

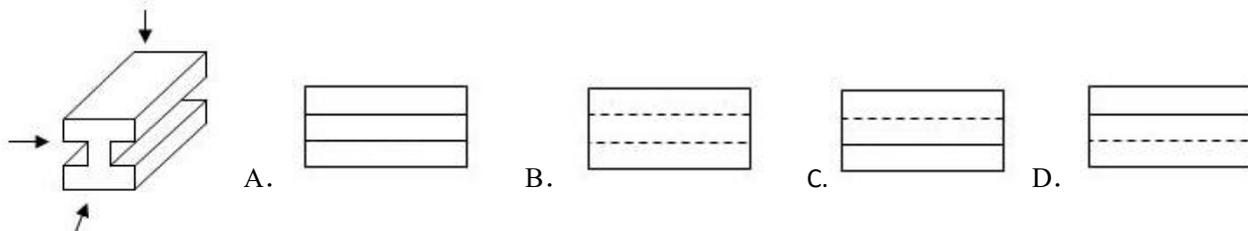
山东省济南市历城 2021-2022 学年九年级下学期 4 月测试数学试题

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1. -15 的倒数为（ ）

- A. 15 B. -15 C. $\frac{1}{15}$ D. $-\frac{1}{15}$

2. 如图的一个几何体，其左视图是（ ）

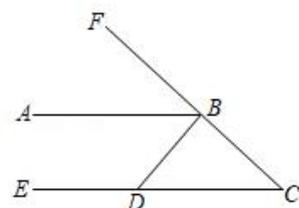


3. 为庆祝建党 100 周年，各旅游景区节庆氛围浓厚，某景区同步设置的“我为祖国点赞”装置共收集约 639000 个“赞”，这个数字用科学记数法可表示为（ ）

- A. 6.39×10^6 B. 0.639×10^6 C. 0.639×10^5 D. 6.39×10^5

4. 如图， $AB \parallel CD$ ， $BD \perp CF$ ，垂足为 B ， $\angle BDC = 55^\circ$ ，则 $\angle ABF$ 的度数为（ ）

- A. 55° B. 45°
C. 35° D. 25°



第 4 题图

5. 下列图形中既是轴对称是中心对称图形的是（ ）



6. 实数 a ， b 在数轴上的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



- A. $a > b$ B. $-a < b$ C. $|a| > |b|$ D. $a + b > 0$

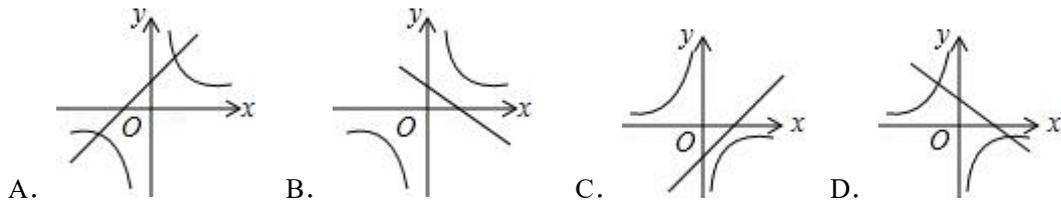
7. 计算 $\frac{a^2}{a-1} - \frac{2a-1}{a-1}$ 的结果是（ ）

- A. $a+1$ B. $a-1$ C. $a-2$ D. $-a-2$

8. 将分别标有“中”“国”“加”“油”汉字的四个小球装在一个不透明的口袋中，这些球除汉字外无其他差别，每次摸球前先搅拌均匀随机摸出一球，不放入；再随机摸出一球．两次摸出的球上的汉字能组成“加油”的概率是（ ）

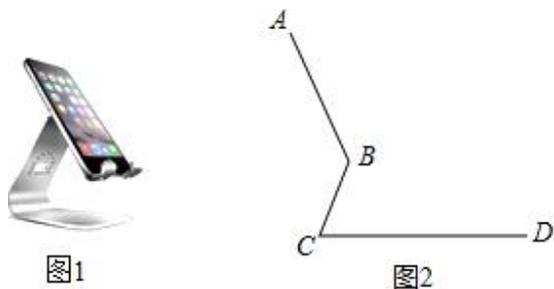
- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

