

北京市第一六六中学 2021-2022 学年度第二学期阶段性测试

初二年级 数学学科 (考试时长: 100 分钟)

班级: _____ 姓名: _____

一、单项选择题 (共 30 分, 每题 3 分)

1. 下列给出的式子是最简二次根式的是 ()

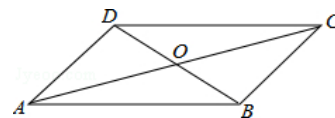
- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{24}$ D. $\sqrt{\frac{1}{a}} (a > 0)$

2. 要得到 $y=3x+1$ 的图象, 只需要 ()

- A. 把 $y=-3x$ 的图象向上平移 1 个单位 B. 把 $y=3x$ 的图象向上平移 1 个单位
C. 把 $y=-3x$ 的图象向下平移 1 个单位 D. 把 $y=3x$ 的图象向下平移 1 个单位

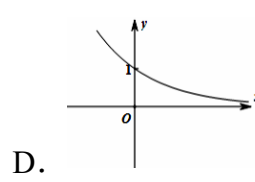
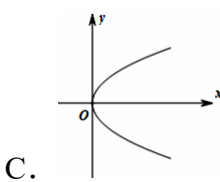
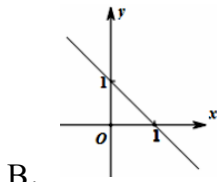
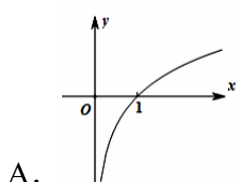
3. 如图, 已知 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AD=3$, $AB=6$, $BD=4$, 那么 BC 的长度为 ()

- A. 6 B. 5 C. 4



D. 3

4. 下列图形中, 不是函数图像的是 ()



5. 已知 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O . 要证明它是矩形, 只需要添加一个条件, 这个条件可以是 ()

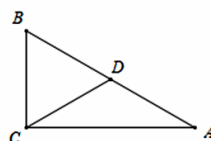
- A. $AC=BD$ B. $AC \perp BD$ C. $AB=BC$ D. $AB=CD$

6. 函数 $y=-x+1$ 经过的象限是 ()

- A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限
C. 第一、三、四象限 D. 第二、三、四象限

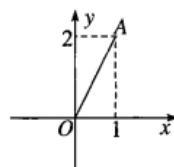
7. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 是 AB 中点, $AB=10$, 则 CD 的长为 ()

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10



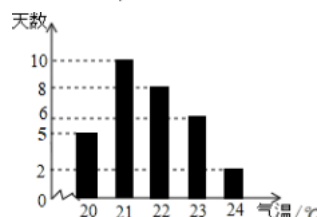
8. 如图, 已知点 A 的坐标为 $(1,2)$, 则线段 OA 的长为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 3

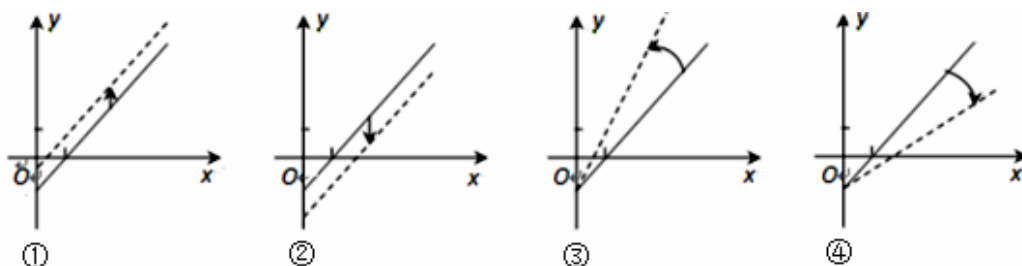


9. 某市 5 月份日平均气温统计如图所示, 这组数据的中位数和众数分别是 ()

- A. 21, 22 B. 22, 21 C. 21.5, 21 D. 21, 21.5



10. 一条公交线路的收支差额 y 与乘客量 x 的函数关系如图所示 (收支差额 = 车票收入 - 支出费用), 并且支出费用为一常量, 不随着乘客量的变化而变化。现在, 这条公交线路陷入了亏损。为了转亏为盈, 公司有关人员提出了两条建议, 建议(a): 不改变支出费用, 提高车票价格; 建议(b): 不改变车票价格, 减少支出费用。下面给出的四个图形中, 实线和虚线分别表示目前情况和建议后预期的函数关系, 则下列说法正确的是: ()



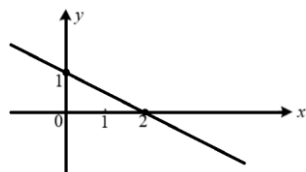
- A. ①反映了建议 (a), ③反映了建议 (b) B. ②反映了建议 (a), ④反映了建议 (b)
C. ③反映了建议 (a), ①反映了建议 (b) D. ④反映了建议 (a), ②反映了建议 (b)

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

11. 如果二次根式 $\sqrt{a-1}$ 有意义, 那么实数 a 的取值范围是_____.

