

上海市进才实验中学 2021 学年第二学期中考适应性练习

数学学科

考生注意：

1. 练习时间 100 分钟：14:00-15:40.
2. 本试卷含三个大题,共 25 题.答题时,考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答,第一大题涂卡有效,在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外,其余各题如无特别说明,都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题（本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分）

1. 计算 $\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2$ 的结果是 (▲)

(A) $\frac{1}{49}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ (D) $\sqrt{\frac{1}{7}}$

2. 若 $am < an$, 且 $m < n$, 则 a 的取值应满足条件 (▲)

(A) $a > 0$ (B) $a \geq 0$ (C) $a = 0$ (D) $a < 0$

3. 函数 $y = \frac{3}{2x}$ 的图像上有两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 且 $x_1 < x_2$, 那么下列结论正确的是 (▲)

(A) $y_1 < y_2$ (B) $y_1 > y_2$ (C) $y_1 = y_2$ (D) y_1 与 y_2 之间的关系不能确定

4. 已知两组数据: 5、6、7 和 2、3、4 那么这两组数据的 (▲)

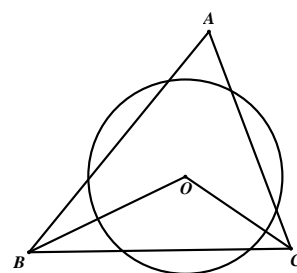
(A) 中位数不相等, 方差不相等 (B) 平均数相等, 方差不相等
(C) 中位数不相等, 平均数相等 (D) 平均数不相等, 方差相等

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 50^\circ$, $\odot O$ 截 $\triangle ABC$ 的三边所得的弦长相等, 则 $\angle BOC =$ (▲)

(A) 100° (B) 110° (C) 115° (D) 120° .

6. 下列命题错误的是 (▲)

(A) 一组对边相等且一条对角线平分另一条对角线的四边形不一定是平行四边形;
(B) 一组对角相等且这一组对角的顶点所连接的对角线平分另一条对角线的四边形不一定是平行四边形;
(C) 一组对角相等且这一组对角的顶点连接的对角线被另一条对角线平分的四边形不一定是平行四边形;
(D) 一组对边相等一组对角相等的四边形不一定是平行四边形.



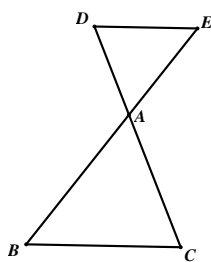
第 5 题图

二、填空题（本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分）

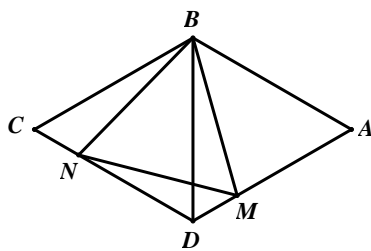
7. 计算: $(x-1)(x+3) =$ ▲.

8. 已知函数 $f(x) = \sqrt[3]{x}$, 则 $f(8)$ 的值是 ▲.