9. 函数 $y=ax-a$ 与 $y=\frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 在同一平面直角坐标系中的图象可能是 ()



10. 图 1 是一款平板电脑文架, 由托板、支撑板和底座构成. 工作时, 可将平板电脑吸附在托板上, 底座放置在桌面上. 图 2 是其侧面结构示意图, 已知托板 AB 长 200mm , 支撑板 CB 长 80mm , 当 $\angle ABC=130^\circ$, $\angle BCD=70^\circ$ 时, 则托板顶点 A 到底座 CD 所在平面的距离为 () (结果精确到 1mm).

(参考数据: $\sin 70^\circ \approx 0.94$, $\cos 70^\circ \approx 0.34$, $\tan 70^\circ \approx 2.75$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$).



- A. 246mm B. 247mm C. 248mm D. 249mm

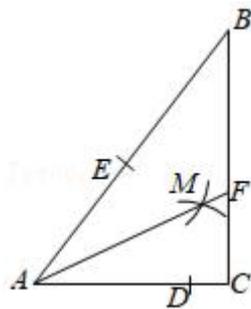
11. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$, $BC=8$, 按下列步骤作图:

步骤 1: 以点 A 为圆心, 小于 AC 的长为半径作弧分别交 AC 、 AB 于点 D 、 E .

步骤 2: 分别以点 D 、 E 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧, 两弧交于点 M .

步骤 3: 作射线 AM 交 BC 于点 F . 则 AF 的长为 ()

- A. $3\sqrt{5}$ B. 6
C. $4\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{2}$



第 11 题图

12. 在平面直角坐标系中, 若点 P 的横坐标和纵坐标相等, 则称点 P 为完美点. 已知二次函数 $y=ax^2+6x-\frac{25}{4}$ ($a \neq 0$) 的图象上有且只有一个完美点, 且当 $0 \leq x \leq m$ 时, 二次函数 $y=ax^2+6x-5$

($a \neq 0$) 的最小值为 -5 , 最大值为 4 , 则 m 的取值范围是 ()

- A. $1 \leq m \leq 3$ B. $3 \leq m \leq 5$ C. $3 \leq m \leq 6$ D. $m \geq 3$

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.)

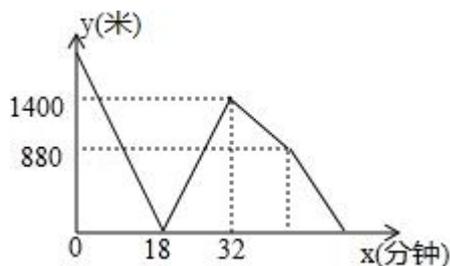
13. 因式分解: $m^2n - 6mn + 9n = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 在一个不透明的盒子中装有红、白两种除颜色外完全相同的球, 其中有 a 个白球和 3 个红球, 若每次将球充分搅匀后, 任意摸出 1 个球记下颜色再放回盒子. 通过大量重复试验后, 发现摸到红球的频率稳定在 20% 左右, 则 a 的值约为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

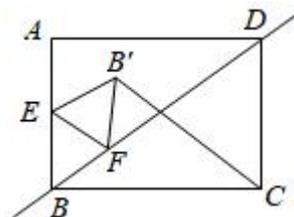
15. 若某个正多边形的每一个外角都等于其相邻内角的 $\frac{1}{3}$, 则这个正多边形的边数是_____.

16. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - kx - 6 = 0$ 的一个根是 2, 则它的另一个根为 _____.

