

数 学

注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项：

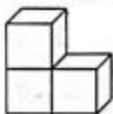
1. 本试卷共 6 页，满分为 150 分，考试时间为 120 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题纸一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、智学号用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔填写在试卷及答题纸指定的位置。
3. 答案必须按要求填涂、书写在答题纸上，在试卷、草稿纸上答题一律无效。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象位于

A. 第一、三象限 B. 第一、四象限 C. 第二、三象限 D. 第二、四象限

2. 将三个相同的正方体搭成如图所示的几何体，则该几何体的主视图是



(第 2 题)



A.



B.



C.



D.

3. 已知 $\angle \alpha$ 为锐角，且 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ，则 $\angle \alpha$ 的度数为

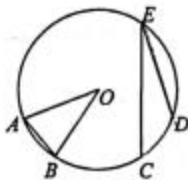
A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

4. 抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 的对称轴为

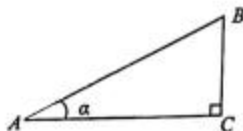
A. $x = 1$ B. $x = -1$ C. $x = 2$ D. y 轴

5. 如图，点 A, B, C, D, E 在 $\odot O$ 上， $AB = CD$ ， $\angle AOB = 36^\circ$ ，则 $\angle CED$ 的度数为

A. 72° B. 36° C. 18° D. 16°



(第 5 题)



(第 6 题)

6. 如图，坡角为 α 的斜坡 AB 长 $5\sqrt{5}$ 米，若 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ，则斜坡的铅直高度 BC 长为

A. $\sqrt{5}$ 米 B. 5 米 C. 10 米 D. $5\sqrt{5}$ 米

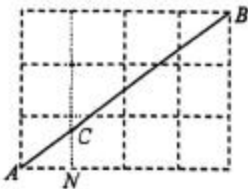
7. 如图, 网格中的每个小正方形边长为 1, 点 A, B 都在小正方形的顶点上, 线段 AB 与网格线 MN 交于点 C , 则 AC 的长为

A. $\frac{3}{2}$

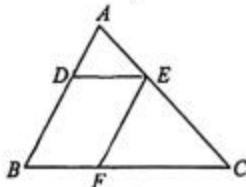
B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{5}{4}$

D. $\frac{6}{5}$



(第 7 题)

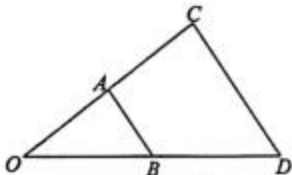


(第 8 题)

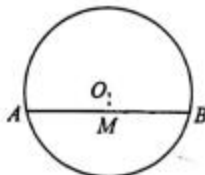
8. 如图, 点 D, E, F 分别在 $\triangle ABC$ 的三边上, 且 $DE \parallel BC, EF \parallel AB$, 若 $\triangle ADE$ 的面积为 2, $\triangle CEF$ 的面积为 8, 则四边形 $BFED$ 的面积为
- A. 10 B. 8 C. 6 D. 4
9. 点 $A(m, y_1), B(n, y_2)$ 均在抛物线 $y=(x-h)^2+7$ 上, 若 $|m-h| > |n-h|$, 则下列说法正确的是
- A. $y_1+y_2=0$ B. $y_1-y_2=0$ C. $y_1-y_2 < 0$ D. $y_1-y_2 > 0$
10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 以 $P(0, -1)$ 为圆心, PO 为半径作圆, M 为 $\odot P$ 上一点, 若点 N 的坐标为 $(3a, 4a+4)$, 则线段 MN 的最大值为
- A. 3 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{5}$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 11~12 每小题 3 分, 13~18 每小题 4 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把最终结果直接填写在答题卡相应位置上)

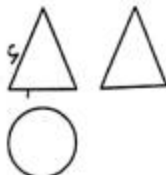
11. 如图, $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 是位似图形, 且 $OA=AC$, 则 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 的相似比为_____.



