

2022 年九年级第一次质量检测

数学试题

注意事项

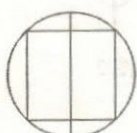
1. 本卷共 6 页, 满分 140 分, 考试时间 120 分钟。
2. 答题前, 请将姓名、文化考试证号用 0.5 毫米黑色字迹签字笔填写本卷和答题卡的指定位置。
3. 答案全部涂、写在答题卡上, 写在本卷上无效。考试结束后, 将本卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分。在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置)

1. -2 的倒数是(▲)

- A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. $\frac{1}{2}$

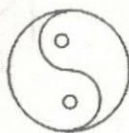
2. 下列图形中既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是(▲)



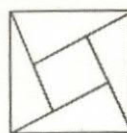
A.



B.



C.



D.

3. 下列运算中, 正确的是(▲)

- A. $x^6 \div x^2 = x^3$ B. $(x^2)^3 = x^5$ C. $x^2 + x^3 = x^5$ D. $2x^2 \cdot x = 2x^3$

4. 在一个不透明的盒子中有 25 个除颜色外均相同的小球, 每次摸球前先将盒中的球摇匀, 随机摸出一个球记下颜色后再放回盒中, 通过大量重复摸球试验后, 发现摸到白球的频率稳定于 0.4, 由此可估计盒子中白球的个数约为(▲)

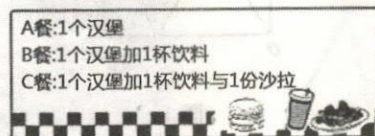
- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

5. 3 月 14 日是国际数学节, 为迎接数学节, 某学校 3 月份举办“数学嘉年华之手抄报评比活动”, 对甲、乙、丙、丁四组候选作品进行量化评分, 具体成绩(百分制)如下表, 如果按照创新性占 60%, 丰富性占 40% 计算总成绩, 并根据总成绩择优推荐, 那么应推荐的作品是(▲)

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

项目作品	甲	乙	丙	丁
创新性	90	95	90	90
丰富性	90	90	95	85

(第 5 题)



(第 6 题)

6. 周末小明与同学相约在某餐厅吃饭, 如图为此餐厅的菜单. 若他们所点的菜单总共为 10 个汉堡, x 杯饮料, y 份沙拉, 则他们点的 B 餐份数为(▲)

- A. $10 - x$ B. $10 - y$ C. $x - y$ D. $10 - x - y$

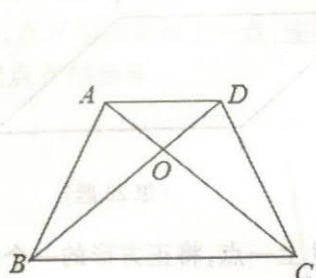
7. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{OA}{OC}$ 的值为(▲).

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{2}{5}$



(第7题)

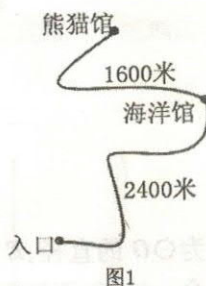


图1

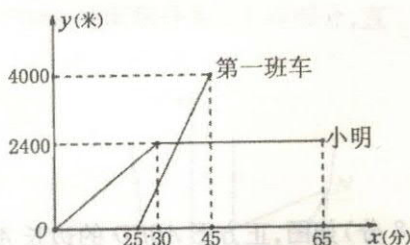


图2

(第8题)

8. 动物园内的一段路线如图1所示,园内有免费的班车,从入口处出发,沿该线路开往熊猫馆,途中停靠海洋馆(上下车时间忽略不计),第一班车上午9:00发车,以后每隔10分钟有一班车从入口处发车,且每一班车速度均相同.小明周末到动物园游玩,上午8:35到达入口处,因还没到班车发车时间,于是从入口处出发,沿该线路步行30分钟后到达海洋馆.离入口处的路程 y (米)与时间 x (分)的函数关系如图2所示,下列结论正确的是(▲)

A. 第一班车从入口处到达熊猫馆所需的时间为15分钟

B. 第一班车离入口处的路程 y (米)与时间 x (分)的关系式为 $y = 200x - 4000$ ($25 \leq x \leq 45$)

C. 第一班车到达海洋馆时小明已经在海洋馆停留了10分钟

D. 小明在海洋馆游玩35分钟后,想坐班车到熊猫馆,则小明最早能够坐上第四班车

二、填空题(本大题共10小题,每小题3分,共30分.不需写出解答过程,请将答案直接填写在答题卡相应位置)

9. 5的平方根是 ▲ .