17. 甲乙两人分别从 A 、 B 两地相向而行, 甲先走 3 分钟后乙才开始行走, 甲到达 B 地后立即停止, 乙到达 A 地后立即以另一速度返回 B 地. 在整个行驶的过程中, 两人保持各自的速度匀速行走, 甲、乙两人之间的距离 y (米) 与乙出发的时间 x (分钟) 的函数关系如图所示. 当甲到达 B 地时, 则乙距离 B 地的时间还需要_____分钟.



第 17 题图



第 18 题图

18. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4\sqrt{2}$, $AD = 8$, 点 E 是 AB 的中点, 点 F 是直线 BD 上的一动点, 将 $\triangle BEF$ 沿 EF 所在直线翻折, 得到 $\triangle B'EF$, 则 $B'C$ 长的最小值是 _____.

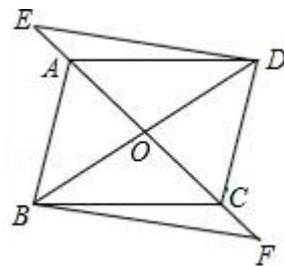
三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共 78 分. 请写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本题满分 6 分) 计算: $|1 - \sqrt{3}| + \tan 60^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (\pi - 2020)^0 - \sqrt{12}$

20. (本题满分 6 分) 解不等式组 $\begin{cases} x - 3(x - 2) \geq 4 \\ \frac{1 + 2x}{3} > x - 1 \end{cases}$, 并写出不等式组的非负整数解.

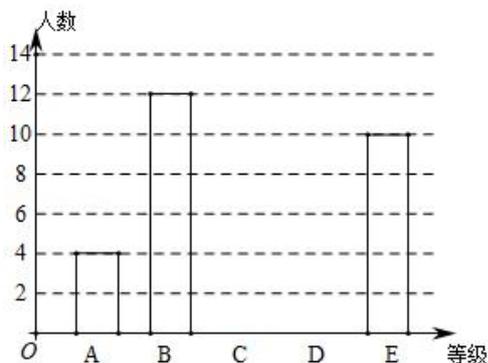
21. (本题满分 6 分)

如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 点 E, F 分别在 CA 和 AC 的延长线上, 且 $AE=CF$, 连接 DE, BF . 求证: $DE=BF$.



22. (本小题满分 8 分)

某学校九年级共 400 名学生, 为了解该年级学生的视力情况, 从中随机抽取 40 名学生的视力数据作为样本, 根据数据绘制了如图的表格和统计图:



等级	视力 (x)	频数	频率
A	$x < 4.2$	4	0.1
B	$4.2 \leq x \leq 4.4$	12	0.3
C	$4.5 \leq x \leq 4.7$	a	
D	$4.8 \leq x \leq 5.0$		b
E	$5.1 \leq x \leq 5.3$	10	0.25
合计		40	1

其中等级 C, D 的相关数据如下: 4.6, 5.0, 4.5, 4.9, 4.5, 4.9, 5.0, 4.8, 4.6, 4.9, 4.5, 4.5, 5.0, 5.0. 根据上面提供的信息, 回答下列问题:

(1) 统计表中的 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 等级 C 中数据的众数是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 中位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

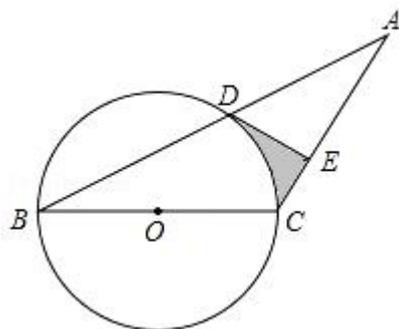
(3) 请补全条形统计图;

(4) 若视力不低于 4.5 为“良好”, 根据抽样调查结果, 请估计该校九年级学生视力为“良好”的有多少人?

23. (本小题满分 8 分)

如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle A=30^\circ$, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 与底边 AB 交于点 D , 过 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为 E .

- (1) 证明: DE 为 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $BC=8$, 求阴影部分的面积.



