

## 初二数学学科

班级\_\_\_\_\_ 分层班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

注意：(1) 时间 100 分钟，满分 100 分；(2) 请将答案填写在答题纸上。

## 一. 选择题 (每题 2 分，共 16 分)

1. 若代数式  $\sqrt{x-2}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围是 ( )。

- A.  $x \geq 2$       B.  $x > 2$       C.  $x \neq 2$       D.  $x \geq \frac{1}{2}$

2. 下列各组数中，以它们为边长的线段能构成直角三角形的是 ( )。

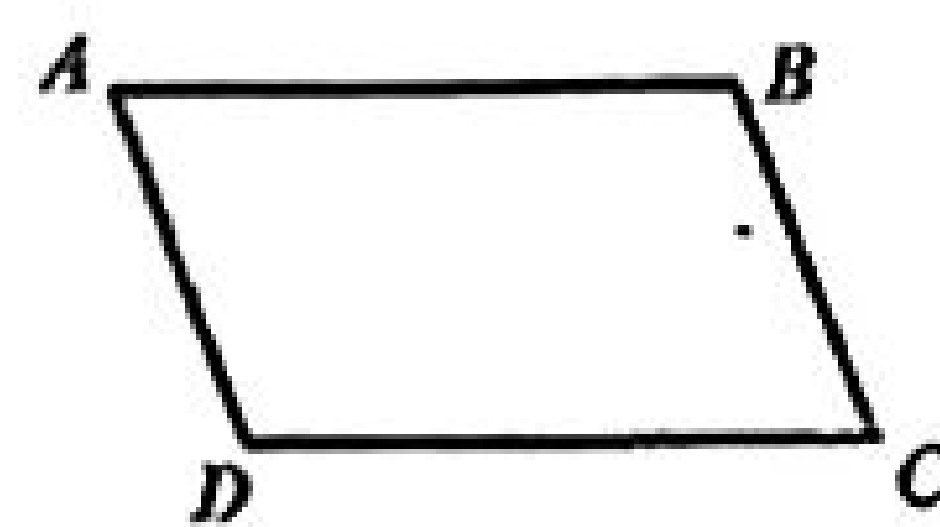
- A. 1,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{5}$       B. 2, 2, 3      C. 4, 5, 6      D. 6, 8, 10

3. 下列二次根式中，是最简二次根式的是 ( )。

- A.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$       B.  $\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{8}$       D.  $\sqrt{49}$

4. 如图，在  $\square ABCD$  中， $\angle A + \angle C = 140^\circ$ ，则  $\angle B$  的度数为 ( )

- A.  $140^\circ$       B.  $120^\circ$       C.  $110^\circ$       D.  $100^\circ$

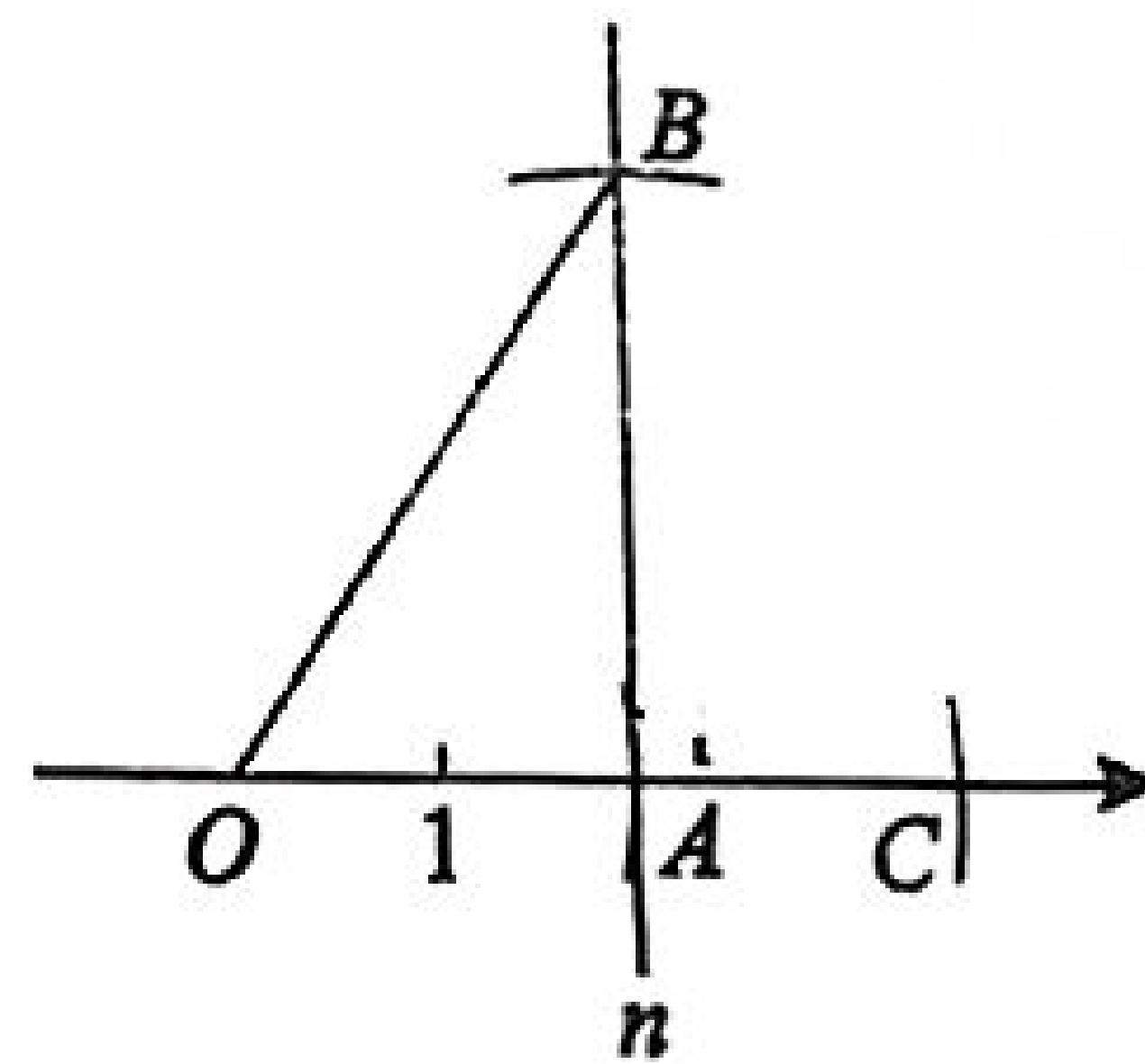


5. 下列命题正确的是 ( )。

- A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形  
B. 有两个角是直角的四边形是矩形  
C. 对角线互相垂直的四边形是菱形  
D. 有一组邻边相等且有一个角是直角的平行四边形是正方形

6. 已知  $O$  为数轴原点，如图，

- (1) 在数轴上截取线段  $OA=2$ ；  
(2) 过点  $A$  作直线  $n$  垂直于  $OA$ ；  
(3) 在直线  $n$  上截取线段  $AB=3$ ；  
(4) 以  $O$  为圆心， $OB$  的长为半径作弧，交数轴于点  $C$ 。



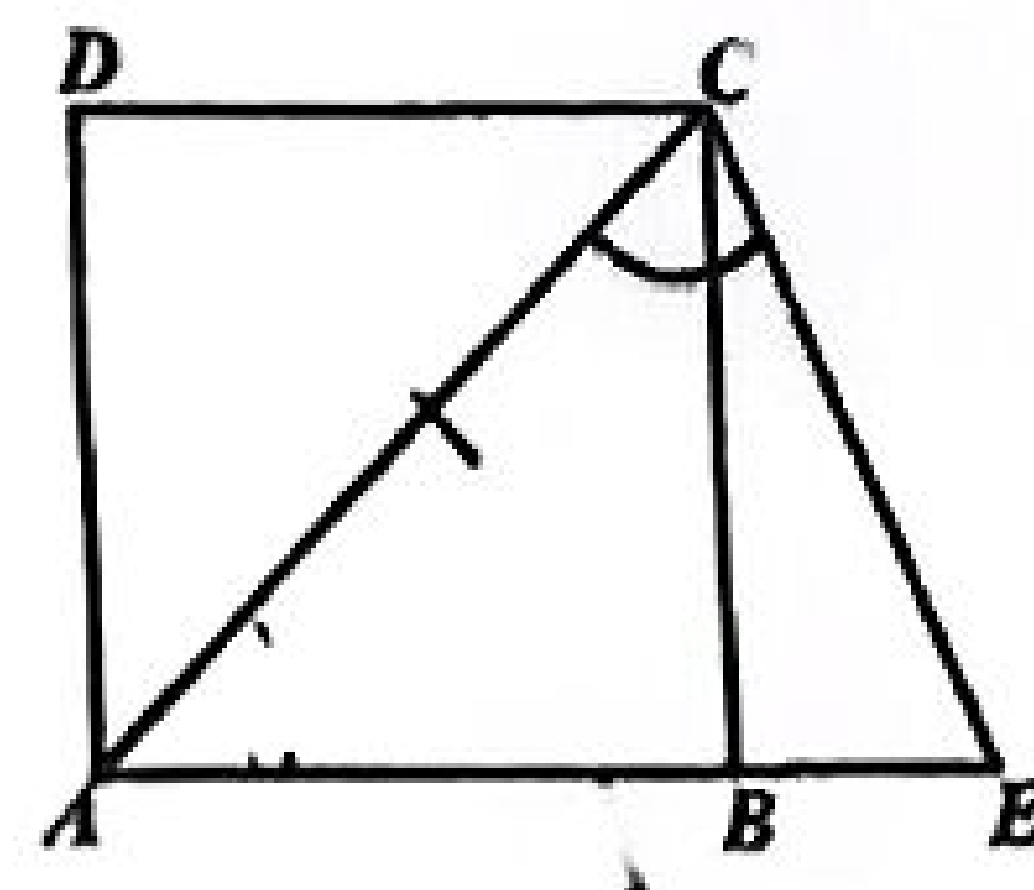
根据以上作图过程及所作图形，有以下四个结论：

①  $OC=5$ ； ②  $OB=\sqrt{13}$ ； ③  $3 < OC < 4$ ； ④  $AC=1$ 。上述结论中，所有正确结论的序号是 ( )。

