

北京师范大学亚太实验学校  
2021~2022 学年第二学期期中考试  
七年级数学试卷

**试卷说明:**本次考试满分 110 分,考试时间 100 分钟。

一、选择题 (共 16 分, 每小题 2 分)

第 1~8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1.  $-\frac{1}{8}$  的立方根是 ( )

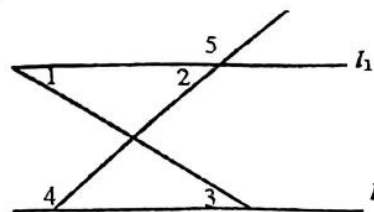
- A.  $-\frac{1}{4}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\pm\frac{1}{2}$

2. 下列各数 3.141,  $\sqrt{64}$ ,  $\pi$ ,  $-\sqrt{2}$ ,  $\frac{22}{7}$ ,  $0.\dot{2}$ , 0.1010010001... 中, 无理数有 ( ) 个.

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

3. 如右图, 下列条件中, 不能判断直线  $l_1$  与  $l_2$  平行的是 ( )

- A.  $\angle 1 = \angle 3$       B.  $\angle 2 = \angle 3$   
C.  $\angle 4 = \angle 5$       D.  $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$



4. 下列说法中, 错误的有 ( ) .

- ①若  $a \parallel b$ ,  $b \parallel c$ , 则  $a \parallel c$ ;      ②若  $a$  与  $c$  相交,  $b$  与  $c$  相交, 则  $a$  与  $b$  相交;  
③相等的角是对顶角;      ④过一点有且只有一条直线与已知直线平行.

- A. 3 个      B. 2 个      C. 1 个      D. 0 个

5. 估计  $\sqrt{51}$  的大小应在 ( ) .

- A. 6.0~6.5 之间      B. 6.5~7.0 之间      C. 7.0~7.5 之间      D. 7.5~8.0 之间

6. 已知点  $P(-a, b)$ ,  $ab > 0$ ,  $a + b < 0$ , 则点  $P$  在 ( )

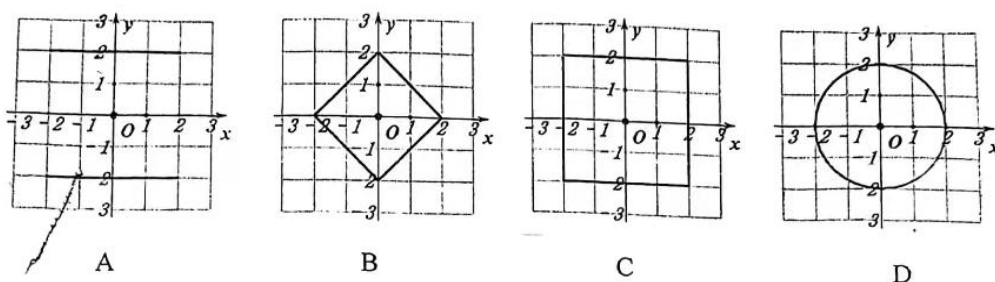
- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

7. 若点  $Q$  关于  $y$  轴的对称点为  $A(-1, 3)$ , 则点  $Q$  关于  $x$  轴的对称点的坐标是 ( )

- A.  $(1, 3)$       B.  $(-1, -3)$       C.  $(1, -3)$       D.  $(-1, 3)$

8. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于任意一点  $P(x, y)$ , 规定  $f(x, y) = \begin{cases} |x|, & |x| \geq |y| \\ |y|, & |x| < |y| \end{cases}$ .

比如  $f\left(-4, \frac{3}{2}\right) = 4, f(-2, -3) = 3$ . 当  $f(x, y) = 2$  时, 所有满足该条件的点  $P$  组成的图形为 ( ) .

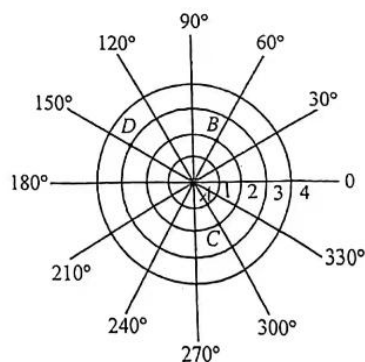


## 二、填空题 (共 18 分, 第 15,16 题各 3 分, 其余每小题 2 分)

9. 若  $y$  轴上的点  $M$  到  $x$  轴的距离为 4, 则点  $M$  的坐标为 \_\_\_\_\_.

