

北京四中2021~2022学年第二学期初三数学练习（4月）

班级_____学号_____姓名_____

学生须知	<p>1. 共 8 页，共 28 道小题，满分 100 分.</p> <p>2. 在练习卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号.</p> <p>3. 答案一律填写在答题纸上，在练习卷上作答无效.</p>
------	--

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 有人说 2021 年 12 月 2 日是世界完全对称日.事实上，世界完全对称日更严谨的叫法是“回文日”.将年月日表示为 YYYYMMDD 的形式，如果倒过来写成 DDMMYYYY，和原先的数相同，则称该日期为回文日期.将 2021 年的回文日用下图表示，则该图形为（ ）.

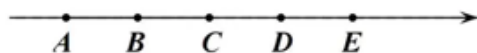
20211202

- A.既是轴对称图形，又是中心对称图形 B.是轴对称图形，不是中心对称图形
C.是中心对称图形，不是轴对称图形 D.既不是轴对称图形，又不是中心对称图形
2. 芝麻被称为“八谷之冠”，是世界上最古老的油料作物之一，它作为食物和药物，得到广泛的使用.经测算，一粒芝麻的质量约为 0.00000201kg，将 0.00000201 用科学记数法表示为（ ）.

A. 2.01×10^{-8} B. 0.201×10^{-7} C. 2.01×10^{-6} D. 20.1×10^{-5}

3. 如图，A,B,C,D 是数轴上四个点，A 点表示数为 10，E 点表示的数为

10^{100} ， $AB=BC=CD=DE$ ，则数 10^{99} 所对应的点在线段（ ）上.



A. AB B. BC C. CD D. DE

4. 从图 1 的正方体上截去一个三棱锥，得到一个几何体，如图 2. 从正面看图 2 的几何体，得到的平面图形是（ ）.

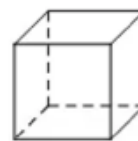


图 1



图 2



A B C D

5. 如果 $a-b=2\sqrt{3}$ ，那么代数式 $(\frac{a^2+b^2}{2a}-b) \cdot \frac{a}{a-b}$ 的值为（ ）.

A. $4\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

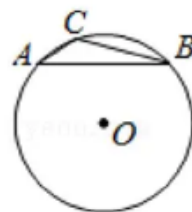
6. 现有下列命题：①若 $5^x = 25$ ，则 $5^{2x} = 50$ ；②若 $a > b$ ，则 $\frac{a}{c^2+1} > \frac{b}{c^2+1}$ ；

③若 $x^2 = y^2$ ，则 $x = y$ ，其中真命题有()个.

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

7. 如图， AB ， BC 和 AC 分别为 $\odot O$ 内接正方形，正六边形和正 n 边形的一边，则 n 是().

A. 六 B. 八 C. 十 D. 十二



8. 如图1，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的顶点为 P ，与 x 轴交于 A ， B 两点. 若 A ， B 两点间的距离为 m ， n 是 m 的函数，且表示 n 与 m 的函数关系的图象大致如图2所示，则 n 可能为().

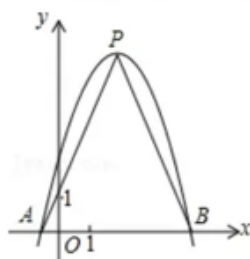


图1

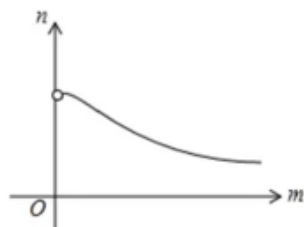


图2

A. $PA + AB$ B. $PA - AB$ C. $\frac{AB}{PA}$ D. $\frac{PA}{AB}$

二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

9. 若代数式 $\frac{2}{\sqrt{2x-6}}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 如果实数 m ， n 满足方程组 $\begin{cases} 2m-n=1 \\ m+n=2 \end{cases}$ ，那么 $(m-2n)^{2021} = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 与 $\sqrt{14} - 2$ 最接近的自然数是_____.

12. 一个不透明的盒子中放入四张卡片，每张卡片上都写有一个数字，分别是 -2 ， -1 ， 0 ， 1 . 卡片除数字不同外其它均相同，从中随机抽取两张卡片，抽取的两张卡片上数字之积为 0 的概率是_____.

13. 在平面直角坐标系中，已知点 $A(4,0)$ ， $B(-6,0)$ ，点 C 是 y 轴上的一个动点，当 $\angle BCA = 45^\circ$ 时，点 C 的坐标为_____.

