

铜梁区 2022 年春期九年级学生学业质量监测

数学试题

(全卷共三个大题 满分 150 分 考试时间 120 分钟)

注意事项: 请考生将答案做在“答题卡”上, 在草稿纸、试题卷上答题无效.

参考公式: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$, 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$.

一、选择题(本大题 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分) 在每个小题中, 都给出了代号为 A, B, C, D 的四个答案, 其中只有一个是正确的, 请将答题卡上对应题目的正确答案标号涂黑.

1. 在下列四个选项中, 比 -1 小的数是

A. 1

B. -2

C. 0

D. 2

2. 下列垃圾分类标识的图案中, 不是轴对称图形的是



A



B



C



D

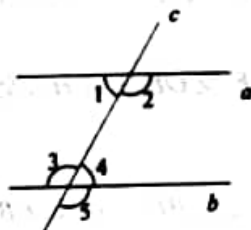
3. 如图, 若直线 $a \parallel b$, 则下列结论正确的是

A. $\angle 1 = \angle 2$

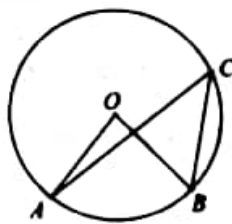
B. $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

C. $\angle 1 = \angle 5$

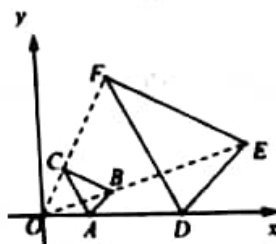
D. $\angle 1 = \angle 4$



第 3 题图



第 4 题图



第 6 题图

4. 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $\angle ACB = 40^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的度数是

A. 40°

B. 75°

C. 80°

D. 85°

5. 若方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 没有实数根, 则 m 的值可以是

A. -1

B. 0

C. 1

D. $\sqrt{3}$

6. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 以原点 O 为位似中心, 放大 3 倍后得到 $\triangle DEF$. 若点 B 的坐标为 $(3, 1)$, 则点 E 的坐标是

A. $(9, 3)$

B. $(6, 2)$

C. $(6, 3)$

D. $(9, 2)$



7. 估计 $\sqrt{3} \times \sqrt{6} - 2$ 的运算结果在

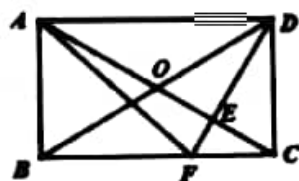
- A. 0 和 1 之间 B. 1 和 2 之间 C. 2 和 3 之间 D. 3 和 4 之间

8. 珠算发明者，我国明代数学家程大位的《算法统宗》中，有一首歌诀：“九百九十九文钱，甜果苦果买一千，四文钱买苦果七，十一文钱九个甜，甜苦两果各几个？请君布算其迟疑！”大意是说：用 999 文钱共买了 1000 个甜果和苦果，其中 4 文钱可以买苦果 7 个，11 文钱可以买甜果 9 个，请问甜、苦果各买几个？若设买苦果 x 个，买甜果 y 个，可以列方程组为

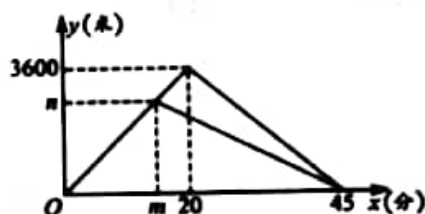
- A. $\begin{cases} x+y=999 \\ \frac{4}{7}x+\frac{11}{9}y=1000 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=1000 \\ \frac{4}{7}x+\frac{11}{9}y=999 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+y=1000 \\ \frac{7}{4}x+\frac{9}{11}y=999 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=999 \\ \frac{7}{4}x+\frac{9}{11}y=1000 \end{cases}$

9. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， DF 垂直平分 OC ，交 AC 于点 E ，交 BC 于点 F ，连接 AF 。若 $CD = \sqrt{3}$ ，则 AF 的长为

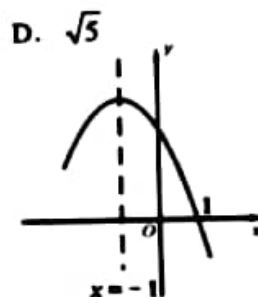
- A. 3 B. $\sqrt{7}$ C. $\sqrt{6}$



第 9 题图



第 10 题图



第 12 题图

10. 乐乐和姐姐一起出去运动，两人同时从家出发，沿相同路线前行，途中姐姐有事返回，乐乐继续前行，5 分钟后也原路返回，两人恰好同时到家，乐乐和姐姐在整个运动过程中离家的路程 y_1 (米)， y_2 (米) 与运动时间 x (分) 之间的函数关系如图所示，下列结论中错误的是