- A. ①②      B. ①③      C. ②③      D. ②④

7. 如图，四边形  $ABCD$  正方形，延长  $AB$  到点  $E$ ，使  $AE=AC$ ，则  $\angle BCE$  的度数是 ( )。

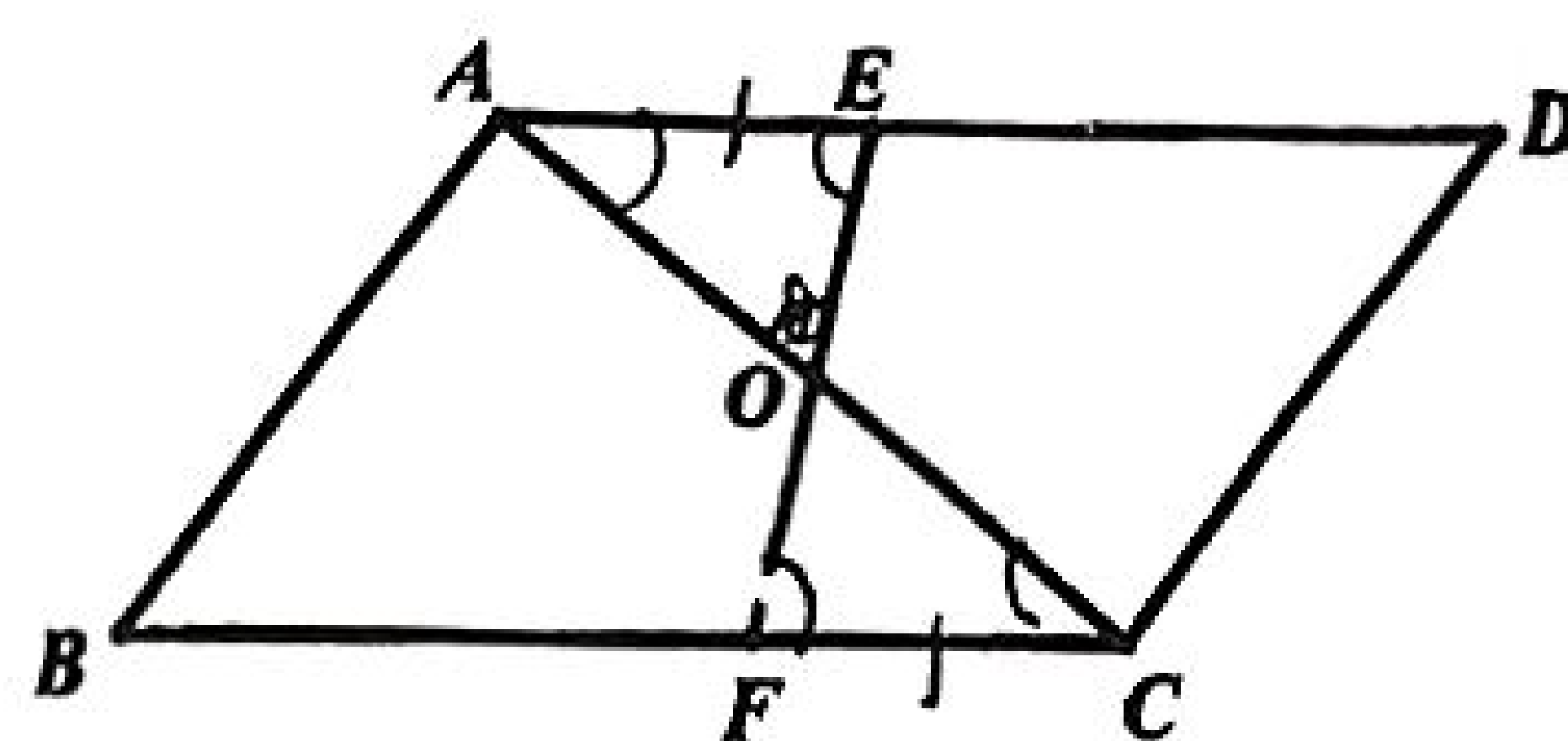
- A.  $67.5^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $30^\circ$       D.  $22.5^\circ$



18. 已知  $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ ,  $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ , 求  $x^2 - xy + y^2$  的值.

19. 如图, 在  $\square ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在  $AD, BC$  上,  
且  $AE = CF$ , 连接  $EF, AC$  交于点  $O$ .

求证:  $OE = OF$ .



20. 下面是小明设计的“作菱形  $ABCD$ ”的尺规作图过程.

求作: 菱形  $ABCD$ .

作法:

- ① 作线段  $AC$ ;
- ② 作线段  $AC$  的垂直平分线  $l$ , 交  $AC$  于点  $O$ ;
- ③ 在直线  $l$  上取点  $B$ , 以  $O$  为圆心,  $OB$  长为半径画弧, 交直线  $l$  于点  $D$  (点  $B$  与点  $D$  不重合);
- ④ 连接  $AB, BC, CD, DA$

所以四边形  $ABCD$  为所求作的菱形.

根据小明设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

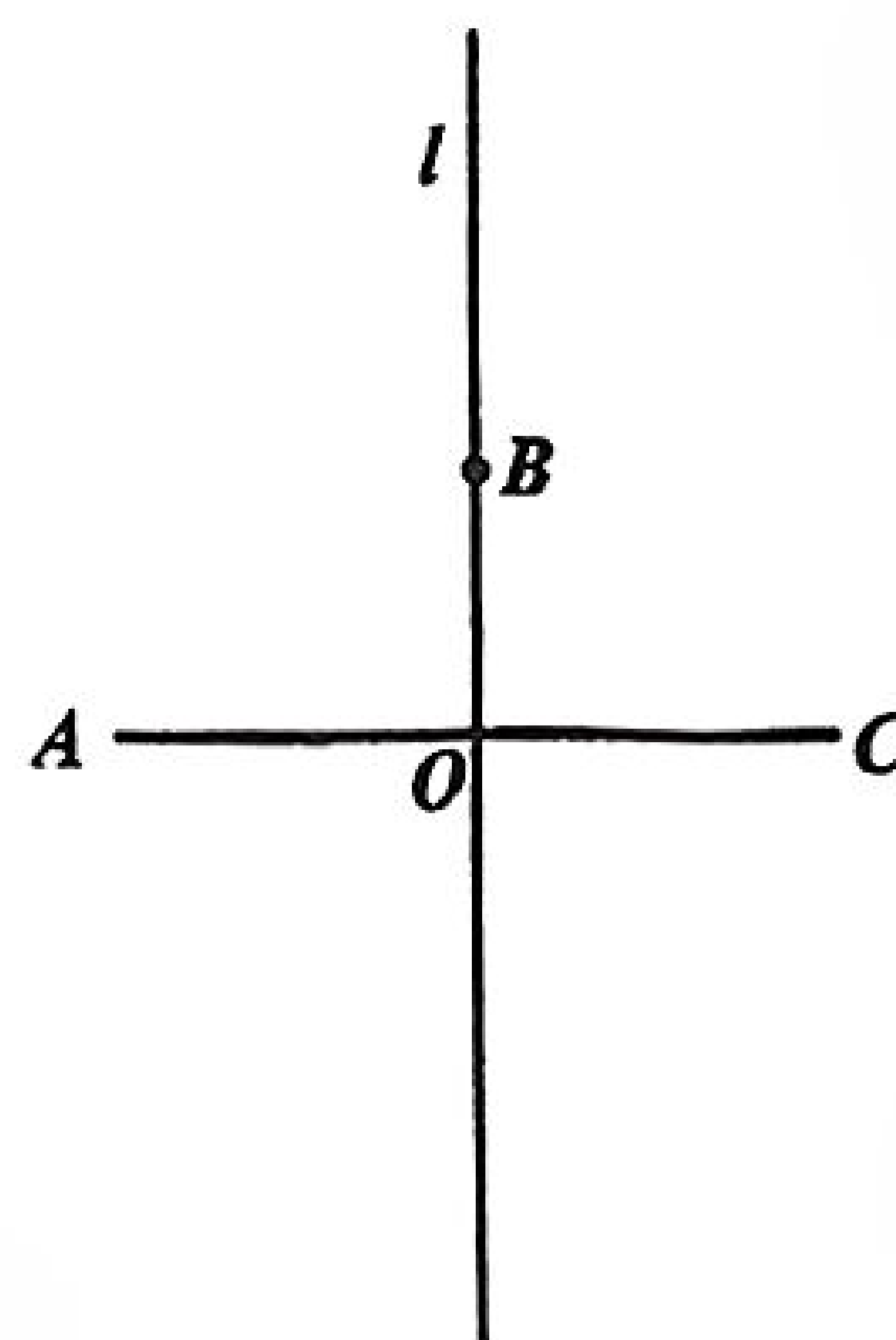
(2) 完成下面的证明.

证明:  $\because OA = OC, OB = OD,$

$\therefore$  \_\_\_\_\_.