10. 已知一个正数  $x$  的平方根分别是  $-2a+3$  和  $5a+12$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

11. 如图, 以点  $A$  为观测点, 如果  $B$  点的位置用有序数对  $(2, 60^\circ)$  来表示, 那么点  $C, D$  的位置分别记为  $C(\underline{\quad}, \underline{\quad}), D(\underline{\quad}, \underline{\quad})$ .

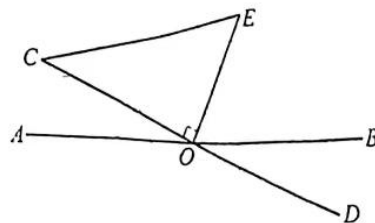


12. 如图,  $AB, CD$  交于点  $O, OE \perp CD$  于  $O$ ,

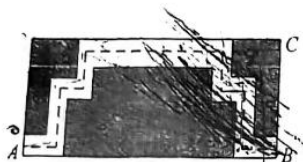
连接  $CE$ ,

(1) 若  $\angle AOC = 25^\circ$ , 则  $\angle BOE =$  \_\_\_\_\_.

(2) 若  $OC = 2\text{cm}, OE = 1.5\text{cm}, CE = 2.5\text{cm}$ , 那么点  $E$  到直线  $CD$  的距离是 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



13. 如图是某公园里一处长方形风景欣赏区  $ABCD$ ,  $AB$  长 50 米,  $BC$  宽 25 米. 为方便游人观赏, 公园特意修建了如图所示的小路 (图中非阴影部分), 小路的宽均为 1 米, 则小明沿着小路的中间行走的路线 (图中虚线) 长为\_\_\_\_\_.
14. 如图 1, 一张四边形纸片  $ABCD$ ,  $\angle A = 50^\circ$ ,  $\angle C = 150^\circ$ . 若将其按照图 2 所示方式叠后, 恰好  $MD' \parallel AB$ ,  $ND' \parallel BC$ , 则  $\angle D$  的度数为\_\_\_\_\_.
15. 如图, 直线  $AB \parallel CD$ ,  $E$  为直线  $AB$  上一点,  $EH$ ,  $EM$  分别交直线  $CD$  于点  $F$ ,  $M$ ,  $EH$  平分  $\angle AEM$ ,  $MN \perp AB$ , 垂足为点  $N$ ,  $\angle CFH = \alpha$ .
- (1)  $MN$  \_\_\_\_\_  $ME$  (填“>”或“=”或“<”), 理由是\_\_\_\_\_;
- (2)  $\angle EMN =$ \_\_\_\_\_. (用含  $\alpha$  的式子表示)



第 13 题图

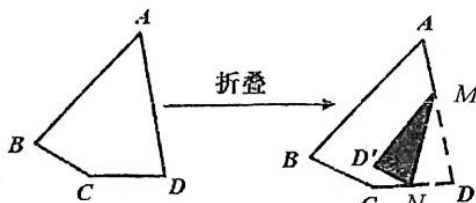


图 1

第 14 题图

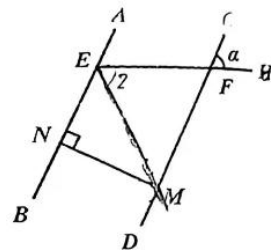


图 2

第 15 题图

16. 对于任何实数  $a$ , 可用  $[a]$  表示不超过  $a$  的最大整数, 如  $[4] = 4$ ,  $[\sqrt{3}] = 1$ . 现对 72 进行如下操作: 72 第一次  $[\sqrt{72}] = 8$  第二次  $[\sqrt{8}] = 2$  第三次  $[\sqrt{2}] = 1$ , 这样对 72 只需进行 3 次操作后变为 1. 类似地, ①对 81 只需进行\_\_\_\_\_次操作后变为 1;
- ②只需进行 3 次操作后变为 1 的所有正整数中, 最大的是\_\_\_\_\_.

