

# 北京市第四十三中学 2021-2022 学年度第二学期期中考试

## 八年级数学 试卷（时间：100 分钟）

考生须知

1. 本试卷共 4 页，四道大题，28 道小题，其中第一大题至第三大题为必做题，满分 100 分。第四大题为选做题，满分 10 分，计入总分，但卷面总分不超过 100 分。考试时间 100 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号。
3. 试题答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，将选中项涂黑涂满，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束时，将答题卡按考场座位顺序上交。

### 一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 若代数式  $\sqrt{x-2}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围是（ ）

A.  $x < 2$       B.  $x > 2$       C.  $x \geq 2$       D.  $x \leq 2$

2. 下列各组数中，不能构成直角三角形三边长的是（ ）

A. 10, 8, 6      B. 1, 1,  $\sqrt{2}$       C. 5, 12, 13      D. 1, 2, 3

3. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（ ）

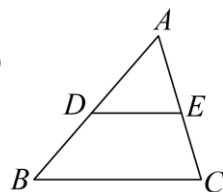
A.  $\sqrt{8}$       B.  $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{4}$       D.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$

4. 下列运算中正确的是（ ）

A.  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$       B.  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$       C.  $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 4$       D.  $(-\sqrt{3})^2 = -3$

5. 如图， $DE$  是  $\triangle ABC$  的中位线，若  $DE = 4$ ，则  $BC$  的长为（ ）

A. 8      B. 7  
C. 6      D. 7.5



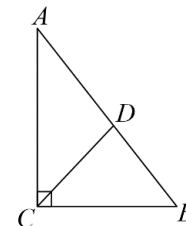
6. 下列  $\angle A$  :  $\angle B$  :  $\angle C$  :  $\angle D$  的值中，能判定四边形  $ABCD$  是平行四边形的是（ ）

A. 1: 2: 3: 4      B. 1: 4: 2: 3  
C. 1: 2: 2: 1      D. 3: 2: 3: 2

7. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点  $D$  是  $AB$  的中点，连接  $CD$ ，

若  $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，则  $CD$  的长度是（ ）

A. 1.5      B. 2      C. 2.5      D. 5

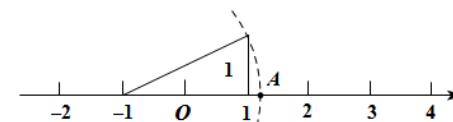


8. 下列命题中是真命题的选项是（ ）

A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形  
B. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形  
C. 对角线相等的平行四边形是矩形  
D. 三条边都相等的四边形是菱形

9. 如图，数轴上点  $A$  所表示的数是（ ）

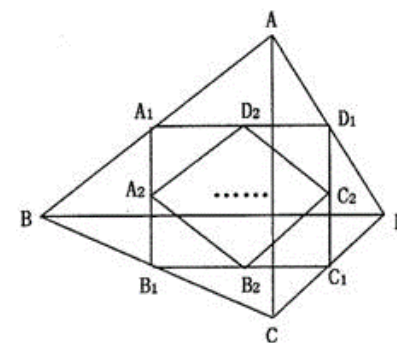
A.  $\sqrt{5}$       B.  $-\sqrt{5} + 1$   
C.  $\sqrt{5} + 1$       D.  $\sqrt{5} - 1$



10. 如图，四边形  $ABCD$  中， $AC = a$ ， $BD = b$ ，且  $AC \perp BD$ ，顺次连接四边形  $ABCD$  各边中点，得到四边形  $A_1B_1C_1D_1$ ，再顺次连接四边形  $A_1B_1C_1D_1$  各边中点，得到四边形  $A_2B_2C_2D_2$ ...，如此进行下去，得到四边形  $A_nB_nC_nD_n$ 。下列结论正确的个数有（ ）