10. 分解因式: $b^2 - 4b + 4 =$ ▲ .

11. 纳秒(ns)是非常小的时间单位, $1ns = 10^{-9}s$,用科学记数法表示 $10ns$ 是 ▲ s.

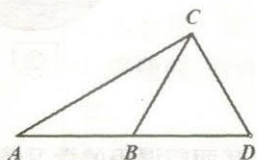
12. 写出一个比 $\sqrt{3}$ 大且比 $\sqrt{13}$ 小的整数为 ▲ .

13. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 3x - k = 0$ 有两个相等的实数根,则 k 的值是 ▲ .

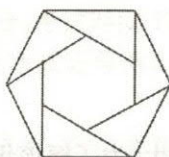
14. 已知 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x + 3y = -1 \\ x - y = 3 \end{cases}$, 则 $x + y$ 的值为 ▲ .

15. 已知圆锥的侧面积为 50π , 底面圆半径为 5, 则此圆锥的母线长为 ▲ .

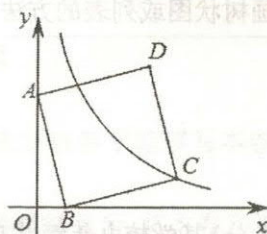
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, $\angle ABC = 120^\circ$, 延长 AB 到点 D , 使 $BD = BC$, 连接 CD , 若 $AC = 2$, 则 CD 的长为 ▲ .



(第 16 题)



(第 17 题)



(第 18 题)

17. 如图, 六个含 30° 角的直角三角板拼出两个正六边形, 若大正六边形的面积为 $6\sqrt{3}$, 则中间小正六边形的面积为 ▲ .

18. 如图, 直线 $y = -3x + 3$ 与 x 轴交于点 B , 与 y 轴交于点 A , 以线段 AB 为边, 在第一象限内作正方形 $ABCD$, 点 C 落在双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 上, 将正方形 $ABCD$ 沿 y 轴负方向平移 a 个单位长度, 使点 D 恰好落在双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 上, 则 $a =$ ▲ .

三、解答题(本大题共有 10 小题, 共 86 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本题 10 分) 计算:

$$(1) (-1)^{2022} + |-5| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \sqrt{12}$$

$$(2) \frac{a-1}{a^2} \div \left(1 - \frac{1}{a^2}\right)$$

20. (本题 10 分)

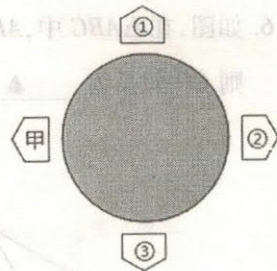
$$(1) \text{解方程: } \frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}$$

$$(2) \text{解不等式组: } \begin{cases} 3x-5 \geq x+1; \\ \frac{3x-4}{2} < x. \end{cases}$$

21. (本题7分) 一张圆桌旁设有4个座位, 甲先坐在了如图所示的座位上, 乙、丙2人等可能地坐到①、②、③中的2个座位上.

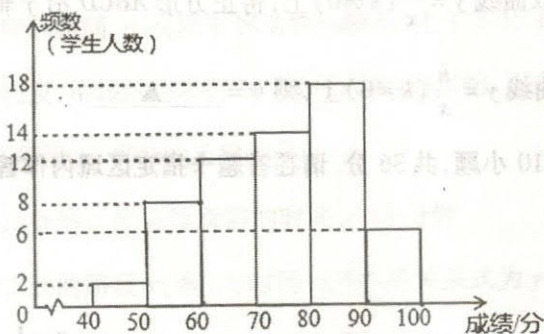
(1) 丙坐在②号座位的概率是 $\frac{1}{3}$;

(2) 用画树状图或列表的方法, 求乙与丙不相邻而坐的概率.



