

2021—2022 学年度下学期期中

九年级学情调研测试题

数 学

注意事项:

1. 本试卷共 10 页, 满分 120 分, 考试时间 120 分钟。
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置。
3. 答案全部在答题卡上完成, 答在本试卷上无效。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷 选择题(共 30 分)

一、单选题(本大题共 10 小题, 每题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

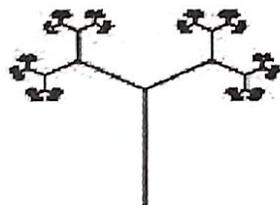
1. 在 0 , $-(-1)$, -5^2 , $(-\frac{1}{3})^2$, $-|-4|$, $-\frac{3^2}{4}$, a^2 中, 正数的个数为 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 数学世界中充满了许多美妙的几何图形, 等待着你去发现, 如图是张老师用几何画板画出的四个图形, 其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



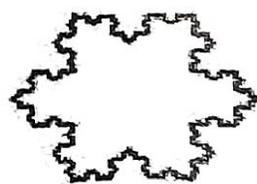
①勾股数



②分形树



③谢尔宾斯三角形



④雪花

A. ①勾股数

B. ②分形树

C. ③谢尔宾斯三角形

D. ④雪花

3. 通过计算几何图形的面积可表示代数恒等式, 图中可表示的代数恒等式是 ()

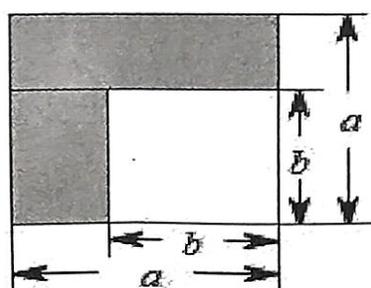


图1



图2

A. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

B. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

C. $2a(a+b) = 2a^2 + 2ab$

D. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

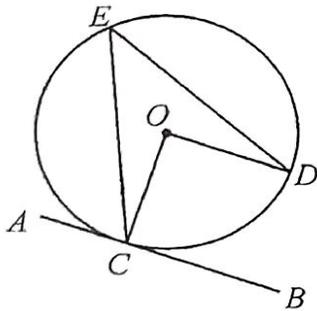
4. 全球棉花看中国，中国棉花看新疆。我国是世界最大棉花消费国、第二大棉花生产国。国家统计局数据显示，2020年新疆棉花总产量达516.1万吨，占全国棉花总产量87.3%，约占世界棉花产量20%以上。数据“516.1万吨”用科学记数法表示为（ ）

- A. 5.161×10^6 吨 B. 516.1×10^4 吨 C. 51.61×10^5 吨 D. 5161×10^3 元

5. 已知反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ ，则下列描述不正确的是（ ）

- A. 图象位于第二、第四象限 B. 图象必经过点(-3,1)
 C. 图象不可能与坐标轴相交 D. y 随 x 的增大而增大

6. 如图，直线 AB 是 $\odot O$ 的切线，点 C 为切点，OD // AB 交 $\odot O$ 于点 D，点 E 在 $\odot O$ 上，连接 OC, EC, ED，则 $\angle CED$ 的度数为（ ）



- A. 30° B. 35° C. 40° D. 45°

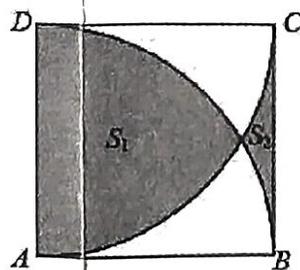
7. 小亮在网上销售笔记本。最近一周，每天销售某种笔记本的本数为：12, 13, 14, 15, 14, 16, 21。关于这组数据，小亮得出如下结果，其中错误的是（ ）

- A. 众数是 14 本 B. 平均数是 15 本
 C. 方差是 $\frac{44}{7}$ D. 中位数是 14 本

8. 《几何原本》是欧几里得的一部不朽之作，本书以公理和原始概念为基础，推演出更多的结论，这种做法为人们提供了一种研究问题的方法。这种方法所体现的数学思想是（ ）