24. (本题满分 10 分)

为迎接“五一”国际劳动节, 某商场计划购进甲、乙两种品牌的 T 恤衫共 100 件, 已知乙品牌每件的进价比甲品牌每件的进价贵 30 元, 且用 120 元购买甲品牌的件数恰好是购买乙品牌件数的 2 倍.

- (1) 求甲、乙两种品牌每件的进价分别是多少元?
- (2) 商场决定甲品牌以每件 50 元出售, 乙品牌以每件 100 元出售. 为满足市场需求, 购进甲种品牌的数量不少于乙种品牌数量的 4 倍, 请你确定获利最大的进货方案, 并求出最大利润.

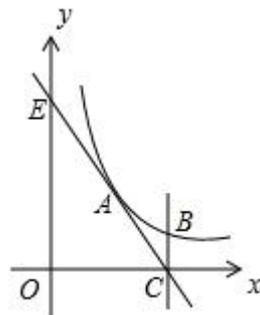
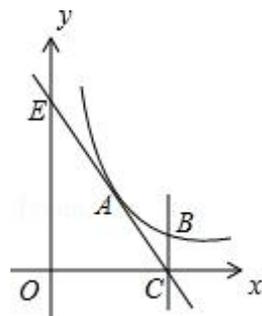
25. (本题满分 10 分)

如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 过点 $A(3, 4)$, 直线 AC 与 x 轴交于点 $C(6, 0)$, 交 y 轴于点 E , 过点 C 作 x 轴的垂线 BC 交反比例函数图象于点 B .

(1) 求 k 的值与 B 点的坐标;

(2) 将直线 EC 向右平移, 当点 E 正好落在反比例函数图象上的点 E' 时, 直线交 x 轴于点 F . 请判断点 B 是否在直线 $E'F$ 上并说明理由;

(3) 在平面内有点 M , 使得以 A 、 B 、 F 、 M 四点为顶点的四边形为平行四边形, 请直接写出符合条件的所有 M 点的坐标.



备用图

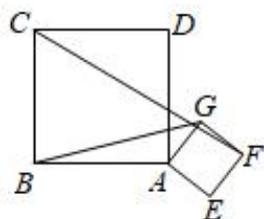
26. (本题满分 12 分)

已知正方形 $ABCD$ 与正方形 $AEFG$, 正方形 $AEFG$ 绕点 A 旋转一周.

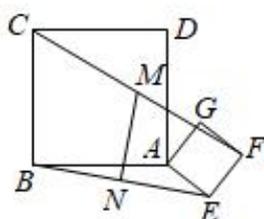
(1) 如图①, 连接 BG 、 CF , 求 $\frac{CF}{BG}$ 的值;

(2) 当正方形 $AEFG$ 旋转至图②位置时, 连接 CF 、 BE , 分别取 CF 、 BE 的中点 M 、 N , 连接 MN 、试探究: MN 与 BE 的关系, 并说明理由;

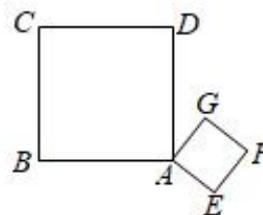
(3) 连接 BE 、 BF , 分别取 BE 、 BF 的中点 N 、 Q , 连接 QN , $AE=6$, 请直接写出线段 QN 扫过的面积.



图①



图②



备用图

27. (本题满分 12 分)

如图，抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 过 $A(-2, 0)$ 、 $B(6, 0)$ 两点，交 y 轴于点 C ，对称轴交 x 轴于点 E ，点 D 是其顶点。

(1) 求抛物线的函数表达式及顶点 D 的坐标；

(2) 点 F 为线段 DE (含端点) 上一动点，连接 CF ，作 $FH \perp CF$ 交 x 轴于点 H ，设点 H 的横坐标为 h ，求 h 的取值范围；

(3) 在 (2) 的条件下，当 h 取最大值时，将直线 CH 向上平移 m 个单位长度 ($m \geq 0$) 得到直线 l ，当 $0 \leq x \leq 4m$ 时，若直线 l 与抛物线有两个交点，求 m 的取值范围。