12. 如果数据 a, b, c 的平均数是 4, 那么数据 $a+1, b+1, c+1$ 的平均数是_____.

13. 若一个一次函数的图象如图所示, 那么当 $x < 4$ 时, y 的取值范围是 _____.



14. 把图 1 中长和宽分别为 3 和 2 的两个全等矩形沿对角线分成四个全等的直角三角形, 将这四个全等的直角三角形拼成图 2 所示的正方形, 则图 2 中小正方形 $ABCD$ 的面积为_____.



图1

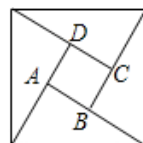


图2

15. 2021 年年末, 我国某市海关接到情报, 近海处有一可疑船只 A 正向公海方向行驶, 海关缉私局迅速派出快艇 B 追赶 (如图 1). 图 2 中 l_1 、 l_2 分别表示 A 、 B 相对于海岸的距离 s (海里) 与追赶时间 t (分) 之间的关系. 请问 15 分钟内 B 能否追上 A ? _____ (填“能”或者“不能”)

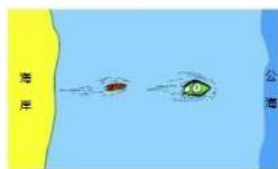


图1

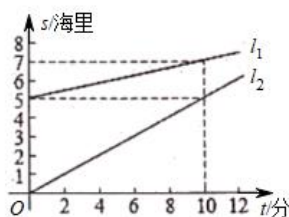


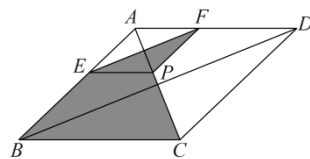
图2

16. 今年五月某中学举行一次防疫知识竞赛, 该校八年级 1 班、2 班各选派了 6 名学生参赛, 为了全面了解、比较两个班级的参赛学生的实力, 请你根据下表成绩对他们进行统计

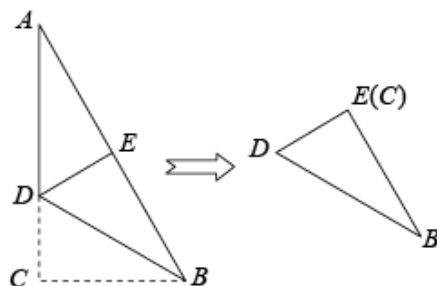
1 班	65	70	70	70	75	82
2 班	55	70	70	75	80	82

分析: 请问 $\overline{x_1}$ _____ $\overline{x_2}$, s_1^2 _____ s_2^2 (填“>”“=”或“<”)

17. 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $AC=2$, $BD=5$, P 是 AC 上一动点 (P 不与 A 、 C 重合), $PE \parallel BC$ 交 AB 于 E , $PF \parallel CD$ 交 AD 于 F , 则图中阴影部分的面积为_____.



18. 如图，在三角形纸片 ABC 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $AC=9$ ，将纸片沿过点 B 的直线折叠，使点 C 落在斜边上的点 E 处，折痕记为 BD ，剪去 $\triangle ADE$ 后得到双层 $\triangle BDE$ ，再沿着过 $\triangle BDE$ 某顶点的直线将双层三角形剪开，使得展开后的平面图形中有一个是平行四边形，则所得平行四边形的面积是_____.



三、解答题（共 54 分，第 19 题 7 分，20 题 4 分，21 题 5 分，22 题 4 分，23—26 题每题 5 分，27、28 每题 7 分）

19. 计算：（1） $\sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{48} \div \sqrt{6}$ （2） $\sqrt{\frac{1}{3}} + (\sqrt{3} + 1)^0 + (-\frac{1}{3})^{-1}$

20. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程
已知：直线 l 及直线 l 外一点 P .

P

_____ l

求作：直线 PQ ，使得 $PQ \parallel l$.