8 题



9 题

A 数形结合思想 B 分类讨论思想 C 转化思想 D 公理化思想

9. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边 $AB=1$, \widehat{BD} 和 \widehat{AC} 都是以 1 为半径的圆弧, 阴影两部分的面积分别记为 S_1 和 S_2 , 则 $S_1 - S_2$ 等于 ()

- A. $\frac{\pi}{2}-1$ B. $1-\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}-1$ D. $1-\frac{\pi}{6}$

10. 已知抛物线 $y=x^2+kx-k^2$ 的对称轴在 y 轴右侧, 现将该抛物线先向右平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度后, 得到的抛物线正好经过坐标原点, 则 k 的值是 ()

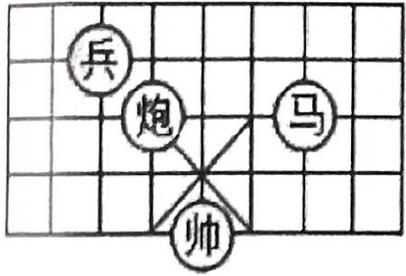
- A. -5 或 2 B. -5 C. 2 D. -2

第 II 卷 (非选择题)

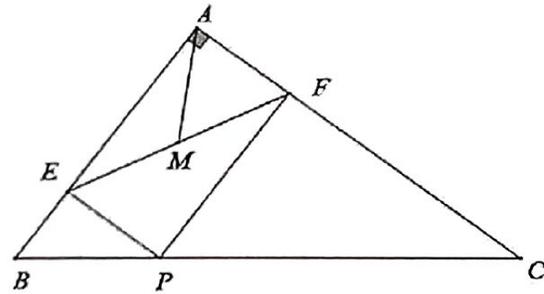
二、填空题 (本题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 计算 $2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{18}$ 的结果是_____.

12. 如图, 在象棋盘上建立平面直角坐标系, 使“马”位于点 $(2, 2)$, “炮”位于点 $(-1, 2)$, 则“兵”位于点_____.



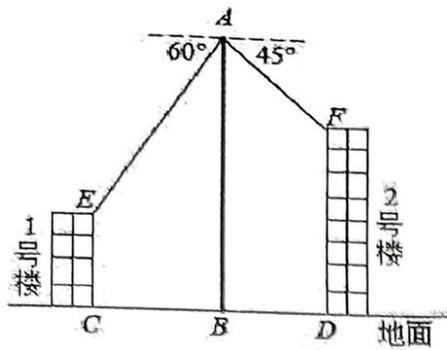
12 题



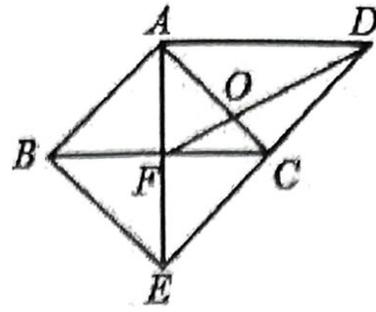
13 题

13. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=3$, $AC=4$, P 为边 BC 上一动点, $PE \perp AB$ 于 E , $PF \perp AC$ 于 F , M 为 EF 的中点, 则 AM 的最小值是_____.

14. 如图, 某兴趣小组用无人机进行航拍测高, 无人机从 1 号楼和 2 号楼的地面正中间 B 点垂直起飞到高度为 50 米的 A 处, 测得 1 号楼顶部 E 的俯角为 60° , 测得 2 号楼顶部 F 的俯角为 45° . 已知 1 号楼的高度为 20 米, 则 2 号楼的高度为_____米(结果保留根号).