22. (本题7分) 某学校九年级共有320名学生. 为了解该年级学生A, B两门课程的学习情况, 从中随机抽取60名学生进行测试, 获得了他们的成绩(百分制), 并对数据(成绩)进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

I. A课程成绩的频数分布直方图如下图(数据分成6组: $40 \leq x < 50$, $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$):



II. A课程成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是:

70 71 71 71 73 73.5 74 74 78 78.5 79 79 79 79.5

III. A, B两门课程成绩的平均数、中位数、众数如下表:

课程	平均数	中位数	众数
A	75.3	m	84.5
B	72.2	70	83

根据以上信息, 回答下列问题:

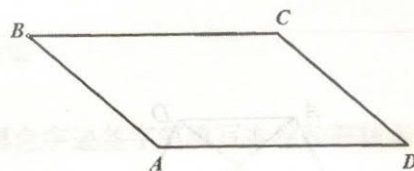
(1) $m = 78$;

(2) 在此次测试中, 某学生的A课程成绩为75分, B课程成绩为71分, 这名学生成绩排名更靠前的课程是 $\frac{1}{2}$ (填“A”或“B”), 理由是 $\frac{1}{2}$;

(3) 假设该年级学生都参加此次测试, 估计A课程成绩超过平均分75.3分的人数.

23. (本题8分)如图,在 $\square ABCD$ 中, $AB < BC$.

- (1)用尺规完成以下基本作图:作 $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E ,在 DA 上截取 DF ,使 $DF = CE$ (保留作图痕迹,不写作法);
(2)在(1)所作的图形中,连接 EF ,证明四边形 $ABEF$ 是菱形.

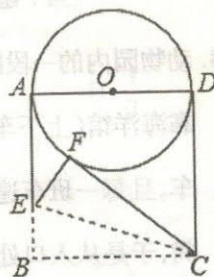


(第23题)

24. (本题8分)如图,正方形 $ABCD$ 的边长 AD 为 $\odot O$ 的直径, E 是 AB 上一点,将正方形的一个角沿 EC 折叠,使得点 B 恰好与圆上的点 F 重合.

(1)求证: CF 与 $\odot O$ 相切;

(2)若 $\odot O$ 的半径为1,则 AE 的长为_____.



(第24题)

25. (本题8分)直播带货逐渐走进了人们的生活,某电商在抖音上销售一批小商品,平均每天可卖出20件,每件盈利30元.通过市场调查发现,在一定范围内,小商品单价每降低1元,平均每天销售量增加2件.商家预期日利润为750元,决定降价促销,小商品的单价应降低多少元?

26. (本题8分)图1是一款平板电脑支架,图2是其侧面示意图, AB 、 BC 可分别绕点 A 、 B 转动,测量知 $BC = 10\text{cm}$, $AB = 20\text{cm}$.当 AB 、 BC 转动到 $\angle BAE = 60^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$ 时,求点 C 到 AE 的距离 (结果精确到0.1, $\sin 15^\circ \approx 0.26$, $\cos 15^\circ \approx 0.97$, $\tan 15^\circ \approx 0.27$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$).



图1

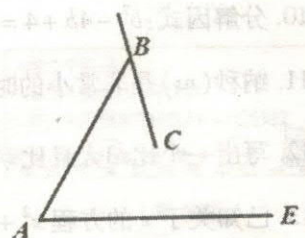


图2

(第26题)

27. (本题 10 分) 抛物线 $y = \frac{4}{3}x^2 + bx + c$ 经过点 $C(0, -4)$, 且 $OB = \frac{3}{4}OC$.

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 如图 1, 点 D, E 是抛物线对称轴上的两个动点, 且 $DE = 1$, 点 D 在点 E 的下方, 求四边形 $ACDE$ 的周长的最小值;

(3) 如图 2, 点 N 为抛物线上一点, 连接 CN , 直线 CN 把四边形 $CBNA$ 的面积分为 $3:1$ 两部分, 直接写出点 N 的坐标.