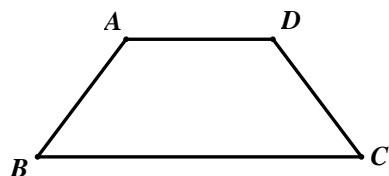
9. 方程 $\sqrt{3x+1} = 4$ 的根是 ▲ .
10. 已知一组数据 3, 4, 5, 6, a 的平均数是 5, 则这组数据的中位数是 ▲ .
11. 如果一元二次方程 $2x^2 - x + k = 0$ 无实数根, 那么 k 的取值范围是 ▲ .
12. 第七次全国人口普查, 国家统计局发布公报上海市常住人口为 24870895 人, 这个数用科学记数法表示为 ▲ . (结果保留 3 个有效数字)
13. 如果将直线 $y = 2x$ 平移, 使其经过点 $(0, -6)$, 那么平移后的直线表达式是 ▲ .
14. 布袋中装有 2 个红球和 5 个白球, 它们除颜色外其他都相同, 如果从布袋里随机摸出一个球, 那么所摸到的球恰好为红球的概率是 ▲ .
15. 如图, 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 CA 、 BA 的延长线上, $DE \parallel BC$. $DE : BC = 2 : 3$, 设 $\overrightarrow{CD} = \vec{a}$, 试用向量 \vec{a} 表示向量 \overrightarrow{DA} , $\overrightarrow{DA} =$ ▲ .
16. 在半径为 13cm 的圆内有两条互相平行的弦, 一条弦长为 24cm, 另一条弦长为 10cm, 则这两条弦之间的距离为 ▲ cm.
17. 如果菱形有一条对角线等于它的边长, 那么称此菱形为“完美菱形”. 如图, 已知“完美菱形” $ABCD$ 的边长为 4, BD 是它的较短对角线, 点 M 、 N 分别是边 AD , CD 上的两个动点, 且满足 $AM + CN = 4$, 设 $\triangle BMN$ 的面积为 S , 则 S 的取值范围是 ▲ .
18. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD = 5$, $\sin B = \frac{4}{5}$, 点 E 是腰 CD 上的一点且 $CD = 4DE$, 当 $\triangle ABE$ 是直角三角形时, 则边 AD 的长为 ▲ .



第 15 题图



第 17 题图



第 18 题图

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分) 计算: $|\sqrt{3} - 1| - 27^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-1} - (-2022)^0$

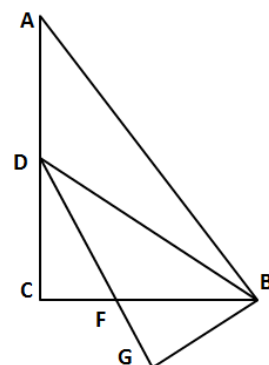
20. (本题满分 10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 + 5xy - 6y^2 = 0 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$$

21.(本题满分10分, 每小题各5分)

已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC=6$, $BC=4$, BD 是 AC 边中线, DG 平分 $\angle BDC$, 且 $BG \perp DG$ 于点 G , 交 BC 于点 F .

(1)求 $\angle ABD$ 的正弦值;

(2)求 BG 的长;



(第21题图)

22. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 7 分, 第 (2) 小题 3 分)

某商场为迎接端午节, 对销售粽子开展了一种促销活动. 规则如下: 如果顾客一次消费不超过一个定额 M , 那么就不优惠, 原价付款; 如果超过这个定额 M , 不超过部分不优惠, 但超过部分会进行优惠, 超过部分每元钱商品只需付 $\frac{M}{100}$ 元. 已知小李消费了 200 元, 实际

只支付了 176 元; 小张消费了 75 元, 实际支付了 75 元.

(1) 根据以上信息, 请确定 M 的值;

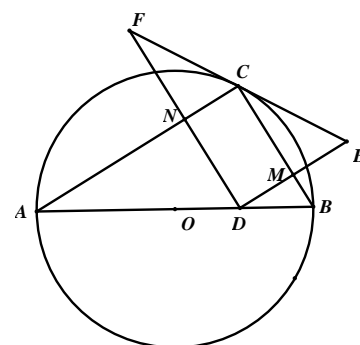
(2) 若小刘消费了 580 元, 那么他实际支付可以少多少钱?

23. (本题满分 12 分, 每小题各 6 分)

如图, $\triangle ABC$ 的边 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 点 D 是边 AB 上的一点, 点 E 和点 D 关于 BC 对称, DE 交边 BC 于点 M , 过点 D 作 DE 的垂线交 EC 的延长线于点 F , 线段 DF 交 AC 于点 N .

(1) 求证: 四边形 $CMDN$ 是矩形;

(2) 联结 CD , 当 $CD \perp AB$ 时, 求证: $EF \cdot CB = 2AB \cdot ME$.