14 题



15 题

15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，过点 A 作边 BC 的垂线 AF 交 DC 的延长线于点 E ，点 F 是垂足，连接 BE 、 DF ， DF 交 AC 于点 O 。则下列结论：① 四边形 $ABEC$ 是正方形；② $CO:BE = 1:3$ ；③ $DE = \sqrt{2}BC$ ；④ $S_{\text{四边形}OCEF} = S_{\triangle AOD}$ ，正确的是_____

三、解答题（本大题共 8 个小题，共记 75 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

16. （本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分）

(1) 计算： $|- \sqrt{2}| - 2\sin 45^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\tan 80^\circ - \frac{\pi}{2021}\right)^0 + \sqrt{8}$ ；

(2) 下面是小马虎解不等式 $\frac{x-3}{2} + 1 \geq \frac{2x+1}{3}$ 的过程如下，请认真阅读并完成

相应任务：

去分母得 $3(x-3)+6 \geq 2(2x+1)$ 第一步

去括号得 $3x-9+6 \geq 4x+2$ 第二步

移项得 $3x-4x \geq 2+9+6$ 第三步

合并同类项得 $-x \geq 17$ 第四步

系数化 1 得 $x \leq -17$ 第五步

任务一：以上求解过程中，去分母的依据是_____；

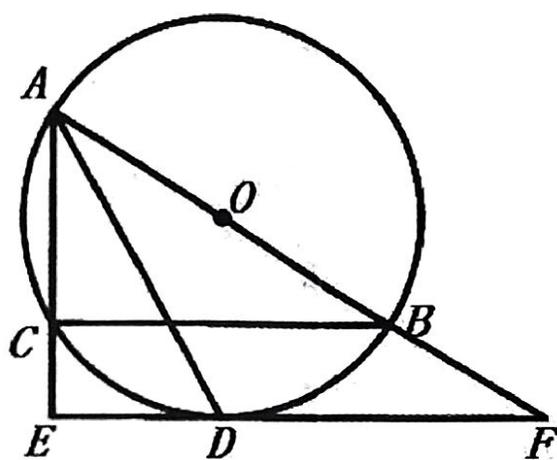
第_____步开始出现错误，这一步错误的原因是_____.

任务二：请直接写出该不等式的解集：_____；

任务三：请你根据平时的学习经验，就解不等式需要注意的事项给其他同学提一条建议。

17. (本题 7 分) 某市为创建全国文明城市，开展“美化绿化城市”活动，计划经过若干年使城区绿化总面积新增 360 万平方米. 自 2018 年初开始实施后，实际每年绿化面积是原计划的 1.5 倍，这样可提前 4 年完成任务. 实际每年绿化面积为多少万平方米？

18. (8 分) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AB 是直径， $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ，过点 D 作 $DE \perp AC$ ，分别交 AC ， AB 的延长线于点 E ， F 。



