米
C. 2米
D. 1米

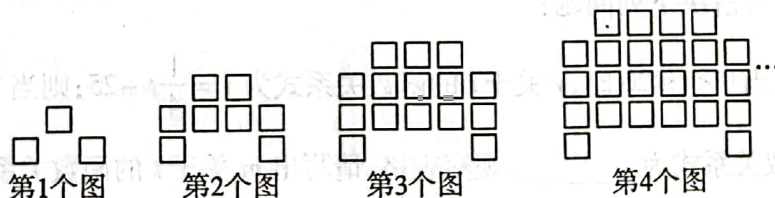


8. 一个矩形内放入两个边长分别为3cm和4cm的小正方形纸片,按照图①放置,矩形纸片没有被两个正方形纸片覆盖的部分(黑色阴影部分)的面积为 8cm^2 ;按照图②放置,矩形纸片没有被两个正方形纸片覆盖的部分的面积为 11cm^2 ,若把两张正方形纸片按图③放置时,矩形纸片没有被两个正方形纸片覆盖的部分的面积为()



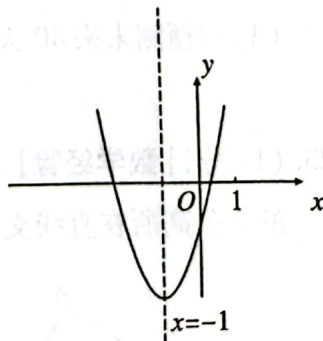
- A. 5cm^2
B. 6cm^2
C. 7cm^2
D. 8cm^2

9. 下列图形都是由相同的小正方形按照一定规律摆放而成的,照此规律排列下去,则第15个图中小正方形的个数是()



- A. 31
B. 210
C. 225
D. 255

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象的对称轴为直线 $x = -1$, 部分图象如图所示, 下列结论中: ① $abc > 0$; ② $b^2 - 4ac > 0$; ③ $4a + c > 0$; ④ 若 t 为任意实数, 则有 $a - bt \leq at^2 + b$; ⑤ 当图象经过点 $(\frac{1}{2}, 2)$ 时, 方程 $ax^2 + bx + c - 2 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 则 $x_1 + 2x_2 = -\frac{3}{2}$, 其中正确的结论有()



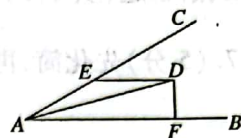
- A. ①②③
B. ②③④
C. ②③⑤
D. ②③④⑤



二、填空题(本题共6个小题,每小题3分,共18分)

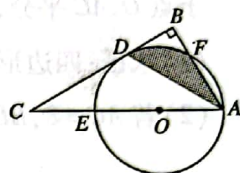
11. 计算: $\sqrt{4} + (\pi - 2)^0 - |-5| =$ _____.

12. 如图, $\angle BAC = 30^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \parallel AB$ 交 AC 于 E , $DF \perp AB$ 于点 F , 若 $AE = 2\sqrt{3}$, 则 DF 的长为 _____.



13. 已知: m, n 是方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的两根, 则 $(m^2 + 3m + 3)(n^2 + 3n + 3) =$ _____.

14. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , 点 E 在 AC 上, 以 AE 为直径的 $\odot O$ 经过点 D . 若 $\angle C = 30^\circ$, 且 $CD = 3\sqrt{3}$, 则阴影部分的面积是 _____.



15. 中国古代十进位制的算筹计数法, 在世界数学史上是一个伟大的创造. 算筹计数的方法: 如图, 将个位、百位、万位……的数按纵式的数码摆出, 将十位、千位、十万位……的数按横式的数码摆出.

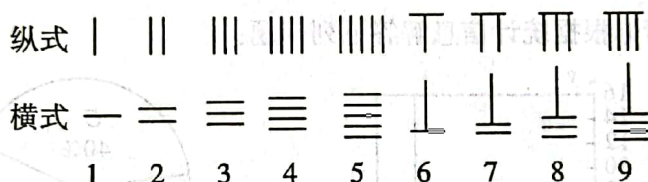


图1和图2都是借用算筹进行减法运算, 例如:

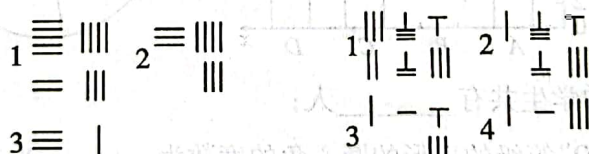


图1

图2

图1所示的图形表示的等式为 $54 - 23 = 31$, $34 - 3 = 31$, 则图2所示的图形表示的等式为 _____.(写出一个即可)

16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 BC 上一动点, 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠后得到 $\triangle AFE$, 点 F 在矩形 $ABCD$ 内部, 延长 AF 交 CD 于点 G , $AB = 3$, $AD = 4$.

