

# 数学调研 试题

## 一. 选择题 (每小题 2 分, 共 28 分)

1. 若  $x > y$ , 则下列式子错误的是 ( )

- A.  $x - 3 > y - 3$       B.  $3 - x > 3 - y$       C.  $x + 3 > y + 2$       D.  $\frac{x}{3} > \frac{y}{3}$

2. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ( )

- A.  $x^2 - 4x + 1 = x(x - 4) + 1$       B.  $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$   
C.  $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$       D.  $18a^3bc = 3a^2b \cdot 6ac$

3. 下列式子: ①  $\frac{3x}{2}$ ; ②  $\frac{3y+1}{2\pi}$ ; ③  $\frac{1}{x}$ ; ④  $\frac{a-b}{a+b}$ . 其中是分式的有 ( )

- A. 0 个      B. 1 个      C. 2 个      D. 3 个

4. 下列多项式能直接用完全平方公式进行因式分解的是 ( )

- A.  $x^2 + 2x - 1$       B.  $x^2 - x - \frac{1}{4}$       C.  $x^2 + xy + y^2$       D.  $9 + x^2 - 6x$

5. 不等式组  $\begin{cases} 2x-4 \leq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases}$  的解集在数轴上表示正确的是 ( )



6. 下列运算正确的是 ( )

- A.  $\frac{y}{-x-y} = -\frac{y}{x-y}$       B.  $\frac{y-x}{x^2-y^2} = -\frac{1}{x+y}$       C.  $\frac{x^2+y^2}{x+y} = x+y$       D.  $\frac{2x+y}{3x+y} = \frac{2}{3}$

7. 若  $x, y$  的值均扩大为原来的 5 倍, 则下列分式的值保持不变的是 ( )

- A.  $\frac{5+x}{5-y}$       B.  $\frac{2y}{x^2}$       C.  $\frac{2y^3}{3x^2}$       D.  $\frac{2y^2}{(x-y)^2}$

8. 在一次绿色环保知识竞赛中, 共有 25 道题, 对于每一道题, 答对得 5 分, 答错或不答扣 1 分, 则至少答对多少题, 得分才不低于 85 分? 设答对  $x$  题, 可列不等式为 ( )

- A.  $5x - (25 - x) \geq 85$       B.  $5x + (25 - x) \geq 85$   
C.  $5x - (25 - x) > 85$       D.  $5x + (25 - x) > 85$

9. 计算  $\frac{a+1}{a^2-2a+1} \div \left(1 - \frac{2}{1-a}\right)$  的结果是 ( )

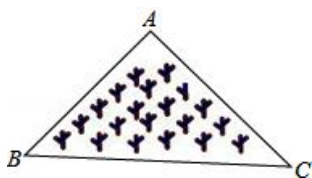
- A.  $\frac{1}{a-1}$       B.  $\frac{1}{a+1}$       C.  $\frac{1}{a^2-1}$       D.  $\frac{1}{a^2+1}$

10. 某优秀毕业生向我校赠送 1080 本课外书，现用  $A$ 、 $B$  两种不同型号的纸箱包装运送，单独使用  $B$  型纸箱比单独使用  $A$  型纸箱可少用 6 个；已知每个  $B$  型纸箱比每个  $A$  型纸箱可多装 15 本．若设每个  $A$  型纸箱可以装书  $x$  本，则根据题意列得方程为（ ）

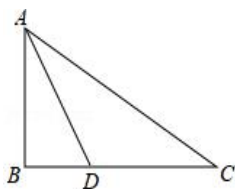
A.  $\frac{1080}{x+15} = \frac{1080}{x} - 6$                       B.  $\frac{1080}{x} = \frac{1080}{x-15} - 6$   
 C.  $\frac{1080}{x} = \frac{1080}{x-15} + 6$                       D.  $\frac{1080}{x+15} = \frac{1080}{x} + 6$