$$\begin{array}{r} 66 \\ +18 \\ \hline 84 \end{array}$$

(1) 求证： EF 是 $\odot O$ 的切线；

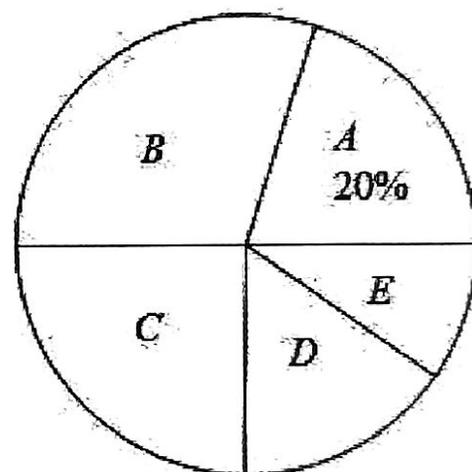
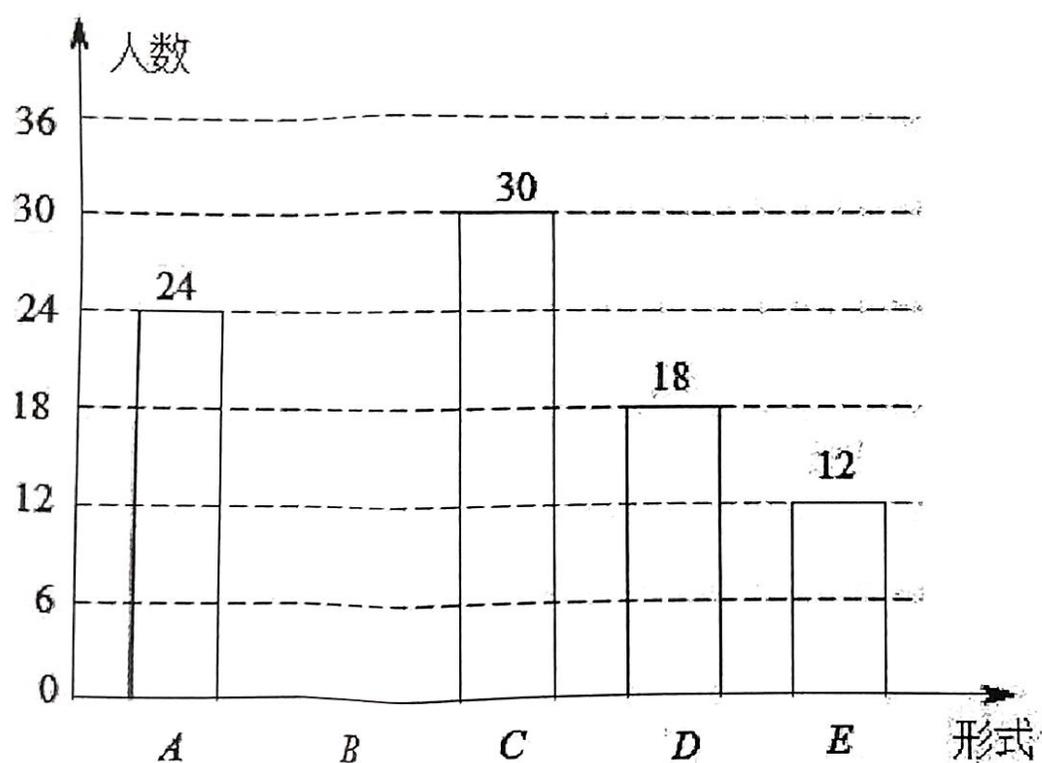
(2) 若 $AC = 2CE = 4$ ，求 \widehat{BD} 的长度 (结果保留 π)。

19. (本题 10 分) 今年是建党 100 周年，回望“雄关漫道真如铁”的过去，瞭望“乘风破浪会有时”的未来，党史学习教育是牢记初心使命、坚定理想信念、推进党的自我革命的必然要求. 教育局党委对教育系统的教师党员个人学习形式开展了问卷调查 (问卷调查表如图)，并将调查结果绘制成如图的条形统计图和扇形统计图 (均不完整) 请根据统计图中提供的信息，解答下列问题：

“个人学习党史形式问卷调查”

党员同志你好！我市教育系统召开了党史学习教育动员大会，请在表中选择一项你学习党史的形式 (每人只能选择一种方式)，在其空格内打“√”，非常感谢你的合作。

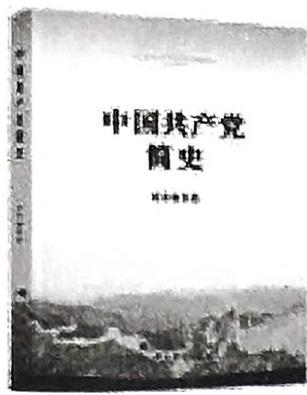
代码	形式	选择结果
A	阅读指定的党史学习用书并做讲座	
B	记党史学习笔记	
C	上党史学习网课并按时打卡	
D	阅读“学习强国”APP上有关内容累计积分	
E	整理有关网站学习资料并打印装订成册	



(1) 本次参与调查的总人数是多少人；扇形统计图中，扇形统计图 D 部分的圆心角是多少度；

(2) 若该市教育系统有 6000 名党员，如果对全市进行调查，请你估计选择学习形式 C 的人数为多少？

(3) 教育局党委规定，选择学习形式是 A 的党员要就规定书目中的两本内容进行讲座，并用随机抽取两本书的方式确定具体内容。工作人员将四本书分别编号为 1, 2, 3, 4，如图所示，将写有编号的卡片放在不透明的盒子中，王老师选择的学习形式是 A ，他从盒子中随机一次性抽出两张卡片，请用列表或画树状图的方法求他抽到两张卡片编号恰好是 1 和 2 的概率。