$\therefore$  \_\_\_\_\_,

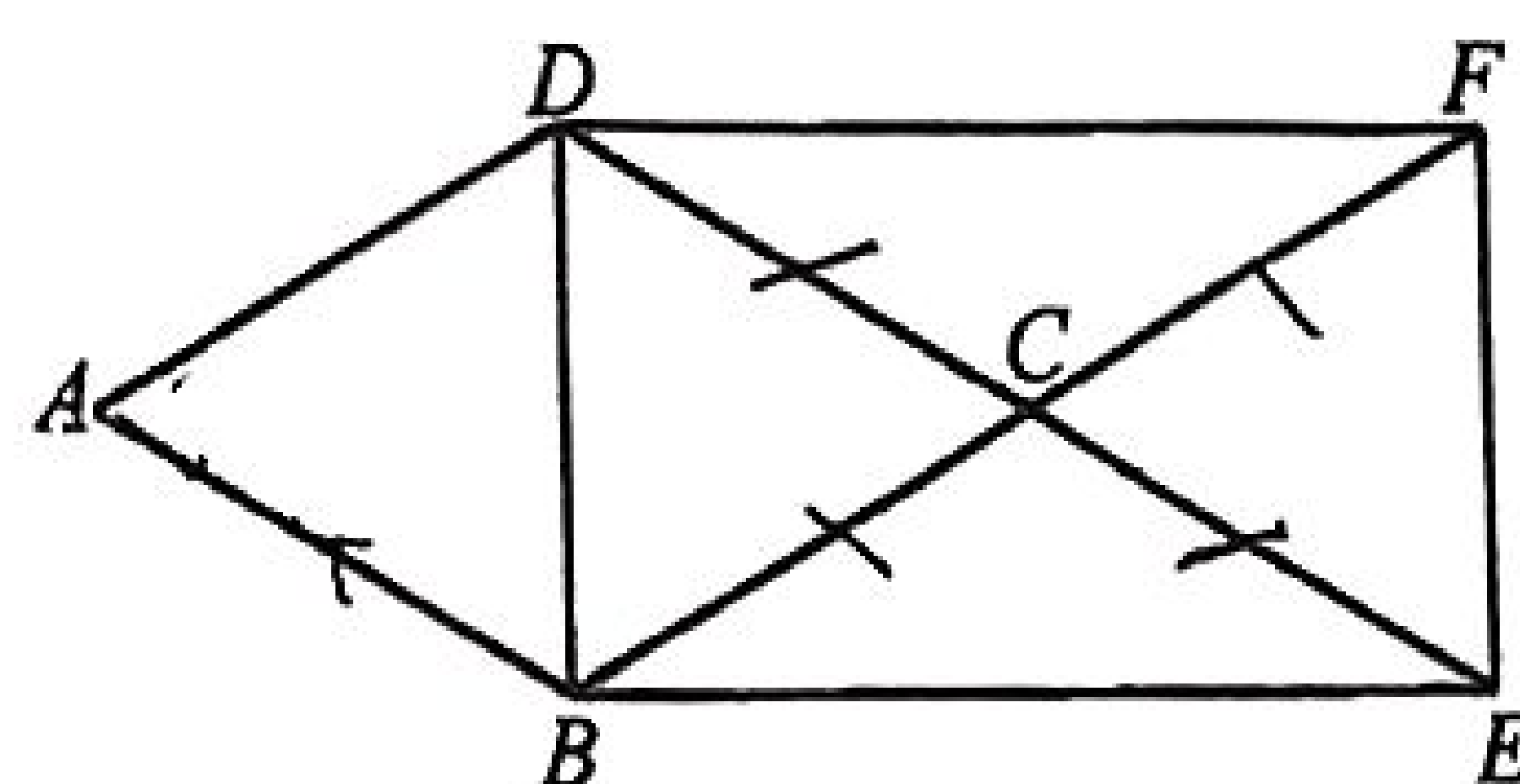
$\therefore$  四边形  $ABCD$  为菱形 (\_\_\_\_\_) (填推理的依据).



21. 如图, 菱形  $ABCD$  中, 分别延长  $DC, BC$  至点  $E, F$ , 使  $CE = CD, CF = CB$ , 连接  $DB, BE, EF, FD$ .

(1) 求证: 四边形  $DBEF$  是矩形;

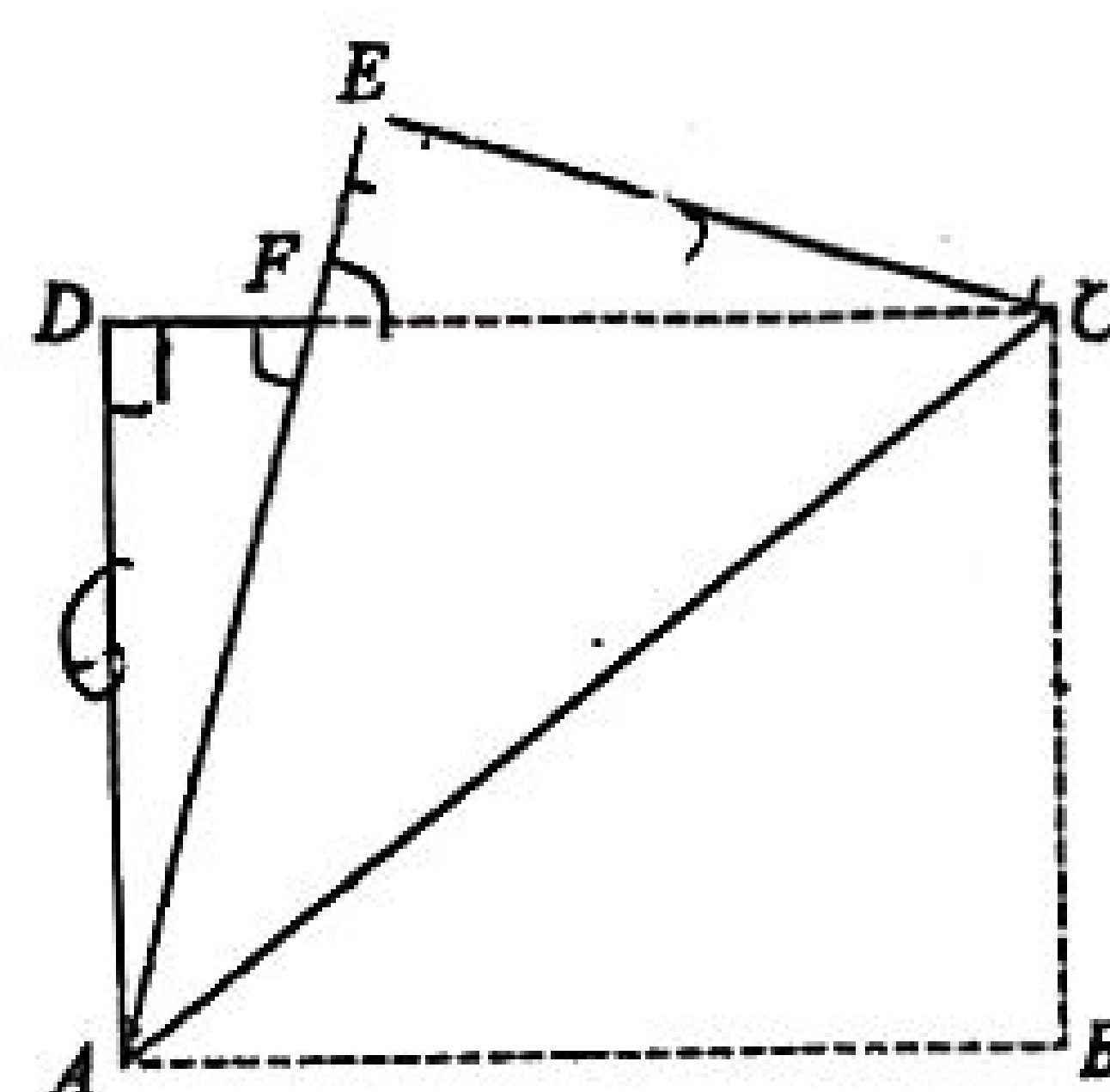
(2) 若  $AB = 4, \angle A = 60^\circ$ , 求矩形  $DBEF$  的面积.



22. 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AB = 8, AD = 6$ , 将矩形  $ABCD$  沿对角线  $AC$  折叠, 使点  $B$  落在点  $E$  处,  $AE$  交  $CD$  于点  $F$ .

(1) 写出折叠后的图形中的等腰三角形: \_\_\_\_\_;

(2) 求  $CF$  的长.



23. 如图，正方形网格中的每个小正方形的边长都是 1，每个小格的顶点叫做格点.

(1) 在图 1 中以格点为顶点画一个面积为 10 的正方形；

(2) 在图 2 中以格点为顶点画一个三角形，使三角形三边长分别为 2,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{13}$ ；这个三角形的面积是\_\_\_\_\_.