- ① 四边形  $A_2B_2C_2D_2$  是矩形；
- ② 四边形  $A_4B_4C_4D_4$  是菱形；
- ③ 四边形  $A_5B_5C_5D_5$  的周长是  $\frac{a+b}{4}$ ；
- ④ 四边形  $A_nB_nC_nD_n$  的面积是  $\frac{ab}{2^{n+1}}$ 。

A、1 个      B、2 个  
C、3 个      D、4 个

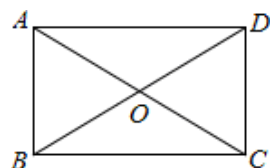


**二、填空题** (本题共 21 分, 第 11~15 每小题 3 分, 第 16~18 每小题 2 分)

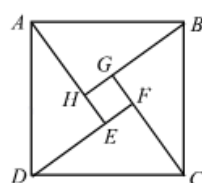
11. 计算:  $(2\sqrt{5})^2 =$  \_\_\_\_\_.

12. 在平行四边形  $ABCD$  中, 若  $\angle B + \angle D = 160^\circ$ ,  $\angle C =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ .

13. 如图, 矩形  $ABCD$  的对角线  $AC = 8\text{cm}$ ,  $\angle AOD = 120^\circ$ , 则  $AB$  的长为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



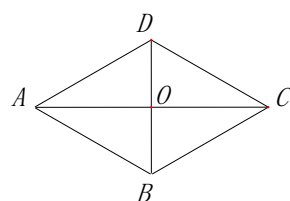
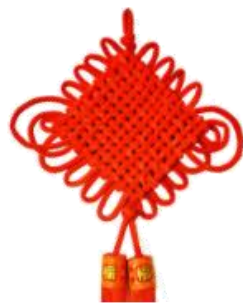
第 13 题图



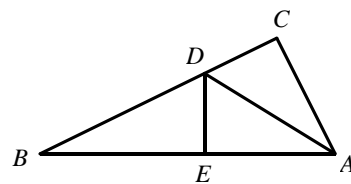
第 14 题图

14. 三国时期, 数学家赵爽绘制了“勾股圆方图”, 又叫“赵爽弦图”, 如图所示,  $\triangle ABH$ 、 $\triangle BCG$ 、 $\triangle CDF$  和  $\triangle DAE$  是四个全等的直角三角形, 四边形  $ABCD$  和四边形  $EFGH$  都是正方形, 如果  $EF = 1$ ,  $AH = 3$ , 那么四边形  $ABCD$  的面积等于 \_\_\_\_\_.

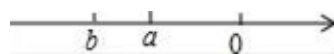
15. 中国结, 象征着中华民族的历史文化与精致. 小明家有一中国结挂饰, 他想知道周长, 利用所学知识抽象出如图所示的菱形  $ABCD$ , 测得  $BD = 12\text{cm}$ ,  $AC = 16\text{cm}$ , 则菱形  $ABCD$  的周长为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



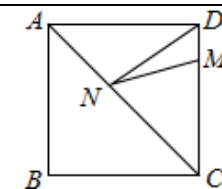
16. 如图, 有一块直角三角形纸片, 两直角边  $AC = 5\text{cm}$ ,  $BC = 12\text{cm}$ , 现将直角边  $AC$  沿直线  $AD$  对折, 使它落在斜边  $AB$  上, 且与  $AE$  重合,  $CD$  的长为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



17. 如果表示  $a$ 、 $b$  的实数的点在数轴上的位置如图所示, 那么化简  $|a - b| + \sqrt{(a + b)^2}$  的结果是 \_\_\_\_\_.



18. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为 8, 点  $M$  在  $DC$  上且  $DM = 2$ ,  $N$  是  $AC$  上的一动点, 则  $DN + MN$  的最小值是 \_\_\_\_\_.