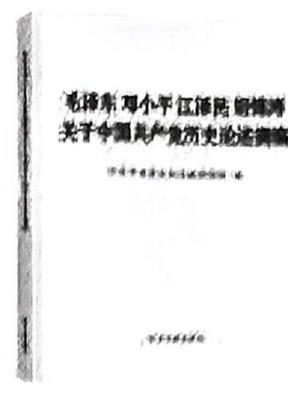
1



2

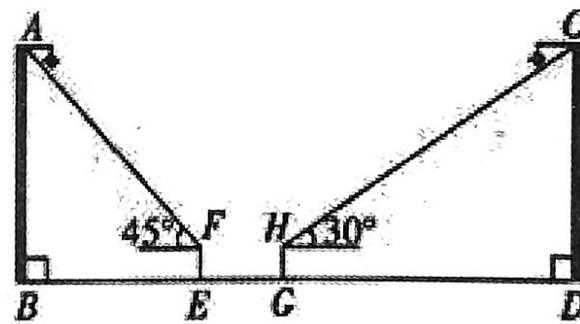
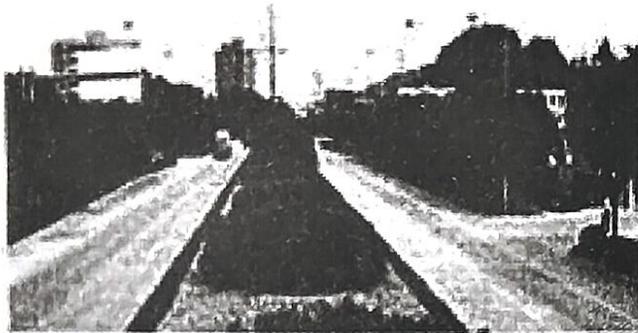


3



4

20. (本题 7 分) 某市在创建文明城市活动中, 对道路进行美化. 如图. 道路两旁分别有两个高度相同的路灯 AB 和 CD , 两个路灯之间的距离 BD 长为 24 米, 小明在点 E (B, E, D, G 在一条直线上) 处测得路灯 AB 顶部 A 点的仰角为 45° , 然后沿 BE 方向前进 8 米到达点 G 处, 测得路灯 CD 顶部的 C 点仰角为 30° . 已知小明的两个观测点 F, H 距离地面的高度 EF, GH 均为 1.6 米, 求路灯 AB 的高度. (精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73$)



21. (本题 8 分) 请阅读下面材料, 并完成相应的任务;

阿基米德折弦定理

阿基米德 (Archimedes, 公元前 287—公元前 212 年, 古希腊) 是有史以来最伟大的数学家之一, 他与牛顿、高斯并称为三大数学王子.



阿拉伯 Al-Biruni (973 年—1050 年) 的译文中保存了阿基米德折弦定理的内容, 苏联在 1964 年根据 Al-Biruni 译本出版了俄文版《阿基米德全集》,

第一题就是阿基米德的折弦定理.

阿基米德折弦定理: 如图 1, AB 和 BC 是 $\odot O$ 的两条弦 (即折线 ABC 是圆的一条折弦), $BC > AB$, M 是 \widehat{ABC} 的中点, 则从点 M 向 BC 所作垂线的垂足 D 是折弦 ABC 的中点, 即 $CD = AB + BD$.

这个定理有很多证明方法, 下面是运用“垂线法”证明 $CD = AB + BD$ 的部分证明过程.