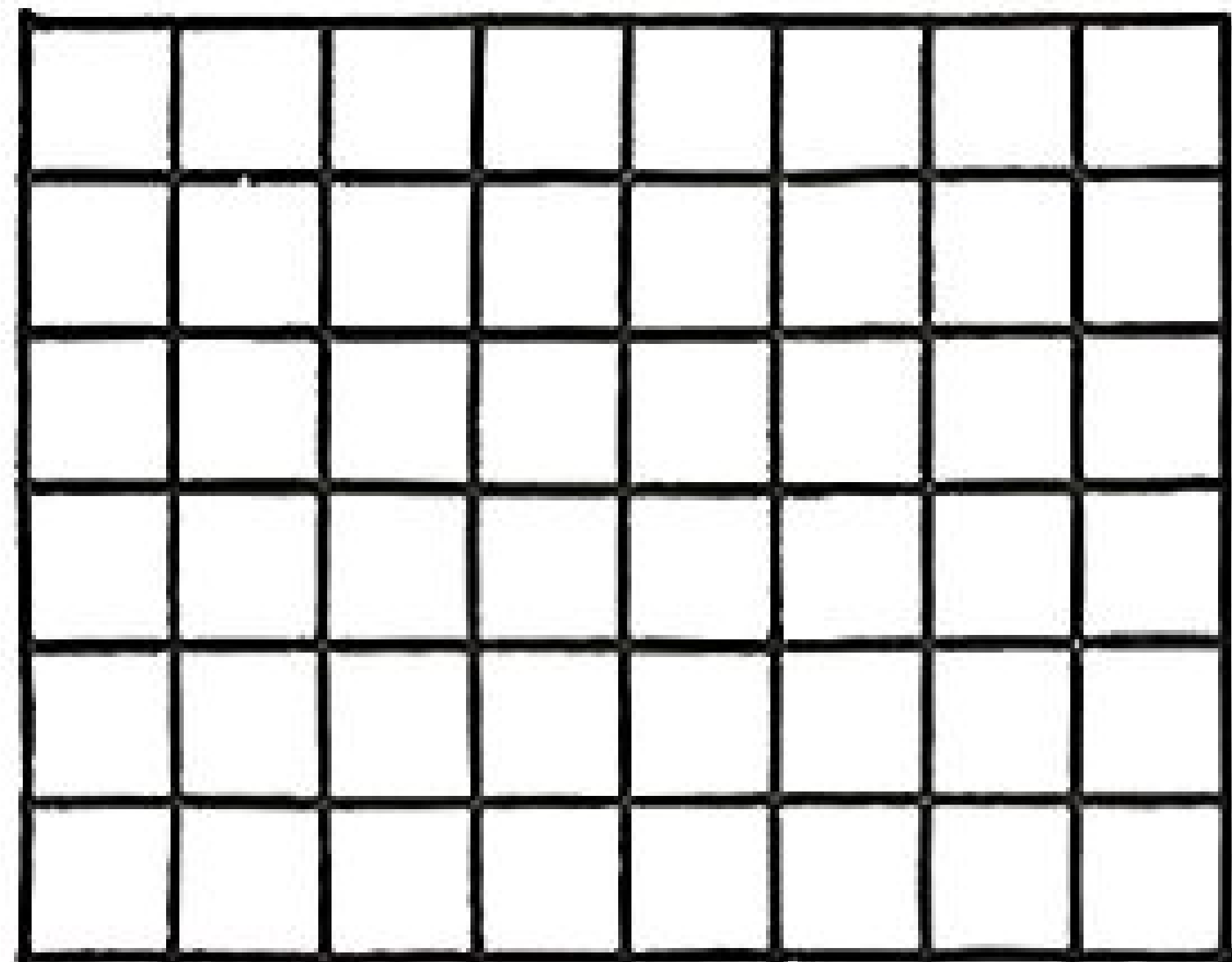


图 1

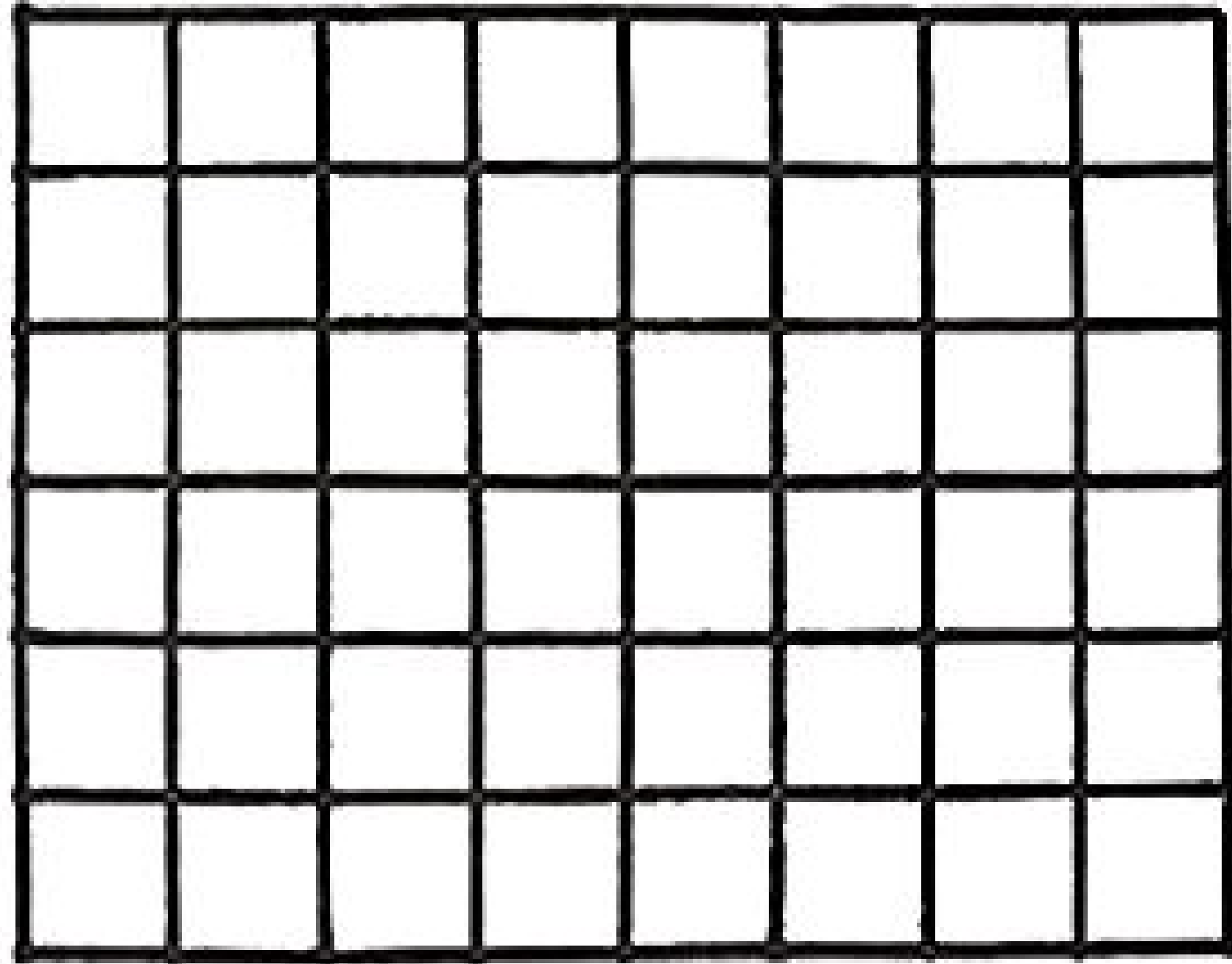


图 2

24. 小丽根据学习“数与式”积累的经验，想通过“由特殊到一般”的方法探究下面二次根式的运算规律. 下面是小丽的探究过程，请补充完整：

(1) 具体运算，发现规律，

特例 1:  $\sqrt{1+\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{3+1}{3}} = \sqrt{4 \times \frac{1}{3}} = 2\sqrt{\frac{1}{3}},$

特例 2:  $\sqrt{2+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{8+1}{4}} = \sqrt{9 \times \frac{1}{4}} = 3\sqrt{\frac{1}{4}},$

特例 3:  $\sqrt{3+\frac{1}{5}} = 4\sqrt{\frac{1}{5}},$

特例 4: \_\_\_\_\_ (填写一个符合上述运算特征的例子);

(2) 观察、归纳，得出猜想.

如果  $n$  为正整数，用含  $n$  的式子表示上述的运算规律为：

\_\_\_\_\_;

(3) 证明你的猜想;

(4) 应用运算规律化简:  $\sqrt{2022+\frac{1}{2024}} \times \sqrt{4048} = \underline{\hspace{2cm}}.$



8. 四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$ ,  $BD$  交于点  $O$ , 点  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $Q$  分别为边  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  的中点, 有下列四个推断:

- ①对于任意四边形  $ABCD$ , 四边形  $MNPQ$  都是平行四边形;  
 ②若四边形  $ABCD$  是平行四边形, 则  $MP$  与  $NQ$  交于点  $O$ ;  
 ③若四边形  $ABCD$  是矩形, 则四边形  $MNPQ$  也是矩形;  
 ④若四边形  $MNPQ$  是正方形, 则四边形  $ABCD$  也一定是正方形.

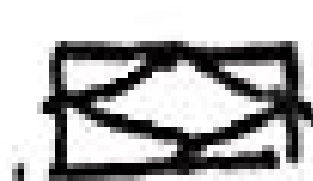
所有正确推断的序号是 ( ).