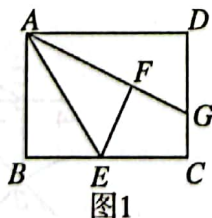


图1

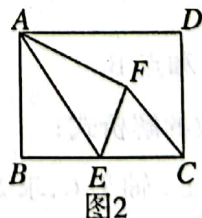


图2

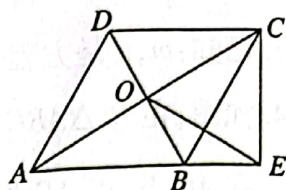
当点 E 是 BC 的中点时, 线段 GC 的长为 _____; 点 E 在运动过程中, 当 $\triangle CFE$ 的周长最小时, BE 的长为 _____.



三、解答题(共8小题,72分)

17. (5分)先化简,再求值: $\left(\frac{a^2+9}{a}-6\right) \div \frac{a^2-9}{a^2+3a}$, 其中 a 的值从 $-3 \leq a \leq 3$ 的整数解中选取.

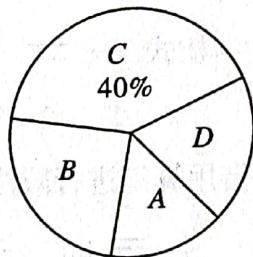
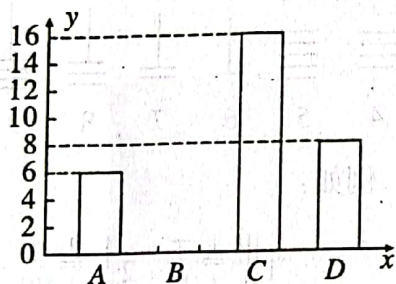
18. (7分)如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = AD$, 对角线 AC, BD 交于点 O , AC 平分 $\angle BAD$, 过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E .



(1)求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2)若 $AC = 8, BD = 6$, 求 CE 的长.

19. (10分)根据“五项管理”文件精神,某学校优化学校作业管理,探索减负增效新举措,学校就学生做作业时间进行问卷调查,将收集信息统计分成 A, B, C, D 四个层级,其中 A : 90 分钟以上; B : 60 ~ 90 分钟; C : 30 ~ 60 分钟; D : 30 分钟以下. 并将结果绘制成两幅不完整的统计图,请你根据统计信息解答下列问题:



(1)接受问卷调查的学生共有_____人;

(2)扇形统计图中“ D ”等级的扇形的圆心角的度数为_____, 补全条形统计图;

(3)全校约有学生 1500 人, 估计“ A ”层级的学生约有多少人?

(4)学校从“ A ”层级的 3 名女生和 2 名男生中随机抽取 2 人参加现场深入调研, 请用列表或画树状图的方法, 求恰好抽到 1 名男生和 1 名女生的概率.

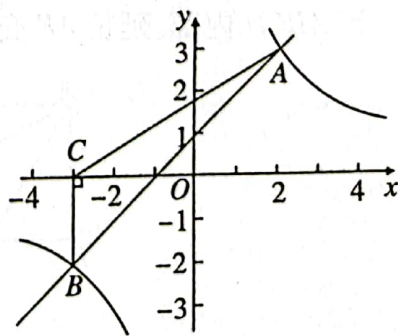
20. (8分)如图, 一次函数 $y = x + 1$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象

相交于点 $A(2, 3)$ 和点 B .

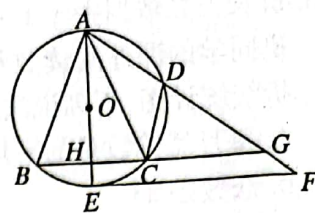
(1)求反比例函数的解析式;

(2)过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于 C , 求 $S_{\triangle ABC}$;

(3)是否在 y 轴上存在一点 D , 使得 $BD + CD$ 的值最小, 并求出 D 坐标.



21. (9分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 直径 AE 交 BC 于点 H , 点 D 在弧 AC 上, 过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AD 的延长线于点 F , 延长 BC 交 AF 于点 G .