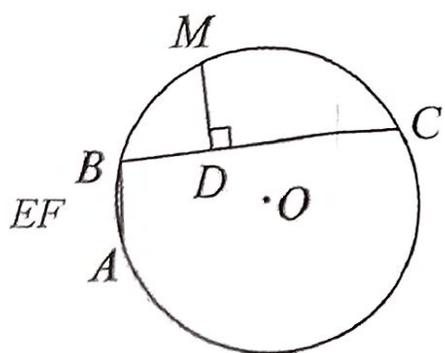


图1

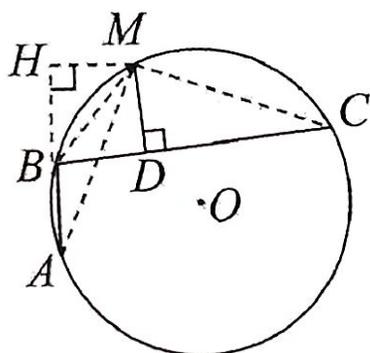


图2

证明: 如图 2, 过点 M 作 $MH \perp$ 射线 AB , 垂足为点 H , 连接 MA , MB , MC .

$\because M$ 是 \widehat{ABC} 的中点,

$\therefore MA = MC$.

...

任务:

(1) 请按照上面的证明思路, 写出该证明的剩余部分;

(2) 如图 3, 已知等边三角形 ABC 内接于 $\odot O$, D 为 \widehat{AC} 上一点, $\angle ABD = 15^\circ$,

$CE \perp BD$ 于点 E , $CE = 2$, 连接 AD , 则 $\triangle DAB$ 的周长是_____.

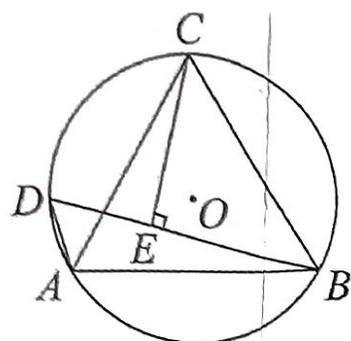


图3

22. (本题 12 分) 综合与实践

问题情境:

数学活动课上，同学们开展了以“矩形纸片折叠”为主题的探究活动（每个小组的矩形纸片规格相同），已知矩形纸片宽 $AD=6$ 。

动手实践：

(1) 如图 1，腾飞小组将矩形纸片 $ABCD$ 折叠，点 A 落在 DC 边上的点 A' 处，折痕为 DE ，连接 $A'E$ ，然后将纸片展平，得到四边形 $AEA'D$ 。试判断四边形 $AEA'D$ 的形状，并加以证明。

(2) 如图 2，永攀小组在矩形纸片 $ABCD$ 的边 BC 上取一点 F ，连接 DF ，使 $\angle CDF=30^\circ$ ，将 $\triangle CDF$ 沿线段 DF 折叠，使点 C 正好落在 AB 边上的点 G 处。连接 DG ， GF ，将纸片展平，

①求 $\triangle DFG$ 的面积；

②连接 CG ，线段 CG 与线段 DF 交于点 M ，则 $CG=$ _____。

深度探究：

(3) 如图 3，探究小组将图 1 的四边形 $AEA'D$ 剪下，在边 $A'D$ 上取一点 N ，使 $DN:A'N=1:2$ ，将 $\triangle AND$ 沿线段 AN 折叠得到 $\triangle AND'$ ，连接 $A'D'$ ，探究并直接写出 $A'D'$ 的长度。