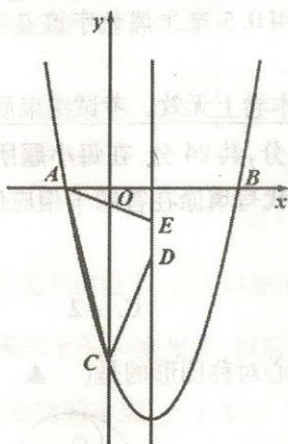


图 1

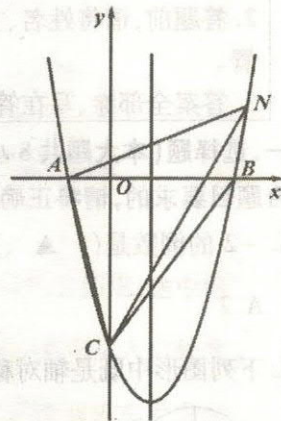


图 2

(第 27 题)

28. (本题 10 分) 已知 $OM \perp ON$, 垂足为点 O , 点 E, F 分别在射线 OM, ON 上, 连接 EF , 点 A 为 EF 的中点, $ED \parallel ON$, $ED = DF$, 连接 OA 并延长交线段 ED 或 DF 于点 G .

(1) 如图 1 所示, 当点 G 在 ED 上, 若 $OG = DE$, 则 $\angle EDF = \triangle \quad ^\circ$;

(2) 当点 G 在 FD 上, 请在图 2 中画出图形并证明 $\triangle DEF \sim \triangle AOF$;

(3) 若 $DG = 2, AG = 4$, 求 DF 的长.

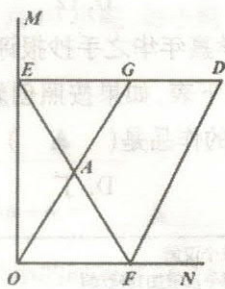


图 1

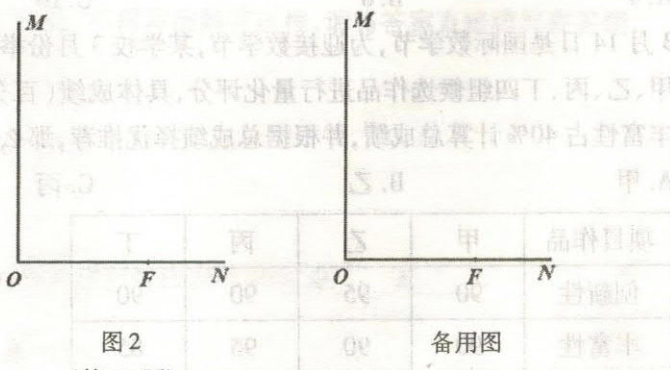


图 2

备用图

(第 28 题)

2022 年第一次质量检测数学试卷

参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	B	A	D	C	B	C	A	D

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

9. $\pm\sqrt{5}$ 10. $(b-2)^2$ 11. 1×10^{-8} (10^{-8}) 12. 2 或 3（任一即可）
 13. $-\frac{9}{4}$ 14. 1 15. 10 16. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 17. $2\sqrt{3}$ 18. $\frac{8}{3}$

三、解答题(本大题共有 10 小题，共 86 分)

19. (本题 10 分) 计算：

(1) 原式 $= 1 + 5 - 3 + 2\sqrt{3}$ (4分) $= 3 + 2\sqrt{3}$ 5 分

(2) 原式 $= \frac{a-1}{a^2} \div (\frac{a^2-1}{a^2})$ (7分) $= \frac{a-1}{a^2} \cdot \frac{a^2}{(a+1)(a-1)}$ (9分) $= \frac{1}{a+1}$ 10 分

20. (本题 10 分)

解：(1) 方程两边同时乘以 $(x-2)$ ，得 $x-3+x-2=-3$ (1 分)，解得 $x=1$ (3 分)