A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ③④



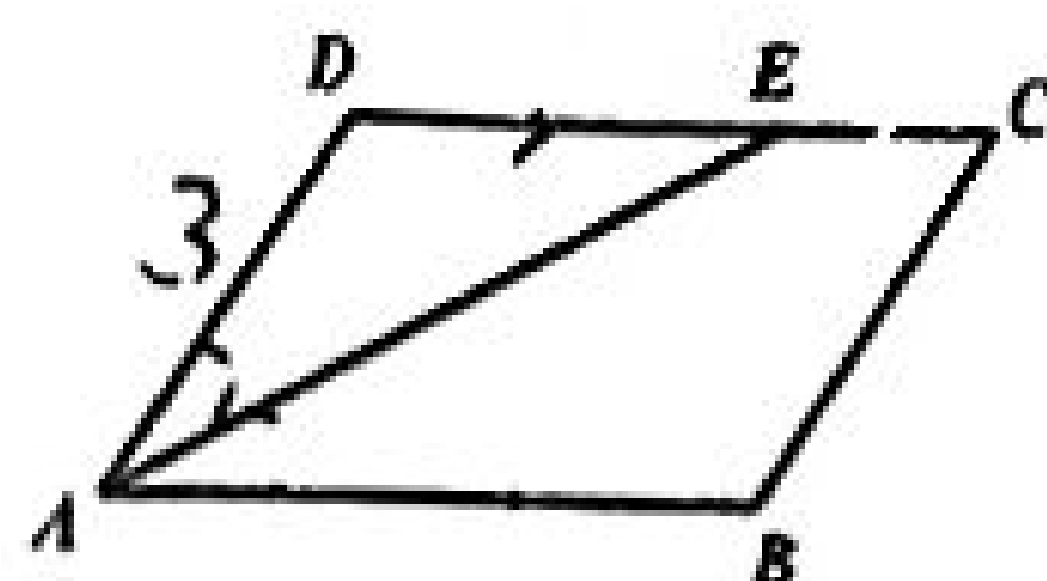
## 二、填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

9.  $(\sqrt{3})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

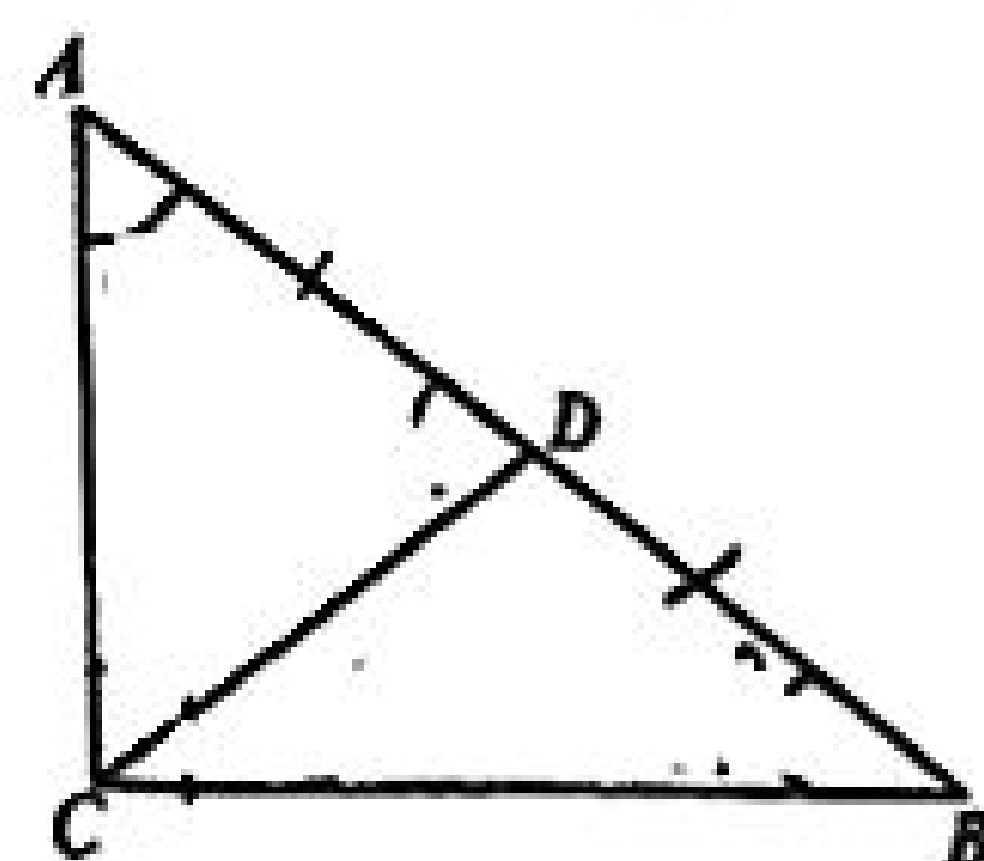
10. 如果  $\sqrt{x-3} + \sqrt{y+2} = 0$ , 那么  $xy$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 已知一个等边三角形的边长为 2, 则这个三角形的高为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $AE$  平分  $\angle DAB$ , 交  $CD$  边于  $E$ ,  $AD=3$ ,  $EC=2$ , 则  $AB$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



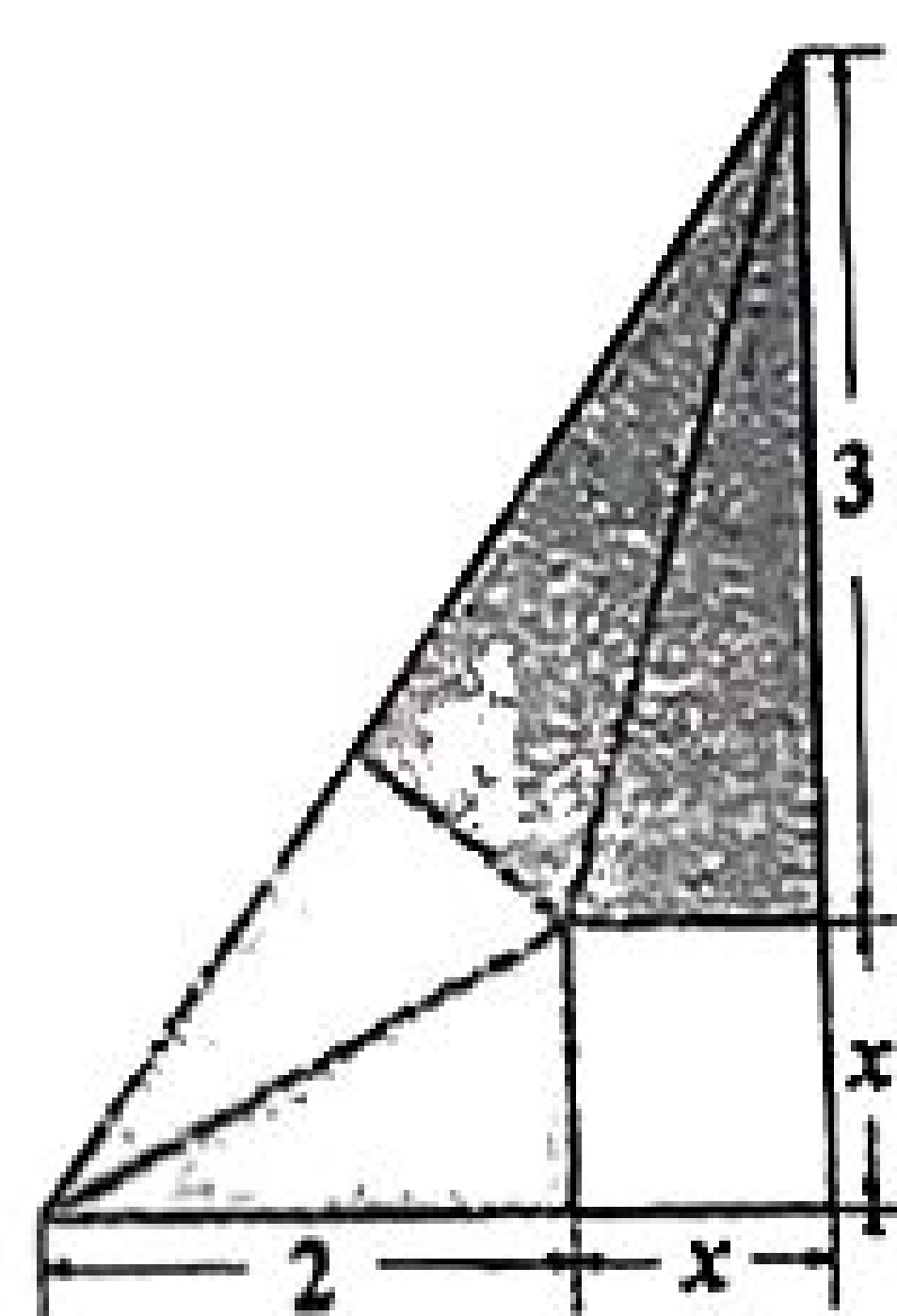
13. 如图, 在直角  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle B=35^\circ$ ,  $D$  是  $AB$  的中点, 则  $\angle ADC$  的度数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