- A. 两人前行过程中的速度为 180 米/分 B. m 的值是 15， n 的值是 2700
C. 姐姐返回时的速度为 90 米/分 D. 运动 18 分钟时，两人相距 800 米

11. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > m-2 \\ -2x+1 \geq 4m-3 \end{cases}$ 有解，且使关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x-2} - \frac{m-x}{2-x} = 2$ 有非负整数解的

所有 m 的值的和是

- A. -1 B. 2 C. -7 D. 0

12. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴是直线 $x = -1$ ，且抛物线经过点 $(1, 0)$ ，下面给出了四个结论：

① $abc > 0$ ；② $a - 2b + 4c > 0$ ；③ $5a + c < b$ ；④ $a - b = \frac{1}{3}c$ ，其中结论正确的是

- A. ①② B. ③④ C. ①②④ D. ②③④



- 二、填空题(本大题4个小题,每小题4分,共16分)请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.
13. 今年2月25日,铜梁区举行2022年一季度重点项目集中开工活动.当天开工的共有26个重点项目,计划总投资1080000万元.将数据1080000用科学记数法表示为_____.

14. 有四张背面完全相同且不透明的卡片,正面分别标有数字-1, -2, 1, 2, 将这四张卡片背面朝上,任抽一张卡片,卡片上的数字记为 a ,放回后洗匀,再抽一张,卡片上的数字记为 b ,则点 $P(a, b)$ 在第一象限的概率是_____.

15. 如图,从一块直径为2的圆形铁皮上剪出一个圆心角为 90° 的扇形 BAC ,且点 A, B, C 都在 $\odot O$ 上,将此扇形围成一个圆锥,则该圆锥底面圆的半径是_____.



第15题图

16. 现防疫已成为常态化,新冠自测试剂盒成为每个家庭的必需品.某药品商店购进A, B, C, D四种试剂盒(数量均为整数)进行售卖.其中C与D的数量和占总数量的 $\frac{4}{5}$,且其数量比为1:7. A, B, C, D的进价分别为18元, 36元, 6元, 3元,

售价分别为27元, 48元, 12元, 6元.全部售出后利润率为55%.该店第二次购入A, B, C, D四种试剂盒的总数量与第一次相同,其中A数量增加,但不超过45个,B数量不变,C数量是原来的2倍,D数量减少. A, C第二次进价分别为19.8元, 7.2元, B, D进价保持不变.另新购35个自测试剂盒E,其进价为18元.店主将A, B, E的售价分别定为30元, 54元, 24元, C, D售价保持不变.恰逢清明节小长假,店主推出“每购买一个B就赠送一个D”的优惠, B最快售完.第二批五种产品全部售出后利润率为50%.第二批购入A的数量是_____.

- 三、解答题(本大题共9个小题,其中第17-18题每小题8分;第19-25题每小题10分,共86分)解答时每小题都必须写出必要的演算过程或推理步骤,请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上.

17. 先化简,再求值: $\left(\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \right) + x$, 其中 $x=3$.

18. 如图,已知 $\triangle ABC$, AD 平分 $\angle BAC$.

(1) 用尺规完成以下基本作图:作 AD 的垂直平分线交 AB 于点 E ,交 AC 于点 F ,交 AD 于点 G ,连接 DE, DF . (不写作法,不下结论,保留作图痕迹)

(2) 求证:四边形 $AEDF$ 是菱形.(请补全下面的证明过程)

证明: $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

$\because EF$ 垂直平分 AD ,

$\therefore AE = DE, AF = DF$.

$\therefore \angle 1 = \angle ADE$.

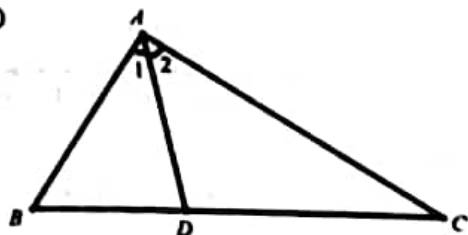
$\therefore \angle ADE = \angle 2$.

$\therefore AF \parallel ED$.

同理: $AE \parallel FD$.

\therefore 四边形 $AEDF$ 是平行四边形.

\therefore 四边形 $AEDF$ 是菱形.