检验：当 $x=1$ 时， $x-2 \neq 0$ (4 分)， $x=1$ 是原分式方程的解.....5 分

(2) 由 $3x-5 \geq x+1$ ，得 $x \geq 3$7 分

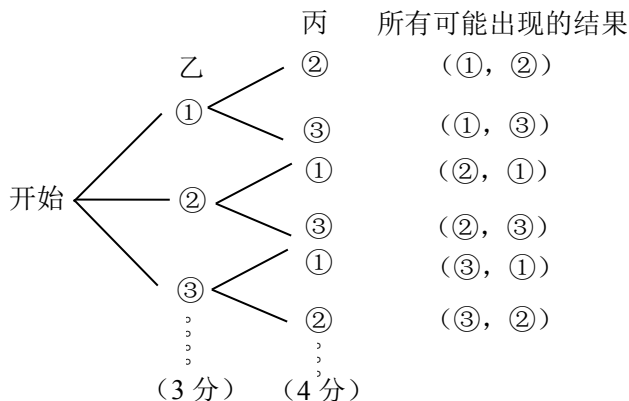
由 $\frac{3x-4}{2} < x$ ，得 $x < 4$9 分

\therefore 不等式组的解集为 $3 \leq x < 4$10 分

21. (本题 7 分)

(1) $\frac{1}{3}$ 1 分

解: (2) 用树状图列出所有可能的结果:



共有 6 种等可能的结果(5 分), 乙与丙两人不相邻而坐的结果有 2 种.....6 分

$\therefore P(\text{乙与丙不相邻而坐}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, 即乙与丙不相邻而坐的概率为 $\frac{1}{3}$7 分

22. (本题 7 分)

(1) 761 分

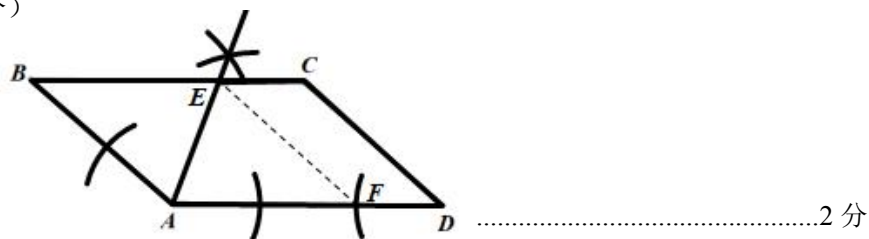
(2) B, 该学生 A 课程的成绩小于中位数, 而 B 课程的成绩大于中位数. (只要根据两个课程的中位数解答即可)3 分

(3) 解: $320 \times \frac{6+18+6}{60} (5\text{分}) = 160(\text{人})$6 分

答: 估计 A 课程成绩超过平均分 75.3 分的人数为 160 人.....7 分

23. (本题 8 分)

(1)



(2) 解: \because 四边形 ABCD 为平行四边形, $\therefore AD \parallel BC$3 分

$\because DF = CE, \therefore AD - DF = BC - CE$, 即 $AF = BE$4 分

\therefore 四边形 ABEF 是平行四边形.....5 分

$\because AD \parallel BC, \therefore \angle BEA = \angle EAF$.

$\because AE$ 平分 $\angle BAF, \therefore \angle BAE = \angle EAF$

- $\therefore \angle BEA = \angle BAE$ 6 分
 $\therefore AB = BE$ 7 分
 \therefore 平行四边形 $ABEF$ 是菱形 8 分

24. (本题 8 分)

(1) 证明: 如图, 连接 OF , OC 1 分

正方形 $ABCD$ 中, $BC = CD$, $\angle ADC = 90^\circ$.

由折叠可知, $BC = CF$, $\therefore CF = CD$ 2 分

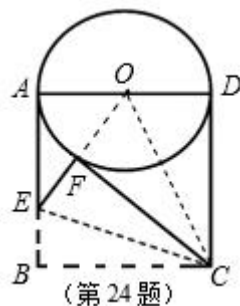
$\therefore OF = OD$, $OC = OC$ 3 分

$\therefore \triangle OCF \cong \triangle OCD$ (SSS), 4 分

$\therefore \angle OFC = \angle ODC = 90^\circ$, 即 $OF \perp CF$ 5 分

$\therefore CF$ 与 $\odot O$ 相切 6 分

(2) $AE = \frac{4}{3}$ 8 分



25. (本题 8 分)