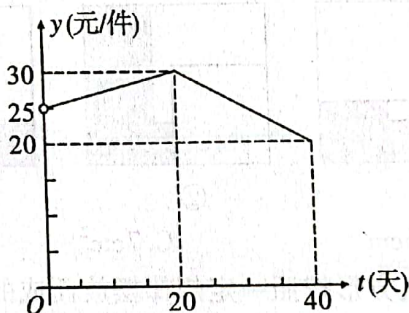
- (1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) ①若 $BC = 2$, $AH = CG = 3$, 求 EF 的长;
 ②在①的条件下, 直接写出 CD 的长.

22. (10分) 某公司生产的某种时令商品每件成本为 20 元, 经过市场调研发现:

①这种商品在未来 40 天内的日销售量 m (件) 与时间 t (天) 的关系如下表:

时间 t (天)	1	3	6	10	36	...
日销售量 m (件)	94	90	84	76	24	...

②未来 40 天内, 该商品每天的单价 y (元/件) 与时间 t (天) (t 为整数) 之间关系的函数图象如图所示:



请结合上述信息解决下列问题:

- (1) 经计算得, 当 $0 < t \leq 20$ 时, y 关于 t 的函数关系式为 $y = \frac{1}{4}t + 25$; 则当 $20 < t \leq 40$ 时, y 关于 t 的函数关系式为_____. 观察表格, 请写出 m 关于 t 的函数关系式为_____.
- (2) 请预测未来 40 天中哪一天的单价是 26 元/件?
- (3) 请预测未来 40 天中哪一天的日销售利润最大, 最大日销售利润是多少?

23. (11分) 【数学经验】三角形的中线, 角平分线, 高是三角形的重要线段, 我们知道, 三角形的 3 条高所在直线交于同一点.

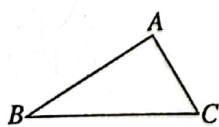


图1

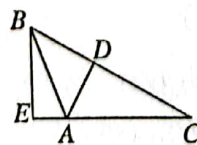


图2

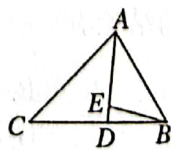


图3

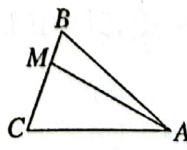


图4

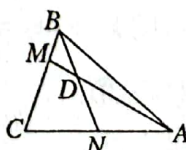


图5



(1) ①如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的三条高所在的直线交于点_____;

②如图2, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC > 90^\circ$, 已知两条高 BE, AD , 请你仅用一把无刻度的直尺 (仅用于过任意两点作直线、连接任意两点、延长任意线段) 画出 $\triangle ABC$ 的第三条高. (不写画法, 保留作图痕迹).

【综合应用】

(2) 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC > \angle C$, AD 平分 $\angle BAC$, 过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E .

①若 $\angle ABC = 80^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, 则 $\angle EBD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

②请写出 $\angle EBD$ 与 $\angle ABC, \angle C$ 之间的数量关系_____，并说明理由.

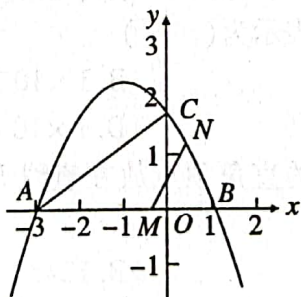
【拓展延伸】

(3) 三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分, 如果两个三角形的高相同, 则他们的

面积比等于对应底边的比. 如图 4, M 是 BC 上一点, 则有 $\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ACM}} = \frac{BM}{CM}$

如图 5, $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 上一点 $BM = \frac{1}{4}BC$, N 是 AC 的中点, 若三角形 ABC 的面积是 m , 求四边形 $CMDN$ 的面积. (用含 m 的代数式表示)

14. (12分) 如图, 已知二次函数 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$, $B(1, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C .



(1)求二次函数的解析式;

(2) 动点 M, N 同时从 B 点出发, 均以每秒 2 个单位长度的速度分别沿 $\triangle ABC$ 的 BA, BC 边上运动, 设其运动的时间为 t 秒, 当其中一个点到达终点时, 另一个点也随之停止运动, 连接 MN , 将 $\triangle BMN$ 沿 MN 翻折, 若点 B 的对应点 B' 恰好落在抛物线上, 试求此时 t 的值及点 B' 的坐标;

(3) 在(2)的条件下, Q 为 BN 的中点, 在坐标轴上是否存在点 P , 使得以 B, Q, P 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 如果存在, 请直接写出点 P 的坐标; 如果不存在, 试说明理由.