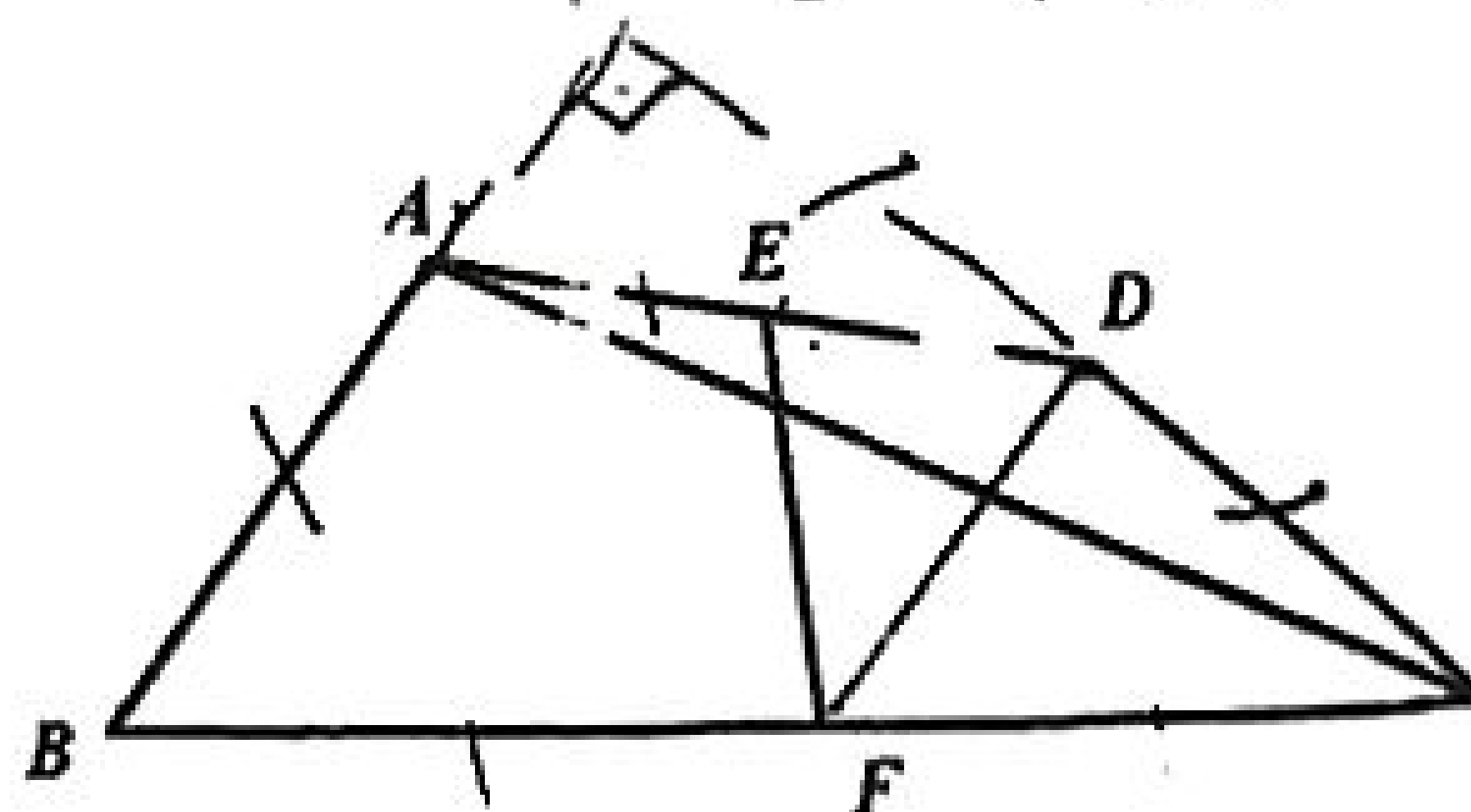
14. 正方形  $ABCD$  的顶点  $B$ ,  $C$  都在平面直角坐标系的  $x$  轴上, 若点  $A$  的坐标是  $(1, 3)$ , 则点  $C$  的坐标为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 如图, 我国古代伟大的数学家刘徽将一个勾股形 (古人称直角三角形为勾股形) 分割成一个小正方形和两对全等的直角三角形.

设小正方形边长为  $x$ , 两个直角三角形中较长的直角边长度分别为 2 和 3, 可以列出方程:  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



16. 如图, 已知四边形  $ABCD$  满足  $AB=CD=1$ ,  $AB \perp CD$ ,  $E$ ,  $F$  分别为  $AD$  和  $BC$  的中点, 则  $EF = \underline{\hspace{2cm}}$ .



## 三、解答题

17. 计算 (1)  $4\sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{8} + 4\sqrt{2}$

(2)  $\sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{12} \div \sqrt{3} - 4\sqrt{\frac{1}{2}}$

25. 已知正方形  $ABCD$ ，点  $E$  是直线  $BC$  上一点（不与  $B, C$  重合）， $\angle AEF=90^\circ$ ， $EF$  交正方形外角的平分线  $CF$  所在的直线于点  $F$ 。
- (1) 如图 1，当点  $E$  在线段  $BC$  上时，
- ①请补全图形，并直接写出  $AE, EF$  满足的数量关系\_\_\_\_\_
  - ②用等式表示  $CD, CE, CF$  满足的数量关系，并证明。
- (2) 当点  $E$  在直线  $BC$  上，用等式表示线段  $CD, CE, CF$  之间的数量关系(直接写出即可) 。

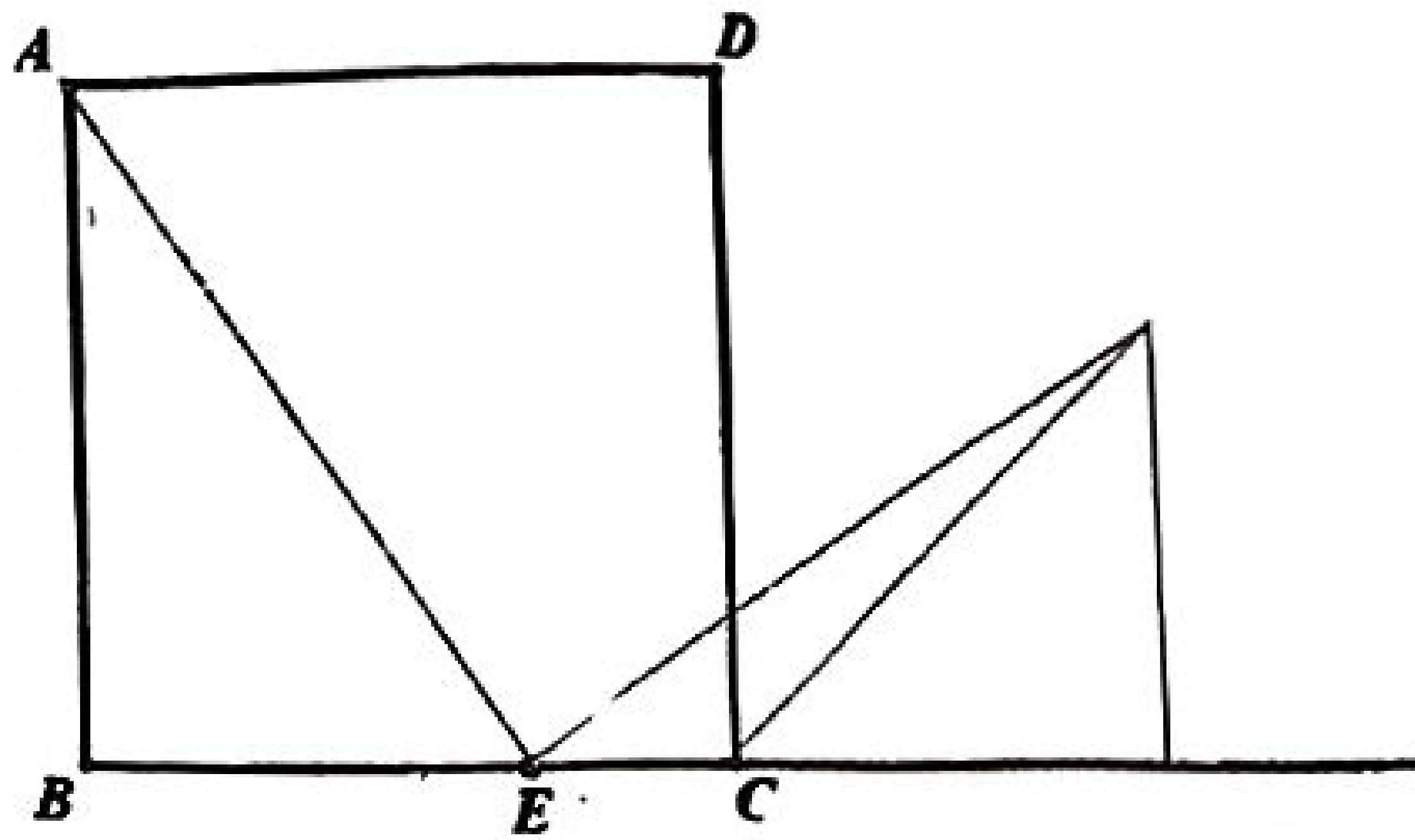
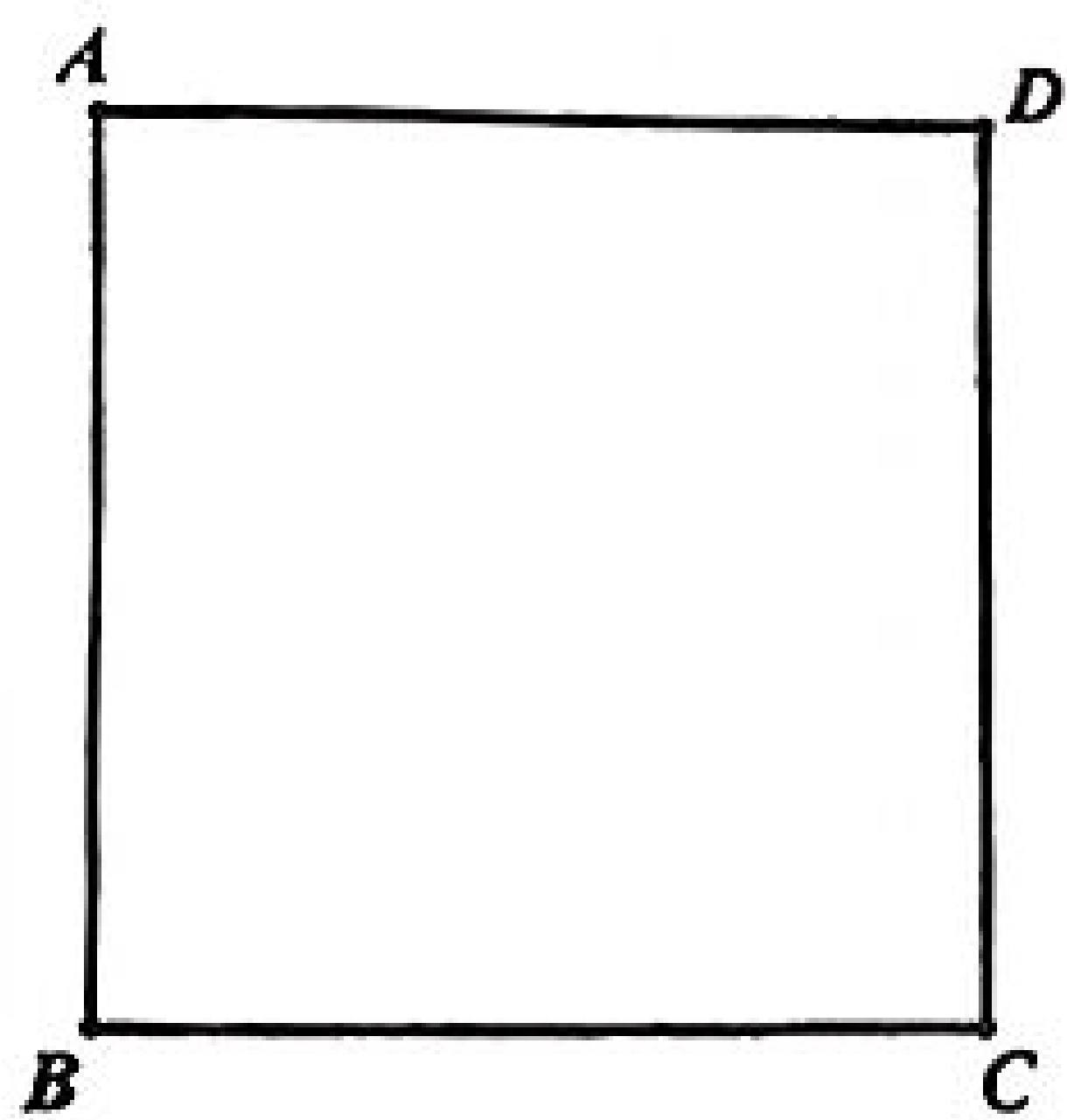
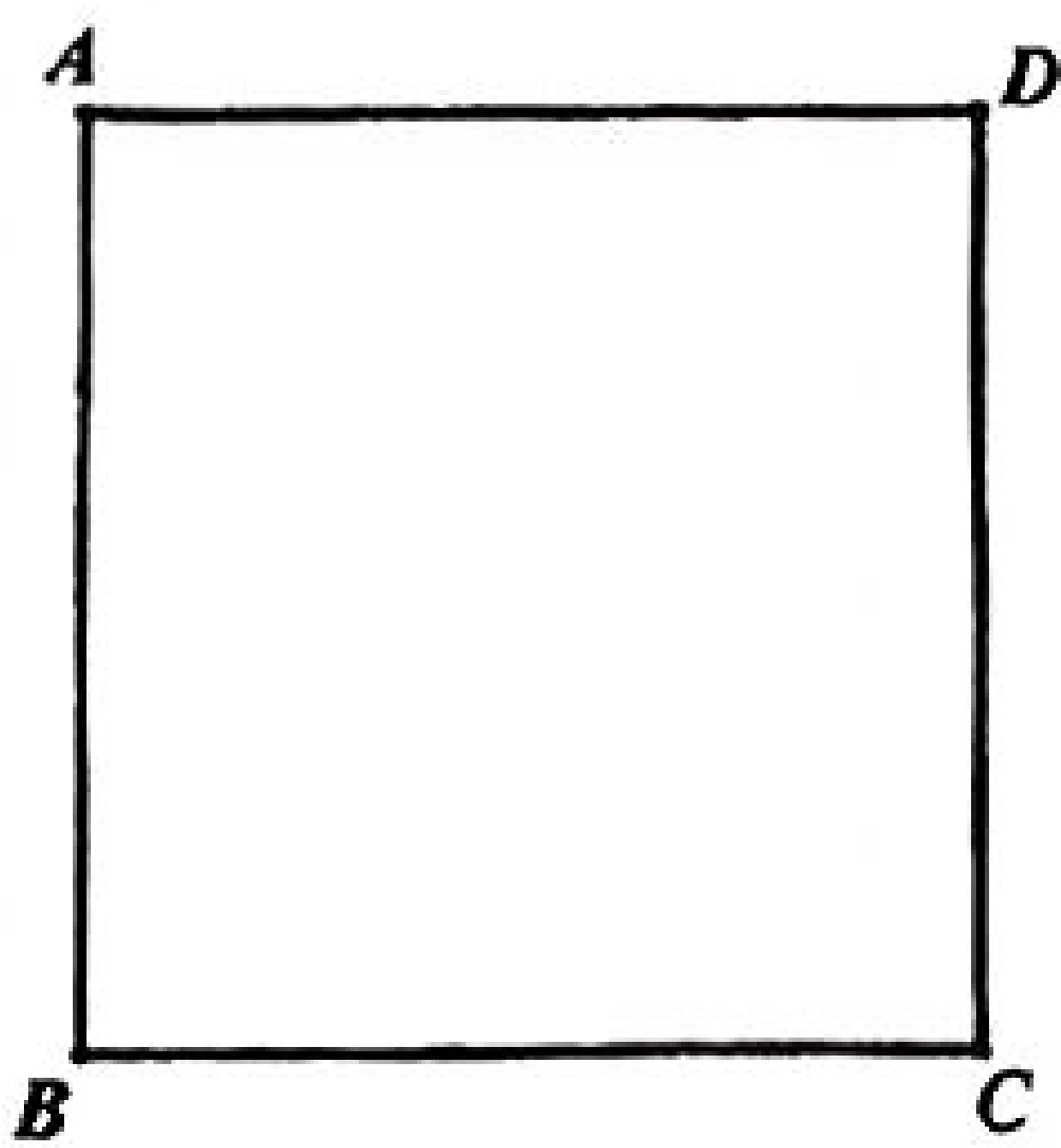