作法：如图，

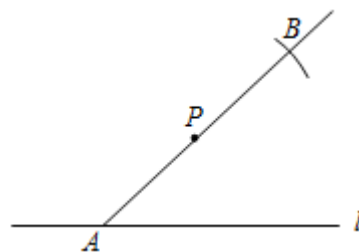
①在直线 l 上取一点 A ，作射线 AP ，以点 P 为圆心， PA 长为半径画弧，交 AP 的延长线于点 B ；

②以点 B 为圆心， BA 长为半径画弧，交 l 于点 C （不与点 A 重合），连接 BC ；

③以点 B 为圆心， BP 长为半径画弧，交 BC 于点 Q ；

④作直线 PQ .

所以直线 PQ 就是所求作的直线.



根据小东设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

(2) 完成下面的证明

证明：∵ $PB=PA$ ， $BC=$ _____， $BQ=PB$ ，

∴ $PB=PA=BQ=$ _____.

∴ $PQ \parallel l$ (_____) (填推理的依据) .

21. 已知一次函数图象过点 $(1, -1)$ 和 $(2, 1)$ ，与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B .

(1) 求此一次函数解析式.

(2) 对于此函数图象上任意两点 $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(x_2, y_2)$ ，当 $x_1 > x_2$ 时，都有 y_1 _____ y_2 ；

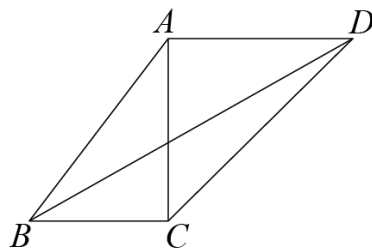
(3) 直接写出 $\triangle AOB$ 的面积；

22. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=10$ ，

$BC=6$ ， $AC=AD=8$.

(1) 求 $\angle ACB$ 的度数；

(2) 求 CD 的长.



23. 已知直线 $l_1: y = -x + 2$ ，与直线 $l_2: y = 4x - 3$ 交于 A 点.

(1) 列表并画出 l_1 的图象；

(2) 求 A 点的坐标；

(3) 若直线 l_1 与另一直线 $l_3: y = kx + b$ ($k > 0$) 也交于 A ，直接写出关于 x 的不等式 $kx + b \geq -x + 2$ 的解集.

24. 某校开展了党的知识网上答题竞赛. 现从该校八、九年级中各随机抽取 10 名学生的竞赛成绩 (百分制) 进行整理描述和分析, 成绩得分用 x 表示, 共分成四组: A 组 ($80 \leq x < 85$); B 组 ($85 \leq x < 90$); C 组 ($90 \leq x < 95$); D 组 ($95 \leq x \leq 100$).

下面给出了部分信息:

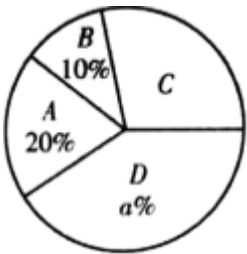
八年级 10 名学生的竞赛成绩是: 90, 81, 90, 86, 99, 95, 96, 100, 89, 84

九年级 10 名学生的竞赛成绩在 C 组中的数据是: 90, 94, 94

八、九年级抽取的学生竞赛成绩统计表

年级	八年级	九年级
平均数	91	91
中位数	90	b
众数	c	100
方差	52	50.4

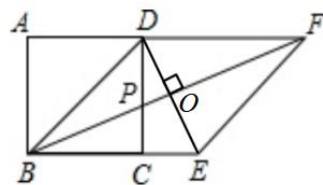
九年级抽取的学生竞赛成绩扇形统计图



根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 直接写出上述图表中 $a =$ _____; $b =$ _____; $c =$ _____.
- (2) 根据以上数据, 你认为该校八、九年级中哪个年级的学生掌握的相关知识较好? 请说明理由 (写出一条即可);
- (3) 该校八、九年级各 800 人参加了此次网上答题竞赛活动, 请估计参加竞赛活动成绩优秀 ($x \geq 90$) 的学生人数是多少?

25. 如图, 已知正方形 $ABCD$, 连接其对角线 BD . 在 BC 延长线上取一点 E , 使得 $BE=BD$, 连接 DE . 过 B 做 DE 的垂线, 交 DE 于点 O , 交 AD 延长线于点 F .



(1) 求证四边形 $BEFD$ 是菱形.

(2) 求 $\angle DPB$ 的度数.

26. 有这样一个问题: 探究函数 $y = \frac{|x-2|}{2}$ 的图象与性质. 一位同学根据学习函数的经验, 对函数 $y = \frac{|x-2|}{2}$ 的图象与性质进行了探究.