**三、解答题** (本题共 49 分)

19. (本题共 8 分, 每小题 4 分)

计算:

(1)  $\sqrt{18} + \sqrt{10} \div \sqrt{5}$

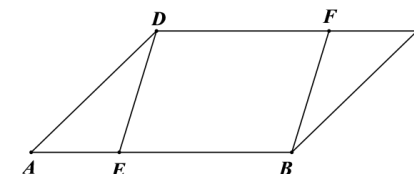
(2)  $\sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{8}$ .

20. (本题共 4 分)

已知  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ,  $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ , 求代数式  $xy^2 - x^2y$  的值.

21. (本题共 4 分)

已知: 如图,  $\square ABCD$  中,  $E$ ,  $F$  是  $AB$ ,  $CD$  上两点, 且  $AE = CF$ . 求证:  $DE = BF$ .



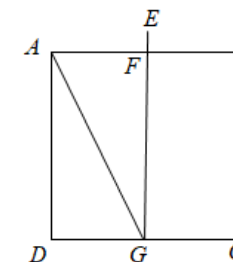
22. (本题共 5 分)

《九章算术》中“勾股”一章有记载: 今有池方一丈, 葭生其中央, 出水一尺. 引葭赴岸, 适与岸齐. 问葭长几何. 其大意为: 有一个水池, 水面是一个边长为 10 尺的正方形, 在水池正中央有一根芦苇, 它高出水面 1 尺, 如果把这根芦苇拉向水池一边, 它的顶端恰好到达池边的水面, 求芦苇的长度. (1 丈 = 10 尺)

解决下列问题:

(1) 示意图中, 线段  $AF$  的长为 \_\_\_\_\_ 尺, 线段  $EF$  的长为 \_\_\_\_\_ 尺;

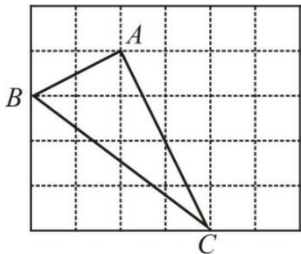
(2) 求芦苇的长度.



23. (本题共 7 分)

如图，在正方形网格中，小正方形的边长为 1，A，B，C 为格点.

- (1)判断△ABC的形状，并说明理由；
- (2)求BC边上的高.



24. (本题共 6 分)

阅读材料，然后作答：

在化简二次根式时，有时会碰到形如 $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}+1}$ 这一类式子，通常进行这样的化简：

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = (\sqrt{3}-1)$ ，这种把分母中的根号化去叫做分母

有理化. 还有一种方法也可以将 $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 进行分母有理化：

例如： $\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 1^2}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}-1$

请仿照上述方法解决下面问题：

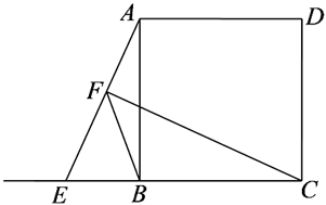
- (1)  $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$  分母有理化的结果是\_\_\_\_\_.
- (2)  $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  分母有理化的结果是\_\_\_\_\_.
- (3)  $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$  分母有理化的结果是\_\_\_\_\_.

25. (本题共 8 分)

已知正方形 ABCD，点 E 是 CB 延长线上一点，位置如图所示，连接 AE，过点 C 作 CF⊥AE 于点 F，连接 BF.

- (1) 求证：∠FAB = ∠BCF；
- (2) 作点 B 关于直线 AE 的对称点 M，连接 BM，FM.

- ①依据题意补全图形；
- ②用等式表示线段 CF，AF，BM 之间的数量关系，并证明.



26. (本题共 7 分)

定义：有一个内角为 90°，且对角线相等的四边形称为准矩形.

- (1) 如图 1，准矩形 ABCD 中，∠ABC=90°，若 AB=2，BC=4，则 BD=\_\_\_\_\_；
- (2) 如图 2，正方形 ABCD 中，点 E，F 分别是边 AD，AB 上的点，且 CF⊥BE，  
求证：四边形 BCEF 是准矩形；
- (3) 如图 3，准矩形 ABCD 中，∠ABC=90°，∠BAC=60°，AB=2，AC=DC，求这个准矩形的面积.