11. 如图所示，是一块三角形的草坪，现要在草坪上建一凉亭供大家休息，要使凉亭到草坪三条边的距离相等，凉亭的位置应选在（ ）

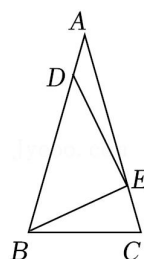
- A.  $\triangle ABC$  的三条中线的交点                      B.  $\triangle ABC$  三条角平分线的交点  
 C.  $\triangle ABC$  三条高所在直线的交点                      D.  $\triangle ABC$  三边的中垂线的交点



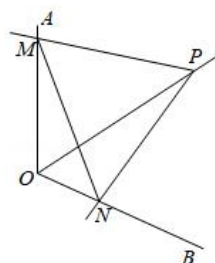
11 题图



12 题图



13 题图



14 题图

12. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 5$ ， $AD$  为  $\angle BAC$  的角平分线，则  $\triangle ABD$  的面积为（ ）

A. 3                      B.  $\frac{9}{4}$                       C.  $\frac{9}{2}$                       D. 6

13. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $D$ 、 $E$  分别在  $AB$ 、 $AC$  上， $BC = 2\sqrt{2}$ ，且  $\triangle BED$  是等腰直角三角形，其中  $\angle BED = 90^\circ$ ，则  $AD$  的值是（ ）

A. 2                      B.  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$                       C.  $\sqrt{3}-1$                       D.  $2\sqrt{3}-2$

14. 如图，点  $P$  为定角  $\angle AOB$  平分线上的一个定点，且  $\angle MPN$  与  $\angle AOB$  互补．若  $\angle MPN$  在绕点  $P$  旋转的过程中，其两边分别与  $OA$ 、 $OB$  相交于  $M$ 、 $N$  两点，则以下结论：①  $PM = PN$ ；②  $MN$  的长不变；③  $OM + ON$  的值不变；④ 四边形  $PMON$  的面积不变，其中，正确结论的是（ ）

- A. ①②③                      B. ①②④                      C. ①③④                      D. ②③④

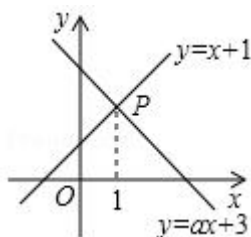
## 二. 填空题 (每题 3 分, 共 18 分)

15. 因式分解:  $2x^3-8x$  =\_\_\_\_\_.

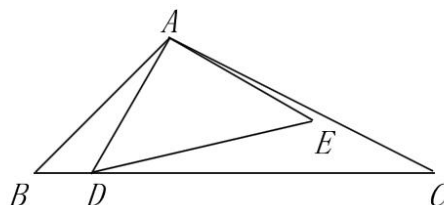
16. 当分式  $\frac{|x|-2}{x-2}$  的值为零时,  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

17. 某种商品的进价为 800 元, 出售时标价为 1200 元, 后来由于商品积压, 商品准备打折出售, 但要保证利润率不低于 20%, 则至多可打\_\_\_\_\_折.

18. 如图, 已知函数  $y=x+1$  和  $y=ax+3$  的图象交于点  $P$ , 点  $P$  的横坐标为 1, 则关于  $x$  的不等式  $x+1 \leq ax+3$  的解集是\_\_\_\_\_.



18 题图



20 题图

19. 某商厦进货员预测一种应季衬衫能畅销市场, 就用 8 万元购进这种衬衫, 面市后果然供不应求. 商厦又用 17.6 万元购进了第二批这种衬衫, 所购数量是第一批购进量的 2 倍, 但单价贵了 5 元. 商厦销售这种衬衫时每件定价都是 60 元, 最后剩下 200 件按 7 折销售, 很快售完. 在这两笔生意中, 商厦共盈利\_\_\_\_\_元.

20. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC=45^\circ$ ,  $\angle ACB=30^\circ$ ,  $AB=2\sqrt{2}$ , 点  $D$  是直线  $BC$  上一动点, 连接  $AD$ , 以  $AD$  为边, 在  $AD$  的右侧作等腰直角三角形  $ADE$ , 且  $\angle DAE=90^\circ$ , 当点  $E$  落在  $\triangle ABC$  某一边的垂直平分线上时, 则  $BD=_____$ .

## 三. 解答题 (共 74 分)

21. (30 分)

(1) (每题 5 分) 把下列各式因式分解

①  $-9(x+y)^2+(x-y)^2$

②  $2(y-1)^2+12(1-y)+18$

③  $(a^2+b^2)^2-4a^2b^2$

(2) (5 分) 利用数轴解不等式组: 
$$\begin{cases} 5x-1 < 3(x+1) & \text{①} \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \leq 1 & \text{②} \end{cases}$$

(3) (5 分) 解方程  $\frac{2-x}{x-3} + \frac{1}{3-x} = 1$

(4) (5 分) 先化简:  $m-1 + \frac{2m-6}{m^2-9} \div \frac{2m+2}{m+3}$ , 再选一个自己喜欢的整数  $m$  代入求值.

22. (10分) 某服装店因为换季更新, 采购了一批新服装, 有  $A$ 、 $B$  两种款式共 100 件, 花费了 11200 元, 已知  $A$  种款式单价是 120 元/件,  $B$  种款式的单价是 100 元/件.

(1)  $A$  种款式的服装采购了\_\_\_\_\_件,  $B$  种款式的服装采购了\_\_\_\_\_件.

(2) 若  $A$  种款式售价是 200 元/件,  $B$  种款式的售价是 140 元/件. 如果另一个服装店也想要采购这两种款式的服装共 60 件, 且采购的服装全部售出后所获利润至少 3300 元, 那么  $A$  种款式的服装至少采购多少件?

23. (10分) 某地对一段长达 4800 米的河堤进行加固. 在加固 1600 米后, 采用新的加固模式, 每天的工作效率比原来提高 25%, 用 52 天完成了全部加固任务.

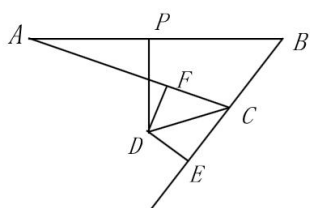
(1) 原来每天加固河堤多少米?

(2) 若承包商原来每天支付工人工资为 1200 元, 提高工作效率后每天支付给工人的工资增加了 20%, 完成整个工程后承包商共支付工人工资\_\_\_\_\_元.

24. (12分) 如图,  $CD$  是  $\angle ACE$  的平分线,  $DP$  垂直平分  $AB$  于点  $P$ ,  $DF \perp AC$  于点  $F$ ,  $DE \perp BC$  于点  $E$ .

(1) 求证:  $AF = BE$ ;

(2) 若  $BC = 3\text{cm}$ ,  $AC = 5\text{cm}$ , 则  $CE =$ \_\_\_\_\_.

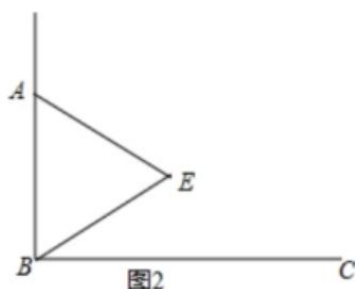
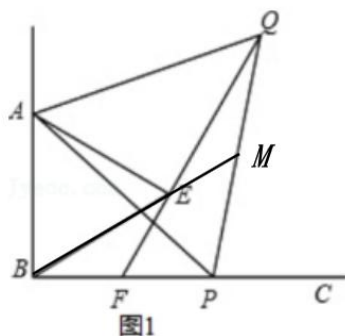


25. (12分) 如图, 已知  $AB \perp BC$ ,  $\triangle ABE$  是等边三角形, 点  $P$  为射线  $BC$  上任意一点 (点  $P$  与点  $B$  不重合), 连接  $AP$ , 以  $AP$  为一边, 在  $AP$  的上方作等边  $\triangle APQ$ , 连接  $QE$  并延长交射线  $BC$  于点  $F$ .