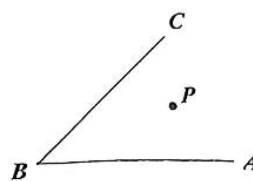
三、解答题 (共 66 分, 第 17 题 12 分, 第 18~21, 23, 24 题各 8 分, 第 22 题 6 分)

17. (1) 解方程:  $(x-15)^2 = 121$  (2) 计算:  $\sqrt{1-\frac{39}{64}} - \sqrt[3]{-0.125} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 - |-2|$

18. 画图并解答:

如图,  $P$  是  $\angle ABC$  内一点. 按要求完成下列问题:

- (1) 过点  $P$  作  $AB$  的垂线, 垂足为点  $D$ ;
- (2) 过点  $P$  作  $BC$  的平行线, 交  $AB$  于点  $E$ ; 再过  $D$  作  $BC$  的垂线段, 垂足为点  $F$ ;
- (3) 判断  $PE$  与  $DF$  的位置关系是: \_\_\_\_\_.

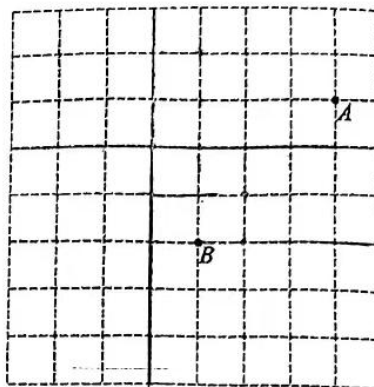


19. 如图, 每个小正方形方格的边长为 1. 已知  $\triangle ABC$

中, 点  $A, B$  的坐标分别为  $A(4,1), B(1,-2)$ ,

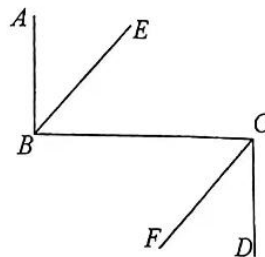
$BC \parallel x$  轴, 点  $C$  在点  $B$  右侧, 且  $BC = 2$ .

- (1) 请根据已知条件, 画出平面直角坐标系  $xOy$ , 以及  $\triangle ABC$ , 并写出点  $C$  的坐标 \_\_\_\_\_;
- (2) 若将  $\triangle ABC$  向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度. 按照这样的步骤平移后,  $\triangle ABC$  上某一点  $P$  的对应点为  $P'(a,b)$ , 那么点  $P$  的坐标为 \_\_\_\_\_ (用含  $a, b$  的代数式表示);
- (3)  $\triangle ABC$  的面积为 \_\_\_\_\_.



20. 已知: 如图,  $AB \parallel CD$ ,  $BC \perp CD$ ,  $\angle ABE = \angle DCF$ .

求证:  $BE \parallel CF$ .



21. 已知关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} 5x+3y=2m-1, \\ x-y=-m+2 \end{cases}$  的解中  $x$  与  $y$  的和为 3, 求  $m$  的值及此方程组的解.

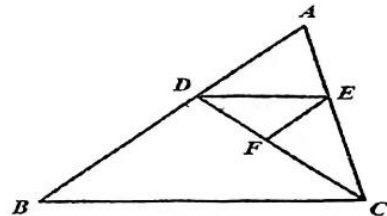
22. 列方程（组）解决下列问题：

某蔬菜公司收购到一批蔬菜，计划用15天加工后上市销售.该公司的加工能力是：每天可以精加工3吨或者粗加工8吨，且每吨蔬菜精加工后的利润为2000元，粗加工后的利润为1000元. 已知公司售完这批加工后的蔬菜，共获得利润100000元. 求这批蔬菜共多少吨？

23. 如图，已知  $\angle EFC + \angle BDC = 180^\circ$ ， $\angle DEF = \angle B$ .

(1) 试判断  $DE$  与  $BC$  的位置关系，并说明理由；

(2) 若  $DE$  平分  $\angle ADC$ ， $\angle BDC = 3\angle B$ ，求  $\angle EFC$  的度数.