解: (1) 小商品的单价应降低 x 元 1 分

依题意, 得 $(20+2x)(30-x) = 750$, 4 分

解得 $x_1 = 5$, $x_2 = 15$ 7 分

答: 小商品的单价应降低 5 元或 15 元 8 分

26. (本题 8 分)

解: 如图, 作 $BM \perp AE$, $CN \perp AE$, 垂足分别为点 M 、 N , 作 $CD \perp BM$, 垂足为 D 1 分

在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $\angle AMB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAM = \angle BAE = 60^\circ$, $AB = 20$,

$\therefore BM = \sin \angle BAM \cdot AB$ (2 分) $= \sin 60^\circ \cdot AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20$

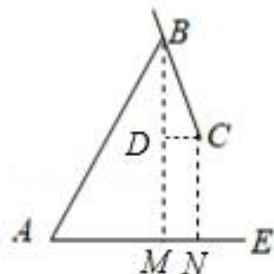
$= 10\sqrt{3} \approx 17.3$ (cm) 3 分

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $\angle ABD = 90^\circ - \angle BAE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

$\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ 4 分

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\angle DBC = 15^\circ$, $BC = 10$,

$\therefore BD = \cos \angle DBC \cdot BC$ (5 分) $= \cos 15^\circ \cdot BC \approx 0.97 \times 10 = 9.7$ (cm) 6 分



(第 26 题)

∴矩形 CDMN 中, $CN=MD=BM-BD \approx 17.3-9.7=7.6$ (cm)7 分

答: 点 C 到 AE 的距离约为 7.6cm.....8 分

27. (本题 10 分)

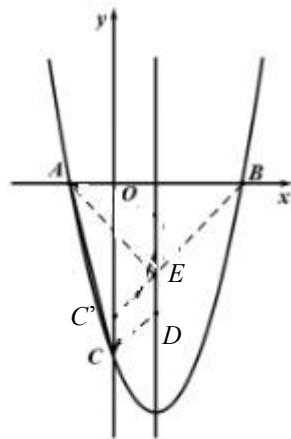
解: (1) ∵点 C (0, -4), $OB=\frac{3}{4}OC$ ∴点 B (3, 0)1 分

把点 (0, -4), (3, 0) 代入 $y=\frac{4}{3}x^2+bx+c$ 得,

$$\begin{cases} c=-4 \\ \frac{4}{3} \times 3^2 + 3b + c = 0 \end{cases} \quad (2 \text{ 分}), \text{ 解得 } \begin{cases} c = -4 \\ b = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

∴抛物线的表达式为 $y=\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x-4$ ①3 分

(2) 抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{\frac{8}{3}}{2 \times \frac{4}{3}}=1$ 4 分



由点 C (0, -4) 得点 A(-1,0), ∴ $AC=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$ 5 分

∴四边形 ACDE 的周长 = $AC+DE+CD+AE$, $AC=\sqrt{17}$, $DE=1$,

∴ $CD+AE$ 最小时, 周长最小.

由对称可知 $AE=BE$,

令点 C 沿 y 轴向上平移 1 个单位得点 C' (0, -3), 则 $CD=C'E$,

∴ $CD+AE=C'E+BE$,

则当 B、E、C' 三点共线时和最小6 分

$CD+AE=C'E+BE=C'B=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$ 7 分

四边形 ACDE 的周长的最小值 = $DE+AC+CD+AE=1+\sqrt{17}+3\sqrt{2}$ 8 分

(3) $N(\frac{7}{2}, 3)$ 10 分

28. (本题 10 分)

(1) 60.....2 分

解: (2) 如图 2.....4 分

$\because AO$ 是 $\text{Rt}\triangle EFO$ 斜边上的中线,

$$\therefore OA = AF = \frac{1}{2} EF, \therefore \angle AFO = \angle AOF,$$

$$\because ED = FD, \therefore \angle DEF = \angle DFE.$$

$$\because ED \parallel OF, \therefore \angle DEF = \angle AFO.$$

$$\therefore \angle DEF = \angle AOF, \angle DFE = \angle AFO \dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle AOF \dots\dots 6 \text{ 分}$$