(1) 如图 1, 则  $\angle BEF =$ \_\_\_\_\_°,  $\angle QFC =$ \_\_\_\_\_°;

(2) 如图 1, 当点  $P$  在点  $F$  的右侧,  $BE$  的延长线交  $PQ$  于点  $M$ , 求证:  $PM = QM$ ;

(3) 若线段  $AB = 3\sqrt{3}$ , 设  $FP = 2$ , 则点  $Q$  到射线  $BC$  的距离为\_\_\_\_\_;



## 数学调研 答案

一、选择题（每题 2 分，共 28 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
B	C	C	D	C	B	D	A	A	A	B	B	D	C

二、填空题（每题 3 分，共 18 分）

15.  $2(x+2)(x-2)$

16. -2

17. 八

18.  $x \leq 1$

19. 28400

20.  $2$  或  $2\sqrt{3}-2$

### 三、解答题（共 74 分）

**21. 把下列各式因式分解（每题 5 分，共 20 分）**

(1) ①  $-9(x+y)^2 + (x-y)^2$

$$\textcircled{2} 2 (y - 1)^2 + 12 (1 - y) + 18$$

$$\text{原式} = -[9(x+y)^2 - (x-y)^2]$$

$$\text{原式} = 2[(y-1)^2 - (y-1) + 9]$$

$$= -[3(x+y) + (x-y)][3(x+y) - (x-y)] \dots\dots\dots 2' \qquad = 2(y - 1 - 3)^2 \dots\dots\dots 3'$$

$$= -(4x+2y)(2x+4y) \dots\dots 3 \quad = 2(y-4)^2 \dots\dots\dots 5$$

$$= -4(2x + y)(x + 2y) \dots\dots\dots 5'$$

$$\textcircled{3} (a^2 + b^2)^2 - 4a^2 b^2$$

$$\text{原式} = (a^2 + b^2 + 2ab) (a^2 + b^2 - 2ab) \dots \dots 3'$$

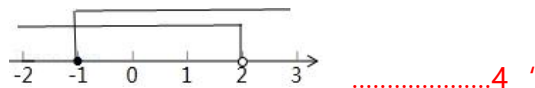
$$(2) \begin{cases} 5x-1 < 3(x+1) \textcircled{1} \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \leq 1 \textcircled{2} \end{cases} \quad (\text{利用数轴})$$

$$= (a+b)^2 (a-b)^2 \dots\dots\dots 5'$$

解：解不等式①得， $x < 2$ ，……………2'

解不等式②得,  $x \geq -1$ , .....3'

在数轴上表示如下:



所以不等式组的解集为:  $-1 \leq x < 2$ .....5'

(3) 解方程  $\frac{2-x}{x-3} + \frac{1}{3-x} = 1$

解：分式方程整理得： $\frac{2-x}{x-3} - \frac{1}{x-3} = 1$ ,

去分母得： $2-x-1=x-3$ ,

解得： $x=2$ , .....3'

检验：当  $x=2$  时， $x-3 \neq 0$ ,

$\therefore$  分式方程的解为  $x=2$ . .....5'

或经检验  $x=2$  是原方程的根.....5'

(4) 化简求值： $m-1 + \frac{2m-6}{m^2-9} \div \frac{2m+2}{m+3}$

原式= $m-1 + \frac{2(m-3)}{(m+3)(m-3)} \cdot \frac{m+3}{2(m+1)}$

$=m-1 + \frac{1}{m+1}$  .....2'

$=\frac{m^2}{m+1}$  .....4'

当  $m=0$  时，原式=0 (答案不唯一) .....5'

(注， $x$  不能取 3、-3、-1)

22. (10 分)