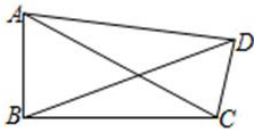


图 1

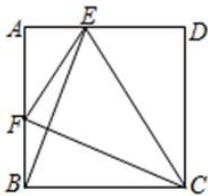


图 2

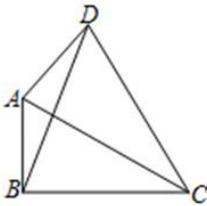


图 3

#### 四、选做题 (满分 10 分)

##### 27. (本题共 4 分)

《见微知著》谈到：从一个简单的经典问题出发，从特殊到一般，由简单到复杂，从部分到整体，由低维到高维，知识与方法上的类比是探索发展的重要途径。恒等变形，是代数式求值的一个很重要的方法。利用恒等变形，可以把无理数运算转化为有理数运算，可以把次数较高的代数式转化为次数较低的代数式。

如：当  $x = \sqrt{3} + 1$  时，求  $\frac{1}{2}x^3 - x^2 - x + 2$  的值。若直接把  $x = \sqrt{3} + 1$  代入所求的式中，进行计算，显然很麻烦，我们可以通过恒等变形，对本题进行解答。

方法：将条件变形，因  $x = \sqrt{3} + 1$ ，得  $x - 1 = \sqrt{3}$ ，再把等式两边同时平方，把无理数运算转化为有理数运算。

由  $x - 1 = \sqrt{3}$  平方得  $(x - 1)^2 = 3$ ，整理可得： $x^2 - 2x = 2$ ，即  $x^2 = 2x + 2$ 。

所以  $\frac{1}{2}x^3 - x^2 - x + 2 = \frac{1}{2}x(2x + 2) - x^2 - x + 2 = x^2 + x - x^2 - x + 2 = 2$

请参照以上的解决问题的思路和方法，解决以下问题：

(1) 若  $x = \sqrt{2} - 1$ ，则  $(x + 1)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $x^3 + 2x^2 - x + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 若  $a^2 - 3a + 1 = 0$ ，求  $2a^3 - 5a^2 + 6 + \frac{3}{a^2 + 1}$  的值。

##### 28. (本题共 6 分)

已知正方形  $ABCD$ ，点  $E, F$  分别在射线  $AB$ ，射线  $BC$  上， $AE = BF$ ， $DE$  与  $AF$  交于点  $O$ 。

(1) 如图 1，当点  $E, F$  分别在线段  $AB, BC$  上时，则线段  $DE$  与  $AF$  的数量关系是\_\_\_\_\_，位置关系是\_\_\_\_\_。

(2) 如图 2，当点  $E$  在线段  $AB$  延长线上时，将线段  $AE$  沿  $AF$  进行平移至  $FG$ ，连接  $DG$ 。

①依题意将图 2 补全；

②请你通过实验和观察，试猜想在点  $E$  运动的过程中线段  $DG$ ， $AD$ ， $AE$  的数量关系，并证明你的结论。

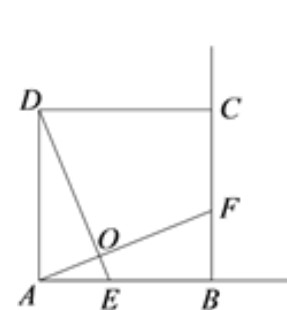


图 1

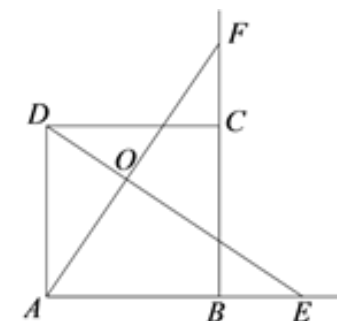


图 2