(3) 当点 G 在 ED 上, 如右图, 连接 FG ,

$$\because ED \parallel ON, \therefore \angle DEA = \angle OFA, \angle EGA = \angle FOA,$$

$$\because A \text{ 是 } EF \text{ 的中点}, \therefore EA = FA,$$

$$\therefore \triangle AGE \cong \triangle AOF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore EG = OF, \text{ 又 } \because ED \parallel ON, \therefore \text{四边形 } EOFG \text{ 是平行四边形},$$

$$\because OM \perp ON \therefore \angle EOF = 90^\circ, \therefore \text{平行四边形 } EOFG \text{ 是矩形}. \therefore \angle EGF = 90^\circ.$$

$$\text{设 } ED = FD = x.$$

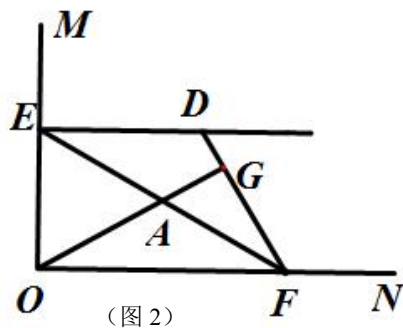
$$\because DG = 2, \therefore EG = x - 2, \because AG = 4, \therefore EF = OG = 8,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle EFG \text{ 和 } \text{Rt}\triangle DFG \text{ 中}, FG^2 = EF^2 - EG^2, FG^2 = FD^2 - DG^2,$$

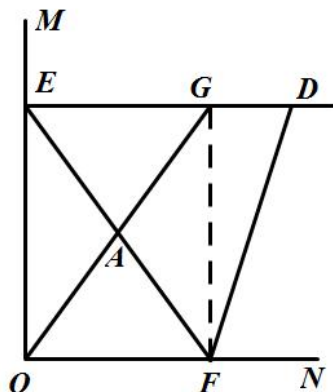
$$\therefore 8^2 - (x - 2)^2 = x^2 - 2^2 \dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } x = 1 + \sqrt{33}, \text{ 或 } x = 1 - \sqrt{33} \text{ (舍去).}$$

$$\therefore DF = 1 + \sqrt{33}. \dots\dots 8 \text{ 分}$$



(图 2)

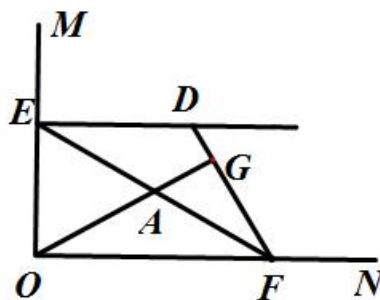


②当点 G 在 FD 上,

如图 2, 设 $ED=FD=x$, 则 $FG=x-2$,

设 $OA=AF=n$ 则 $EF=2n$.

$\because AG=4, \therefore OG=n+4$,



(图 2)

$$\because \triangle DEF \sim \triangle AOF, \therefore \frac{DF}{AF} = \frac{EF}{OF} \therefore \frac{x}{n} = \frac{2AF}{OF} \therefore \frac{AF}{OF} = \frac{x}{2n}.$$

又 $\because \angle GOF = \angle AFG, \angle OGF = \angle AGF, \therefore \triangle GOF \sim \triangle GFA$,

$$\therefore \frac{AG}{GF} = \frac{GF}{GO} = \frac{AF}{OF}, \therefore \frac{4}{x-2} = \frac{x-2}{n+4} = \frac{x}{2n} \therefore n = \frac{x^2 - 2x}{8},$$

将 $n = \frac{x^2 - 2x}{8}$ 代入 $\frac{4}{x-2} = \frac{x-2}{n+4}$, 得 $\frac{4}{x-2} = \frac{x-2}{\frac{x^2 - 2x}{8} + 4}$ 9 分

整理得, $x^2 - 6x - 24 = 0$, 解得 $x = 3 + \sqrt{33}$, 或 $x = 3 - \sqrt{33}$ (舍去).

$$\therefore DF = 3 + \sqrt{33}.$$

综上可得 DF 的长为 $1 + \sqrt{33}$ 或 $3 + \sqrt{33}$10 分