图 1



备用图



备用图

26. 平面直角坐标系  $xOy$  中, 正方形  $ABCD$  的四个顶点坐标分别为:  $A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ,  $B(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ ,

$C(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ ,  $D(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ,  $P$ 、 $Q$  是这个正方形外两点, 且  $PQ=1$ . 给出如下定义:

记线段  $PQ$  的中点为  $T$ , 平移线段  $PQ$  得到线段  $P'Q'$  (其中  $P'$ ,  $Q'$  分别是点  $P$ ,  $Q$  的对应点), 记线段  $P'Q'$  的中点为  $T'$ . 若点  $P'$  和  $Q'$  分别落在正方形  $ABCD$  的一组邻边上, 或线段  $P'Q'$  与正方形  $ABCD$  的一边重合, 则称线段  $TT'$  长度的最小值为线段  $PQ$  到正方形  $ABCD$  的“回归距离”, 称此时的点  $T'$  为线段  $PQ$  到正方形  $ABCD$  的“回归点”.

- (1) 如图 1, 平移线段  $PQ$ , 得到正方形  $ABCD$  内两条长度为 1 的线段  $P_1Q_1$  和  $P_2Q_2$ , 这两条线段的位置关系为\_\_\_\_\_ ; 若  $T_1$ ,  $T_2$  分别为  $P_1Q_1$  和  $P_2Q_2$  的中点, 则点\_\_\_\_\_ (填  $T_1$  或  $T_2$ ) 为线段  $PQ$  到正方形  $ABCD$  的“回归点”;