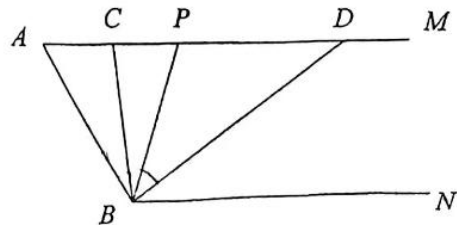


24. 如图，已知  $AM \parallel BN$ ， $\angle A = 60^\circ$ . 点  $P$  是射线  $AM$  上一动点（与点  $A$  不重合）， $BC, BD$  分别平分  $\angle ABP$  和  $\angle PBN$ ，分别交射线  $AM$  于点  $C, D$ .

(1)  $\angle CBD$  的度数是\_\_\_\_\_；

(2) 当点  $P$  运动时， $\angle APB$  与  $\angle ADB$  之间的数量关系是否随之发生变化？若不变，请写出它们之间的关系，并说明理由；若变化，请写出变化规律.

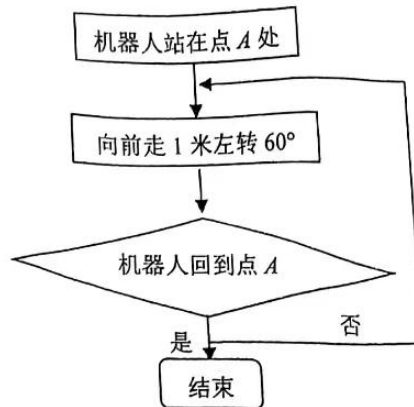
(3) 是否存在点  $P$  使得  $\angle ACB = \angle ABD$ ，若存在，请求出此时  $\angle ABC$  的度数；若不存在，请说明理由.



选做题（共 10 分，第 1 题 2 分，第 2 题 3 分，第 3 题 5 分）

1. 科技馆为某机器人编制了一段程序，如果机器人在平地上按图所示的步骤行走，那么该机器人所走的总路程为( )。

- A. 12 米                  B. 8 米  
C. 6 米                  D. 不能确定



2. 对有序数对  $(m, n)$  定义“ $f$  运算”： $f(m, n) = \left(\frac{1}{2}m + a, \frac{1}{2}n - b\right)$ ，其中  $a, b$  为常数.  $f$  运算

的结果也是一个有序数对，在此基础上，可对平面直角坐标系中的任意一点  $A(x, y)$  规定“ $F$  变换”：点  $A(x, y)$  在  $F$  的变换下的对应点即为坐标是  $f(x, y)$  的点  $A'$ 。

(1) 当  $a=0, b=0$  时， $f(-2, 4) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若点  $P(2, -2)$  在  $F$  变换下的对应点是它本身，求  $a, b$  的值。

3. 已知  $HD \parallel GE$ ，点  $A, C$  分别在直线  $HD, GE$  上。

(1) 如图 1，请直接写出  $\angle BCE$ 、 $\angle ABC$ 、 $\angle BAD$  三个角满足的数量关系\_\_\_\_\_。

(2) 如图 2，分别作  $\angle BAH$  与  $\angle BCG$  的角平分线，交于点  $F$ ，探索  $\angle B$  与  $\angle F$  的数量关系并予以证明。

(3) 在图 3 中完成作图并填空：分别画出  $\angle ABC$  与  $\angle BCE$  的角平分线，交于点  $M$ ，过点  $B$  作  $BN \parallel CM$ ，设  $\angle BAD = m^\circ$ ，请直接写出  $\angle NBM$  的度数为\_\_\_\_\_（用含  $m$  的式子表示）。

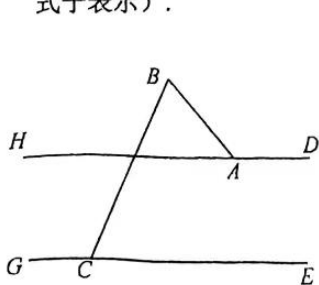


图 1

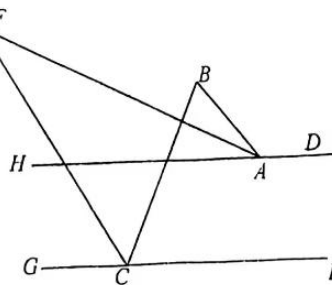


图 2

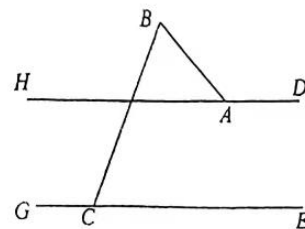


图 3