解：(4 分) (1) 60 , 40 . .....4'

(6 分) (2) 设 A 种款式的服装采购了  $m$  件，则 B 种款式的服装采购了  $(60-m)$  件， .....1'

依题意，得： $(200-120)m + (140-100)(60-m) \geq 3300$ , .....3'

解得： $m \geq 22\frac{1}{2}$ . .....4'

$\therefore m$  为正整数，

$\therefore m$  的最小值为 23. .....5'

答：A 种款式的服装至少能采购 23 件. ....6'

23.(本题 10 分)

解：(1) 设原来每天加固河堤  $x$  米，则采用新的加固模式后每天加固河堤  $(1+25\%)x$  米， .....1'

由题意得： $\frac{1600}{x} + \frac{4800-1600}{(1+25\%)x} = 52$ , .....4'

解得： $x=80$ , .....5'

经检验， $x=80$  是原方程的解，且符合题意， .....6'

答：原来每天加固河堤 80 米； .....7'

(2) 70080 . .....10'

24. (本题 12 分)

(1) 证明: 连接  $AD$ 、 $BD$ , 如图, ..... 1 '

$\because PD$  垂直平分  $AB$ ,

$\therefore AD=BD$ , ..... 4 '

$\because CD$  平分  $\angle ACE$ ,  $DE \perp BC$ ,  $DF \perp AC$ ,

$\therefore DE=DF$ ,  $\angle AFD=\angle BED=90^\circ$  ..... 7 '

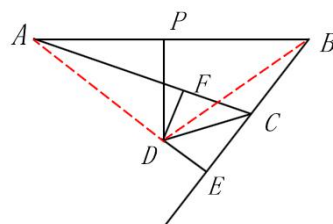
在  $\text{Rt}\triangle ADF$  和  $\text{Rt}\triangle BDE$  中,

$$\begin{cases} AD = BD \\ DF = DE \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle BDE$  (HL),

$\therefore AF=BE$ ; ..... 10 '

(2)  $1\text{cm}$  ..... 12 '



25 (本题共 12 分)

(1) 30 60 ; ..... 2 '

(2)

证明: 作  $PN \parallel EQ$  交  $BE$  延长线于  $N$ , ..... 3 '

$$\therefore \angle QEM = \angle N,$$

$\because \triangle ABE$  和  $\triangle APQ$  都是等边三角形,

$$\therefore AB = AE, AP = AQ, \angle BAE = \angle PAQ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle EAQ = 60^\circ - \angle PAE,$$

$$\text{在 } \triangle ABP \text{ 和 } \triangle AEQ \text{ 中, } \begin{cases} AB = AE \\ \angle BAP = \angle EAQ \\ AP = AQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle AEQ, \quad \dots\dots\dots 5 '$$

$$\therefore BP = EQ, \angle AEQ = \angle ABC = 90^\circ;$$

又  $\because \triangle ABE$  是等边三角形,

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle PBN = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \angle N = \angle QEN = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle PBN = \angle N,$$

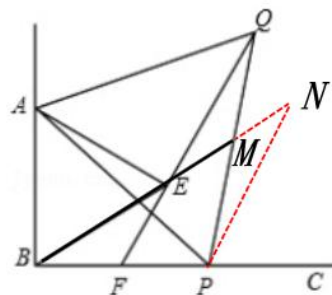
$$\therefore BP = PN,$$

$$\therefore EQ = PN, \quad \dots\dots\dots 7 '$$

$$\text{在 } \triangle EQM \text{ 和 } \triangle NPM \text{ 中, } \begin{cases} \angle N = \angle QEN \\ \angle PMN = \angle QME \\ PN = EQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EQM \cong \triangle NPM,$$

$$\therefore PM = QM. \quad \dots\dots\dots 8 '$$



(3)  $2\sqrt{3}$ 或 $4\sqrt{3}$  ..... 12 ' (挑对的, 对一个 2 分, 共 4 分)