第18题图

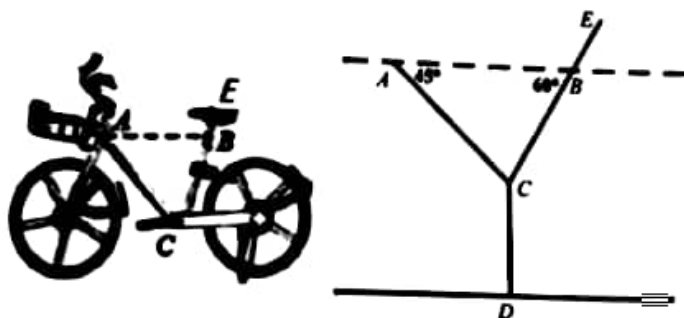


19. 大勇同学把借来的一辆自行车放在水平的地面上, 如图, 车把头下方 A 处与坐垫下方 B 处在平行于地面水平线上, 测得 $AB=60\text{cm}$, AC , BC 与 AB 的夹角分别为 45° 与 60° .

(1) 求点 C 到 AB 的距离(结果保留一位小数);

(2) 若点 C 到地面的距离 CD 为 30cm , 坐垫中轴 E 与点 B 的距离 BE 为 6cm . 根据大勇同学身高比例, 坐垫 E 到地面的距离为 73cm 至 74cm 之间时, 骑乘该自行车最舒适. 请你通过计算判断出大勇同学骑乘该自行车是否能达到最佳舒适度.

(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



第 19 题图

20. 今年“五四”青年节即将到来, 某校团委进行了满分为 100 分的“青年大学习”知识测评, 为了了解学生的测评情况, 学校在七、八年级中分别随机抽取了 50 名学生的成绩进行整理分析, 已知成绩 x (分) 均为整数, 且分为 A, B, C, D, E 五个等级, 分别是:

A: $90 \leq x \leq 100$, B: $80 \leq x < 90$, C: $70 \leq x < 80$, D: $60 \leq x < 70$, E: $0 \leq x < 60$,

并给出了部分信息:

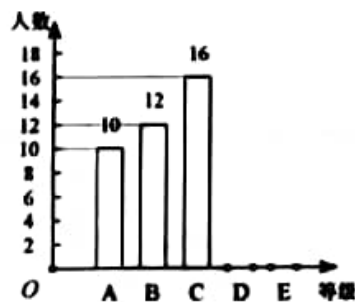
【一】七年级 D 等级的学生人数占七年级抽取人数的 20%;

八年级 C 等级中最低的 10 个成绩分别为: 70, 70, 72, 73, 73, 73, 74, 74, 75, 75.

【二】两个年级学生“青年大学习”知识测评成绩统计图:

七年级学生“青年大学习”知识测评成绩
条形统计图

八年级学生“青年大学习”知识测评成绩
扇形统计图



(1) 补全条形统计图;

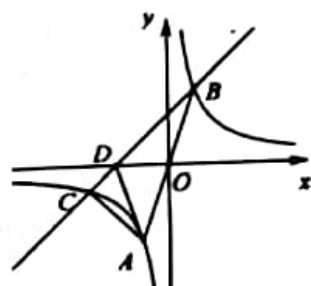
(2) 直接写出 m 的值和八年级样本中位数 n 的值;

(3) 若成绩不低于 80 分表示该生对“青年大学习”知识掌握较好, 且该校七年级有 450 人, 八年级有 625 人, 请估计该校七、八年级所有学生中“青年大学习”知识掌握较好的学生共有多少人.



21. 如图, 反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 的图象过点 $A(-1, -3)$, 连接 AO 并延长交反比例函数图象于点 B , 点 C 为反比例函数图象上一点, 且横坐标为 -3 . 一次函数 $y_2 = ax + b$ 的图象经过 B, C 两点, 与 x 轴交于点 D , 连接 AC, AD .

- (1) 求反比例函数 y_1 和一次函数 y_2 的解析式;
- (2) 当 $y_1 < y_2$ 时, 直接写出自变量 x 的取值范围;
- (3) 求 $\triangle ACD$ 的面积.



第 21 题图

22. 2022 年“铜梁龙·马拉松”比赛正在紧张的筹备中, 组委会委托甲乙两个厂家共同生产纪念奖牌. 根据调研统计: 甲厂每小时生产 40 枚, 乙厂每小时生产 50 枚.

- (1) 若甲、乙两个工厂生产的时间共 12 小时, 且生产纪念奖牌的总数量不少于 530 枚, 则乙厂至少生产纪念奖牌多少小时?

- (2) 原计划甲、乙两个工厂每天均生产 8 小时, 但现在为了满足组委会的需求, 两个工厂每天均增加生产时间, 甲厂增加的时间比乙厂增加的时间多 2 小时, 又因甲厂机器损耗及人员不足的原因, 甲厂每增加 1 小时, 该厂每小时的产量将减少 2 枚, 乙厂每小时的产量保持不变, 这样两个工厂一天生产的纪念奖牌总量将比原计划多 272 枚. 求甲厂实际每天生产纪念奖牌增加的时间.