14. 若二次函数 $y = mx^2 + (m-3)x + 1$ 的图象与 x 轴的交点至少有一个在原点的右侧，则 m 的取值范围是_____.

15. 为了传承中华文化，激发学生的爱国情怀，提高学生的文学素养，某学校初一（9）班举办了“古诗词”大赛，现有小恩、小地、小奕三位同学进入了最后冠军的角逐，决赛共分为六轮，规定：每轮分别决出第1，2，3名（没有并列），对应名次的得分都分别为 a, b, c ($a > b > c$ 且 a, b, c 均为正整数). 选手最后得分为各轮得分之和，得分最高者为冠军. 如表是三位选手在每轮比赛中的部分得分情况，根据题中所给信息，小奕同学第三轮的得分为_____分.

	第一轮	第二轮	第三轮	第四轮	第五轮	第六轮	最后得分
小恩	a			a			27
小地		a			b	c	11
小奕		c		b			10

16. 已知 n 行 n 列 ($n \geq 2$) 的数表 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ 中，对任意的 $i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, n$ ，都有 $a_{ij}=0$ 或 1.

若当 $a_{st}=0$ 时，总有 $(a_{1t} + a_{2t} + \cdots + a_{nt}) + (a_{s1} + a_{s2} + \cdots + a_{sn}) \geq n$ ，则称数表 A 为典型表，此时记表 A 中所有 a_{ij} 的和记为 S_n .

(1) 若数表 $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ，其中典型表是_____；

(2) S_5 的最小值为_____.

- 三. 解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21-22 题，每题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

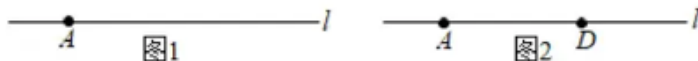
17. 计算： $|1 - \sqrt{3}| + \sqrt{18} - 2 \tan 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

18. 解不等式组： $\begin{cases} 8(x-1) > 5x-17 \\ x-6 \leq \frac{x-10}{2} \end{cases}$ ，并将其解集在数轴上表示出来.

19. 下面是小明设计的“作一个直角三角形，使得其一个内角为 30° ”的尺规作图过程.

已知：直线 l 及直线 l 上一点 A ，如图 1.

求作： $\triangle ABC$ ，使得 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$.



作法：如图 2.

- ①在直线 l 上取点 D ;
- ②分别以点 A ， D 为圆心， AD 长为半径画弧，两弧交于点 B ， E (B 在 E 的上方);
- ③作直线 BE ，交直线 l 于点 C ;
- ④连接 AB .

$\triangle ABC$ 就是所求作的三角形.

根据小明设计的尺规作图过程.

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明:

证明：连接 BD ， EA ， ED .

$$\because BA = BD = AD,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形.

$$\therefore \angle BAD = 60^\circ.$$

$$\because BA = BD = EA = \underline{\hspace{1cm}},$$

\therefore 四边形 $AEDB$ 是菱形.

$\therefore BE \perp AD$ () (填推理的依据).

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

$\therefore \angle ABC + \angle BAD = 90^\circ$ () (填推理的依据).

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ.$$

20. 已知 $3x^2 - 2x + 1 = 0$ ，求代数式 $(x - 3)^2 + 2x(2 + x) - 7$ 的值.

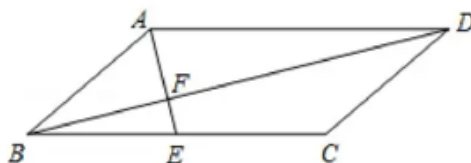
21. 某单位党支部在“精准扶贫”活动中，给结对帮扶的贫困家庭赠送甲、乙两种树苗. 已知每棵乙种树苗的价格比甲种树苗的价格贵 10 元，用 480 元购买乙种树苗的棵数恰好与用 360 元购买甲种树苗的棵数相同，求甲、乙两种树苗每棵的价格.

22. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 为 BC 的中点， AE 与对角线 BD 交于点 F 。

(1) 求证： $DF = 2BF$ ；

(2) 当 $\angle AFB = 90^\circ$ 且 $\tan \angle ABD = \frac{1}{2}$

时，若 $CD = \sqrt{5}$ ，求 AD 长。



23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象

经过点 $A(-1, 6)$ ，直线 $y = mx - 2$ 与 x 轴交于点 $B(-1, 0)$ 。

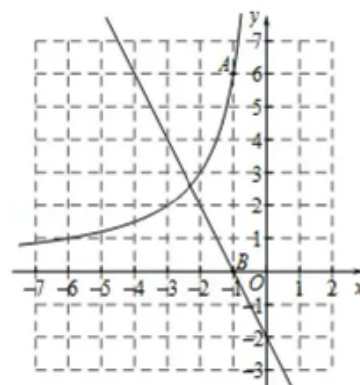
(1) 求 k ， m 的值；

(2) 过第二象限的点 $P(n, -2n)$ 作平行于 x 轴的直线，交直线

$y = mx - 2$ 于点 C ，交函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象于点 D 。

① 当 $n = -1$ 时，判断线段 PD 与 PC 的数量关系，并说明理由；

② 若 $PD \geq 2PC$ ，结合函数的图象，直接写出 n 的取值范围。

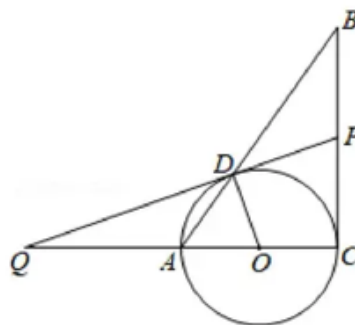


24. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D ，点 Q 为

CA 延长线上一点，延长 QD 交 BC 于点 P ，连接 OD ， $\angle ADQ = \frac{1}{2} \angle DOQ$ 。

(1) 求证： PD 是 $\odot O$ 的切线；

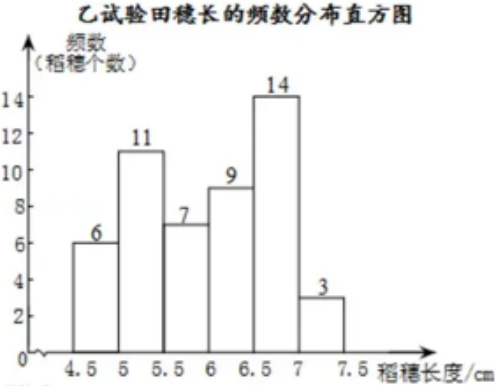
(2) 若 $AQ = AC$ ， $AD = 2$ 时，求 BP 的长。



25. 某农科所甲、乙试验田各有水稻 3 万个，为了考察水稻穗长的情况，于同一天在这两块试验田里分别随机抽取了 50 个稻穗进行测量，获得了它们的长度 x （单位: cm ），并对数据（穗长）进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息.

- a. 甲试验田穗长的频数分布统计表如表 1 所示（不完整）：
 b. 乙试验田穗长的频数分布直方图如图 1 所示：

分组/ cm	频数	频率
$4.5 \leq x < 5$	4	0.08
$5 \leq x < 5.5$	9	0.18
$5.5 \leq x < 6$		n
$6 \leq x < 6.5$	11	0.22
$6.5 \leq x < 7$	m	0.20
$7 \leq x < 7.5$	2	
合计	50	1.00



甲试验田穗长频数分布表(表 1)

c. 乙试验田穗长在 $6 \leq x < 6.5$ 这一组的是：6.3，6.4，6.3，6.3，6.2，6.2，6.1，6.2，6.4

d. 甲、乙试验田穗长的平均数、中位数、众数、方差如下（表 2）：

试验田	平均数	中位数	众数	方差
甲	5.924	5.8	5.8	0.454
乙	5.924	w	6.5	0.608

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 表 1 中 m 的值为 ____， n 的值为 ____；
- (2) 表 2 中 w 的值为 ____；
- (3) 在此次考察中，穗长为 $5.9cm$ 的稻穗，穗长排名（从长到短排序）更靠前的试验田是 ____；稻穗生长（长度）较稳定的试验田是 ____；(填选项“A”，“B”，“C”)
 A. 甲 B. 乙 C. 无法推断
- (4) 若穗长在 $5.5 \leq x < 7$ 范围内的稻穗为“良好”，请估计甲试验田所有“良好”的水稻约为 ____ 个.

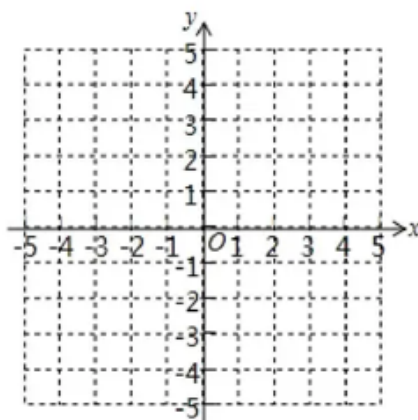
26. 在平面直角坐标系中，将函数 $y = x^2 - 2mx + m$ ($x \leq 2m$, m 为常数) 的图象

记为 G ，图象 G 的最低点为 $P(x_0, y_0)$.