第 23 题图

24. (本题满分 12 分, 每小题各 4 分)

如图 1, 将矩形 $OABC$ 置于平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(-4, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, m)(m > 0)$, 点 $D(-1, m)$ 在边 BC 上, 将 $\triangle ABD$ 沿 AD 折叠压平, 使点 B 落在坐标平面内, 设点 B 的对应点为点 E .

(1) 如图 2, 当 $m = 3$ 时, 抛物线过点 A 、 E 、 C , 求抛物线解析式.

(2) 如图 3, 随着 m 的变化, 点 E 正好落在 y 轴上, 求 $\angle BAD$ 的余切值.

(3) 若点 E 横坐标坐标为 1, 抛物线 $y = ax^2 + 2ax + 10$ ($a \neq 0$ 且 a 为常数) 的顶点落在 $\triangle ADE$ 的内部, 求 a 的取值范围.

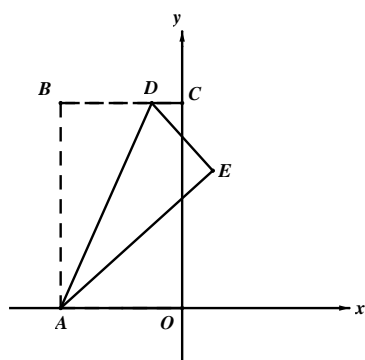


图 1

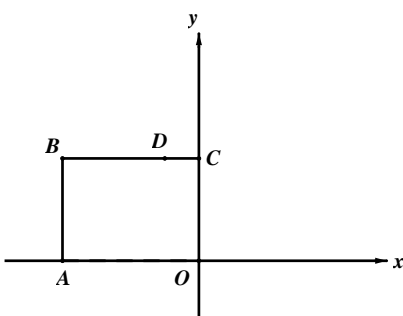


图 2

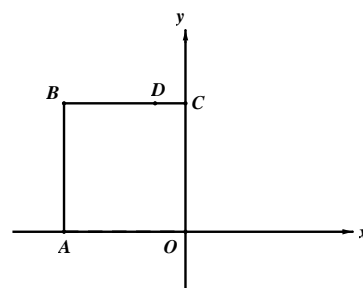


图 3

25. (本大题 14 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2)、(3) 小题 4 分)

如图 1, 已知等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, EF 是 BC 边上的中位线, 点 G 为 BE 中点, 点 P 是底边 BC 上一动点, 线段 CG 与线段 PF 交于点 Q , 联结 EQ .

(1) 若 $PC = 3BP$, 证明: $EQ \parallel AC$, 且 $EQ = \frac{1}{3}AC$;

(2) 如图 2, 当 $AB = 5$, $BC = 6$ 时, 若以点 B 为圆心, 以 BP 为半径的圆与以 EF 为直径的圆相切, 求 BP 的长;

(3) 若 $AB = 6$, $BC = 4$, 且 $\triangle EFQ$ 与 $\triangle CPF$ 相似, 求 BP 的长.

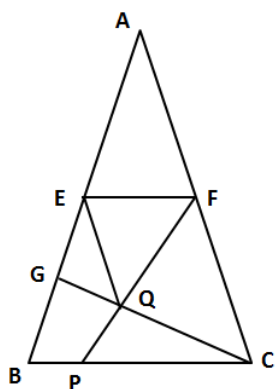


图 1

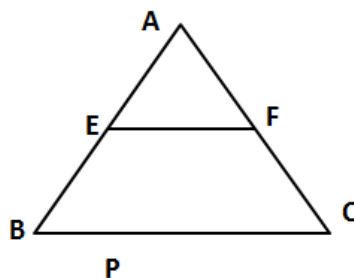
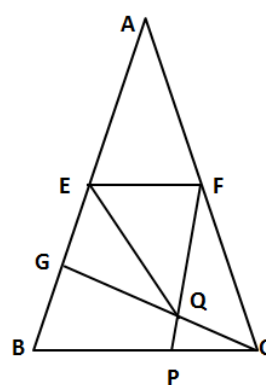


图 2



备用图