23. 对于任意一个四位数 N , 如果 N 满足各个数位上的数字互不相同, 且个位数字不为 0, N 的百位数字与十位数字之差是千位数字与个位数字之差的 2 倍, 则称这个四位数 N 为“双减数”. 对于一个“双减数” $N = \overline{abcd}$, 将它的千位和百位构成的两位数为 \overline{ab} , 个位和十位构成的两位数为 \overline{dc} , 规定:

$$F(N) = \frac{\overline{ab} - \overline{dc}}{12}.$$

例如: $N = 7028$, 因为 $0 - 2 = 2 \times (7 - 8)$, 所以 7028 是一个“双减数”, 则 $F(7028) = \frac{70 - 82}{12} = -1$.

- (1) 判断 3401, 5713 是否是“双减数”, 并说明理由; 如果是, 求出 $F(N)$ 的值;

- (2) 若“双减数” M 的各个数位上的数字之和能被 11 整除, 且 $F(M)$ 是 3 的倍数, 求 M 的值.



24. 如图1, 二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于点 A, B , 与 y 轴交于点 C , $\tan \angle CBO = \frac{1}{2}$, 点 $A(-2, 0)$.

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 如图2, 点 P 是直线 BC 上方抛物线上一点, $PD \parallel y$ 轴交 BC 于点 D , $PE \parallel BC$ 交 x 轴于点 E , 求 $PD + BE$ 的最大值;

(3) 在 (2) 的条件下, 当 $PD + BE$ 取最大值时, 点 M 在该抛物线的对称轴上, 满足 $\triangle BPM$ 的周长最小, 点 N 为该坐标平面内一点, 是否存在以点 A, B, M, N 为顶点的平行四边形, 若存在, 请直接写出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

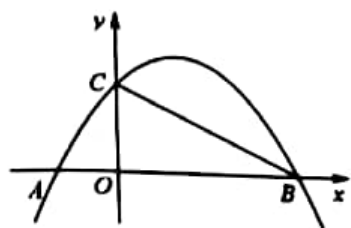


图1

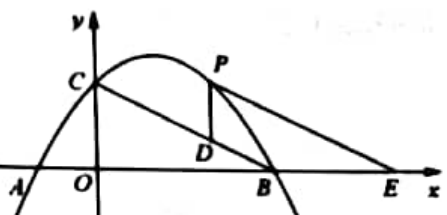
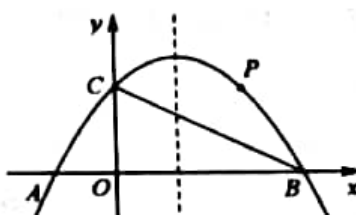


图2



备用图

25. 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O .

(1) 如图1, 过菱形 $ABCD$ 的顶点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 交 OB 于点 H , 若 $AB = AC = 6$, 求 OH 的长;

(2) 如图2, 过菱形 $ABCD$ 的顶点 A 作 $AF \perp AD$, 且 $AF = AD$, 线段 AF 交 OB 于点 H , 交 BC 于点 E . 当 D, C, F 三点在同一直线上时, 求证: $OH + OA = \frac{\sqrt{2}}{2} BH$;

(3) 如图3, 菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 45^\circ$, 点 P 为直线 AD 上的动点, 连接 BP , 将线段 BP 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到线段 BQ , 连接 AQ , 当线段 AQ 的长度最小时, 直接写出 $\angle BAQ$ 的度数.

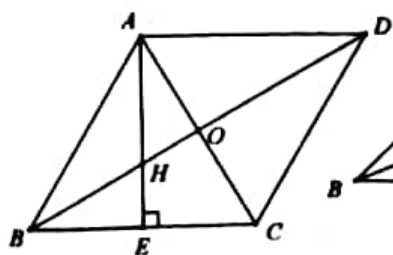


图1

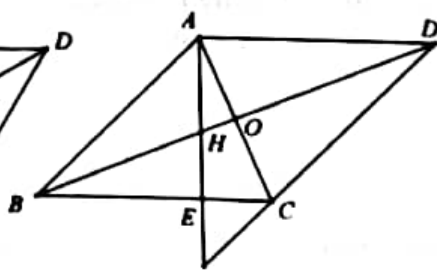


图2

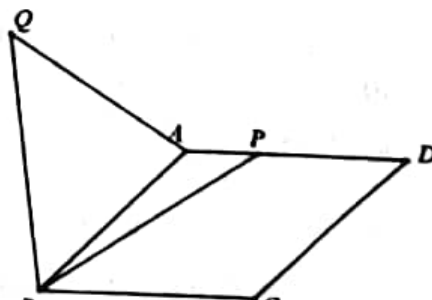


图3