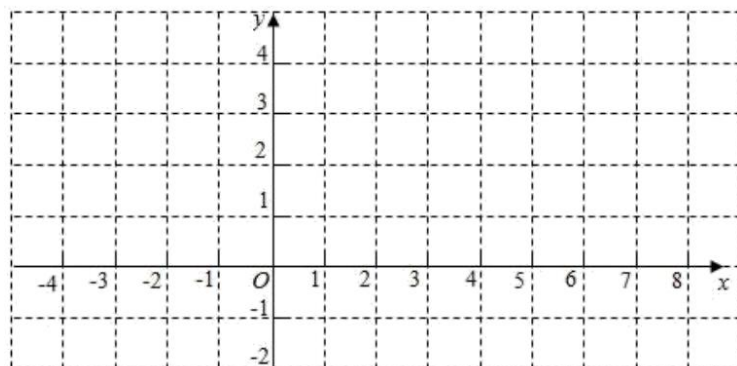
(1) 下面是这位同学的探究过程, 请补充完整:

①函数 $y = \frac{|x-2|}{2}$ 的自变量 x 的取值范围是_____;

②下表是 y 与 x 的几组对应值, 则 m 的值是_____;

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
y	...	2	1.5	1	0.5	0	0.5	m	1.5	2	2.5	3	...

③如图, 在平面直角坐标系中, 描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点, 并画出该函数的图象;

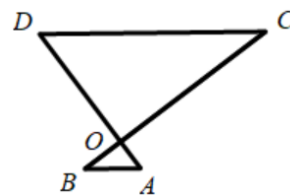


④观察此函数图象, 写出一个正确的函数性质或者函数图象性质: _____.

(2) 直接写出: 当 x _____ 时, $y \geq 2.5$

27. 我们可以通过构造平行四边形, 利用它的性质来解决其他几何问题.

例如: 如图, AD 、 BC 相交于点 O , $AB \parallel CD$, $BC=8$, $AD=6$, $AD \perp BC$, 求 $AB+CD$. 由于 $AB \parallel CD$, 要得到 $AB+CD$,

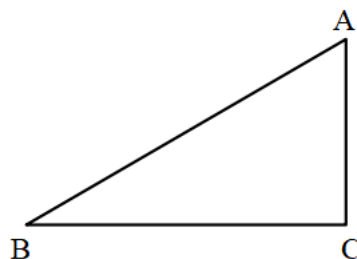


只需要将 AB 、 CD 其中一条线段平移至另一条线段所在直线, 构造平行四边形.

(1) 直接写出 $AB+CD=$ _____.

(2) 利用在上述案例中学到的知识, 解决以下问题:

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, D 、 E 分别为线段 BC 、 AC 上一点, $BD=AC$, $DC=AE$, BE 交 AD 于点 P .



①根据题意补全图形;

②直接写出 $\angle BPD$ 的度数;

③猜想 BE 与 AD 的数量关系, 并证明你的结论;

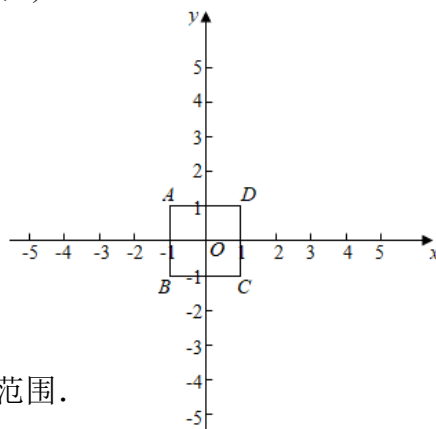
④若把题目中 D 、 E 位置改为在 CB 、 CA 延长线上, 其他条件不变, 直接写出此时 $\angle BPD$ 的度数.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于图形 M , N 给出如下定义: P 为图形 M 上任意一点, Q 为图形 N 上任意一点, 如果 P , Q 两点间的距离有最大值, 那么称这个最大值为图形 M 和 N 的“极大距离”, 记为 $d(M, N)$. 已知: 正方形 $ABCD$, 其中 $A(-1, 1)$, $B(-1, -1)$, $C(1, -1)$, $D(1, 1)$.

(1) 已知点 $p(0, t)$,

①若 $t=3$, 则 $d(\text{点 } P, \text{正方形 } ABCD) =$ _____;

②若 $d(\text{点 } P, \text{正方形 } ABCD) = 3$, 则 $t =$ _____.



(2) 已知点 $E(m, 3)$, $F(m+2, 3)$,

若 $5 < d(\text{线段 } EF, \text{正方形 } ABCD) < 2\sqrt{13}$, 求 m 的取值范围.

(3) 一次函数 $y=kx+3$ 的图象与 x 轴交于点 G , 与 y 轴交于点 H , 求 $d(\text{线段 } GH, \text{正方形 } ABCD)$ 的最小值, 并直接写出此时 k 的取值范围.