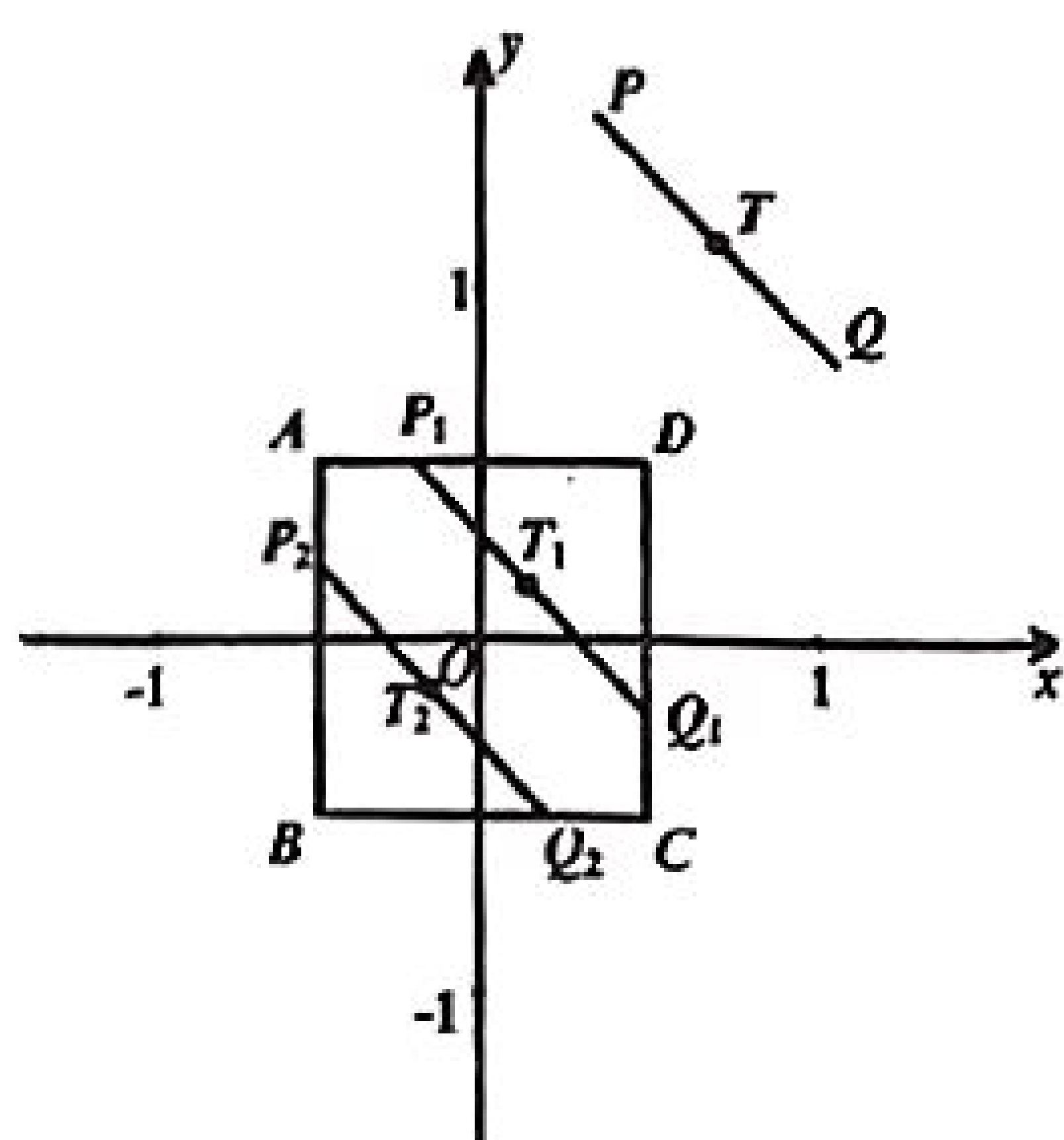


图 1

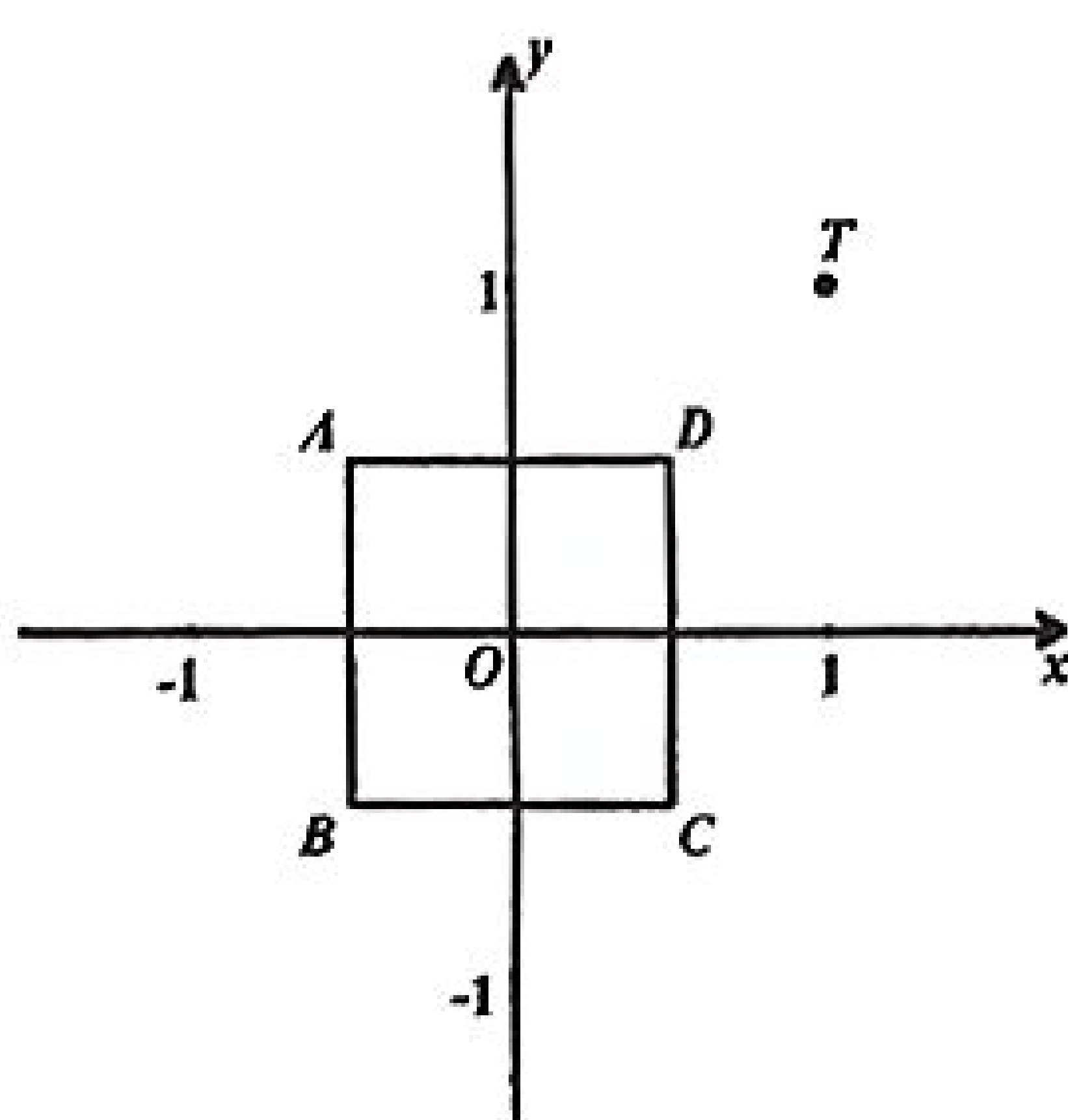


图 2

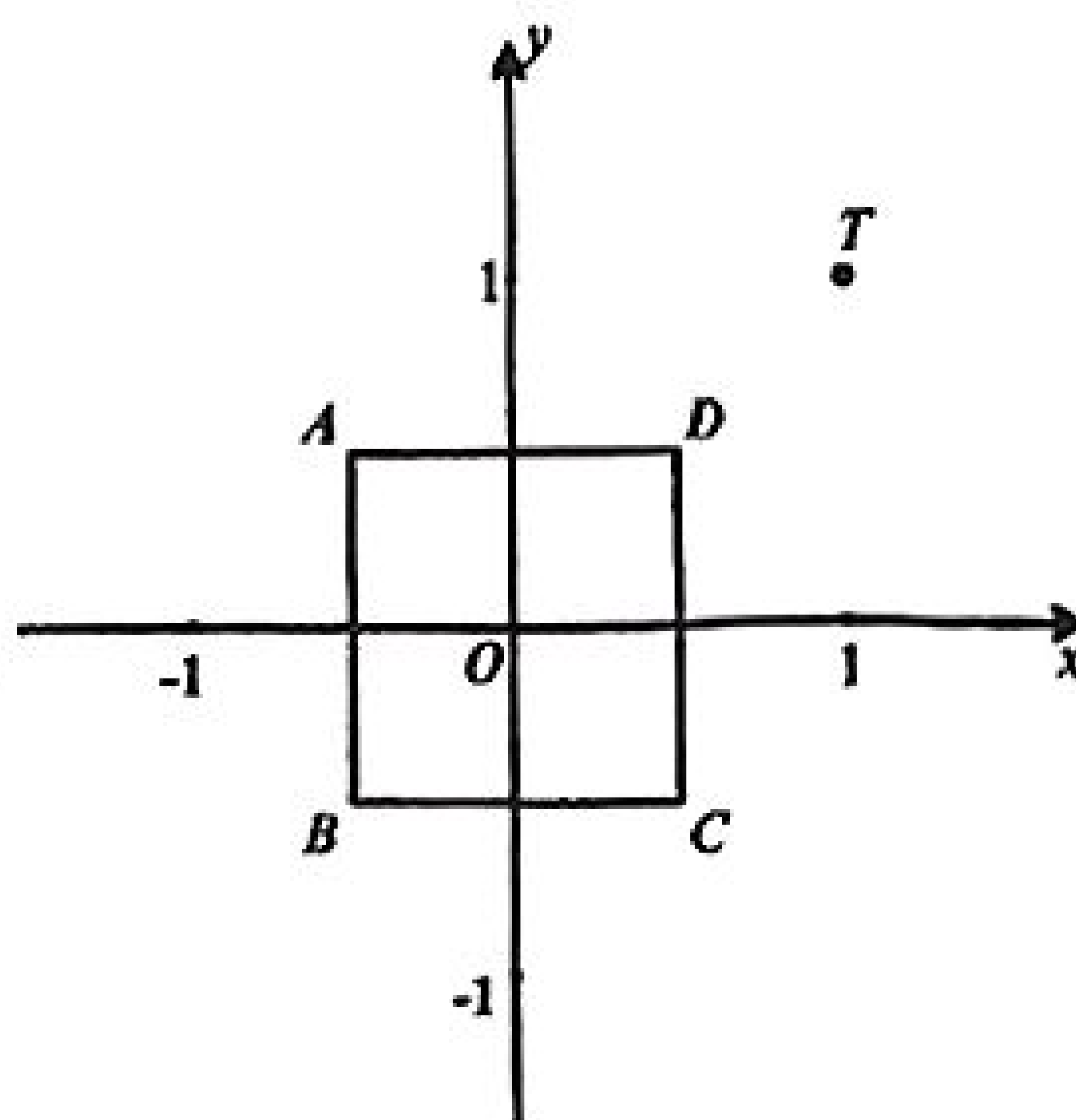


图 3

- ) 若线段  $PQ$  的中点  $T$  的坐标为  $(1,1)$ , 记线段  $PQ$  到正方形  $ABCD$  的“回归距离”为  $d_1$ ,
- ) 请直接写出  $d_1$  的最小值: \_\_\_\_\_, 并在图 2 中画出此时线段  $PQ$  到正方形  $ABCD$  的“回归点”  $T'$  (画出一种情况即可);
- ) 请在图 3 中画出所有符合题意的线段  $PQ$  到正方形  $ABCD$  的“回归点”组成的图形.