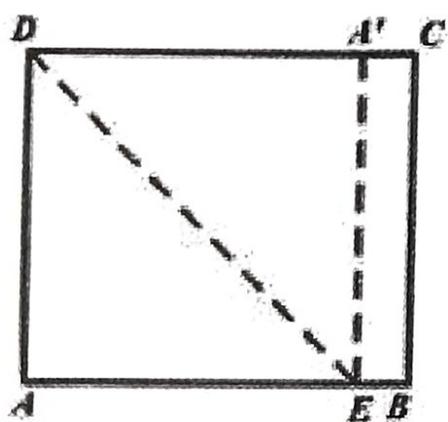


图 1

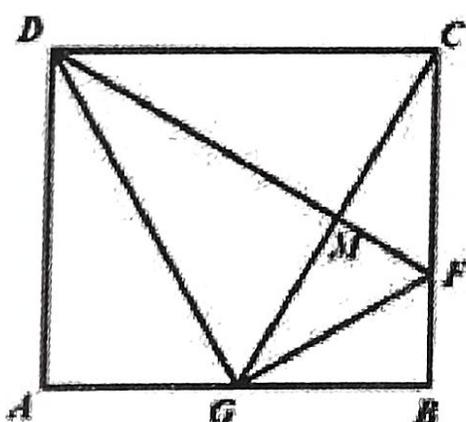


图 2

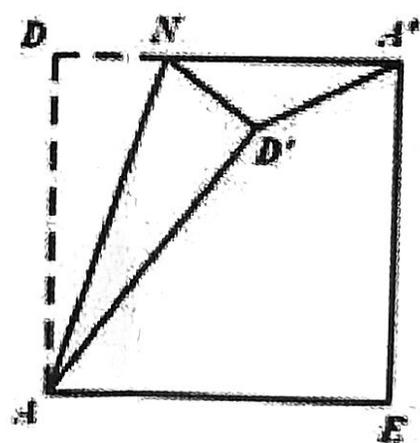
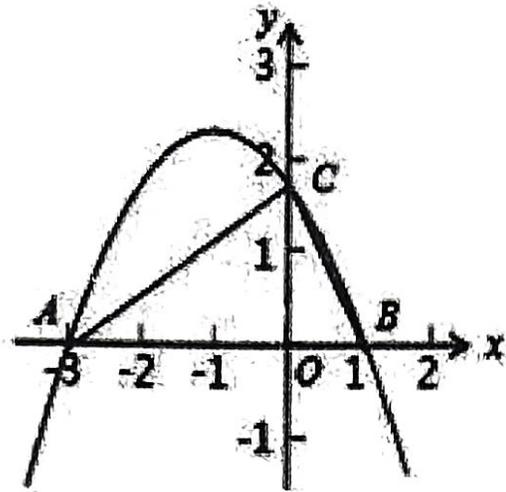
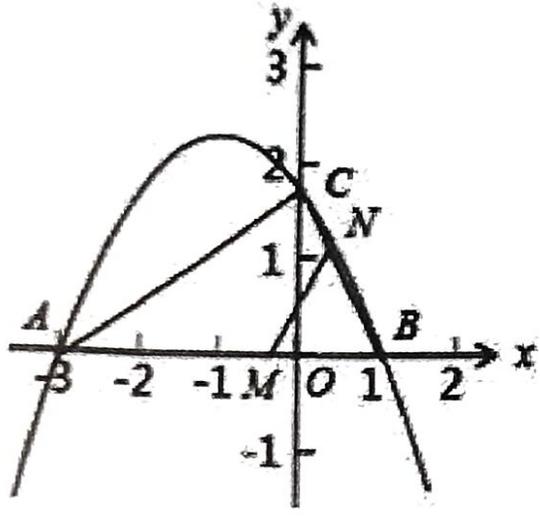


图 3

23. (本题 13 分) 如图，已知二次函数 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-3,0)$ ， $B(1,0)$ 两点，与 y 轴交于点 C 。



备用图

(1)求二次函数的解析式;

(2)动点 M, N 同时从 B 点出发, 均以每秒 2 个单位长度的速度分别沿 $\triangle ABC$ 的 BA, BC 边上运动, 设其运动的时间为 t 秒, 当其中一个点到达终点时, 另一个点也随之停止运动, 连接 MN , 将 $\triangle BMN$ 沿 MN 翻折, 若点 B 的对应点 B' 恰好落在抛物线上, 试求此时 t 的值及点 B' 的坐标;

(3)在(2)的条件下, Q 为 BN 的中点, 试探究坐标轴上是否存在点 P , 使得以 B, Q, P 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 如果存在, 请直接写出点 P 的坐标; 如果不存在, 试说明理由