(1) 当 $y_0 = -1$ 时，求 m 的值.

(2) 求 y_0 的最大值.

(3) 点 A 在图象 G 上，且点 A 的横坐标为 $2m-2$ ，点 A 关于 y 轴的对称点为点 B ，当点 A 不在坐标轴上时，以点 A 、 B 为顶点构造矩形 $ABCD$ ，使点 C 、 D 落在 x 轴上，当图象 G 在矩形 $ABCD$ 内的部分所对应的函数值 y 随 x 的增大而减小时，直接写出 m 的取值范围.

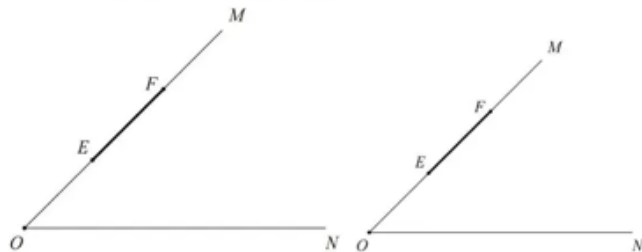


27. 如图，已知 $\angle MON = 45^\circ$ ， EF 为射线 OM 上一长度为定值的动线段（点 E 不与点 O 重合）， EF 的垂直平分线交射线 ON 于点 A ，交射线 OM 于点 D ，连接 AF ，过点 E 作 AF 的垂线，垂足为 B ，延长 BE 交 ON 的反向延长线于点 C .

(1) 依题意补全图形，证明 $EC = AF$ ；

(2) 用等式表示线段 OC ， OA 和 OF 的关系，并证明；

(3) 若 $EF = 4$ ，作 $\angle DBG = 45^\circ$ ， G 在射线 ON 上. 在线段 EF 的运动过程中，判断 $GB - GO$ 是否为定值，若是，直接写出该定值并证明，若不是，请说明理由.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(a,b)$ 和实数 $k(k>0)$ ，给出如下定义：

当 $ka+b>0$ 时，将以点 P 为圆心， $ka+b$ 为半径的圆，称为点 P 的 k 倍相关圆．例如，在如图 1 中，点 $P(1,1)$ 的 1 倍相关圆为以点 P 为圆心，2 为半径的圆．

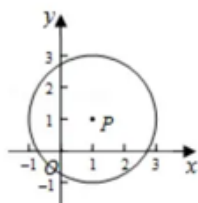


图1

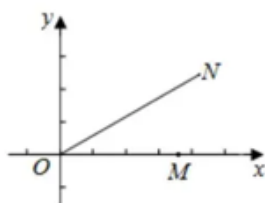


图2

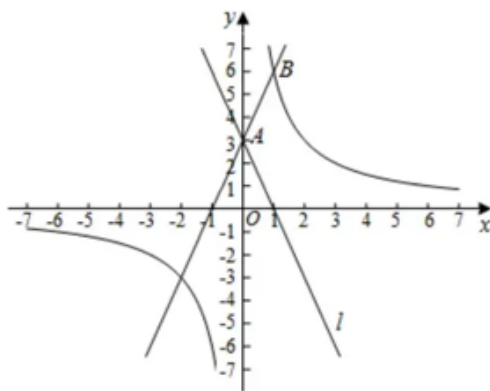


图3

(1) 在点 $P_1(2,1)$ ， $P_2(1,-3)$ 中，存在 1 倍相关圆的点是____，该点的 1 倍相关圆半径为_____.

(2) 如图 2，若 M 是 x 轴正半轴上的动点，点 N 在第一象限内，且满足 $\angle MON = 30^\circ$ ，判断直线 ON 与点 M 的 $\frac{1}{2}$ 倍相关圆的位置关系，并证明．

(3) 如图 3，已知点 $A(0,3)$ ， $B(1,m)$ ，反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象经过点 B ，直线 l 与直线 AB 关于 y 轴对称．

①若点 C 在直线 l 上，则点 C 的 3 倍相关圆的半径为_____.

②点 D 在直线 AB 上，点 D 的 $\frac{1}{3}$ 倍相关圆的半径为 R ，若点 D 在运动过程中，

以点 D 为圆心， hR 为半径的圆与反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象最多有两个公共点，直接写出 h 的最大值．