(第 11 题)



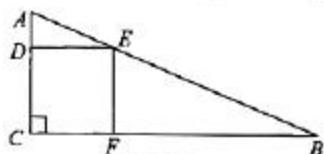
(第 13 题)



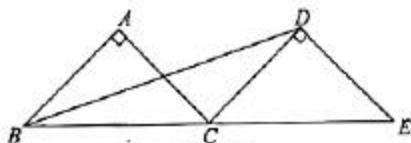
(第 14 题)

12. 若一个扇形的圆心角为 90° , 半径为 6, 则该扇形的弧长为_____ (结果保留 π).
13. 如图, 在半径为 5 的 $\odot O$ 中, M 为弦 AB 的中点, 若 $OM=1$, 则 AB 的长为_____.
14. 某几何体的三视图如图所示, 其中主视图和左视图都是腰长为 5, 底边长为 4 的等腰三角形, 则该几何体的侧面展开图的面积是_____ (结果保留 π).

15. 在我国古代数学专著《九章算术》中记载了这样一个问题：“今有勾五步，股十二步，问勾中容方几何？”其大意为：如图， $Rt\triangle ABC$ 的两条直角边 AC ， BC 的长分别为 5 步和 12 步，则它的内接正方形 $CDEF$ 的边长为_____步。



(第 15 题)

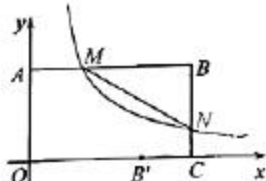


(第 16 题)

16. 如图，将等腰直角三角形 ABC 沿底边 BC 所在直线平移，当点 B 移到点 C 处时，记平移所得三角形为 $\triangle DCE$ ，连接 BD ，则 $\tan \angle DBC =$ _____。
17. 二次函数 $y = x^2 - 2mx + 2m + 3$ 的顶点纵坐标为 p ，当 $m \geq 2$ 时， p 的最大值为_____。

18. 如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$)

的图象交矩形 $OABC$ 的边 AB 于点 M (1, 2)，交边 BC 于点 N ，若点 B 关于直线 MN 的对称点 B' 恰好在 x 轴上，则 OC 的长为_____。



(第 18 题)

三、解答题 (本大题共 8 小题，共 90 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题满分 12 分)

(1) 计算： $\tan 60^\circ - 2\cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 45^\circ$ ；

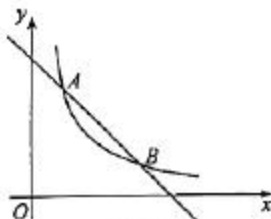
(2) 已知 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = \sqrt{3}$ ，解这个直角三角形。

20. (本小题满分 10 分)

如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = -x + 5$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于点 A (1, m) 和点 B 。

(1) 求反比例函数的解析式；

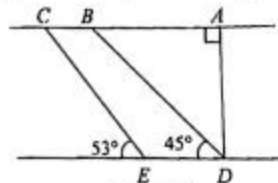
(2) 写出当 $x > 0$ 时，关于 x 的不等式 $\frac{k}{x} < -x + 5$ 的解集。



(第 20 题)

21. (本小题满分 10 分)

如图, 某施工队要测量索道 BC 的长度, 已知索道 BC 在直线 AC 上, $DE \parallel AC$, $DA \perp AC$, $AD=60$ m, $DE=40$ m. 施工队从点 D 处看向 B , 测得仰角为 45° , 再从点 E 处看向 C , 测得仰角为 53° , 求索道 BC 的长 (参考数据: $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$).

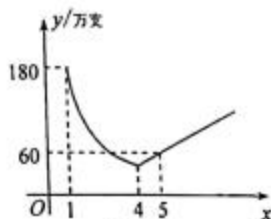


(第 21 题)

22. (本小题满分 10 分)

某疫苗生产企业于 2021 年 1 月份开始技术改造, 其月生产数量 y (万支) 与月份 x 之间的变化如图所示, 技术改造完成前是反比例函数图象的一部分, 技术改造完成后是一次函数图象的一部分, 请根据图中数据解答下列问题:

- (1) 该企业 4 月份的生产数量为多少万支?
- (2) 该企业有几个月的月生产数量不超过 90 万支?

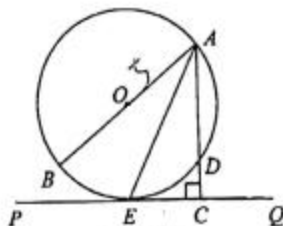


(第 22 题)

23. (本小题满分 10 分)

如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, PQ 切 $\odot O$ 于 E , $AC \perp PQ$ 于 C , 交 $\odot O$ 于 D .

- (1) 求证 AE 平分 $\angle BAC$;
- (2) 若 $OA=5$, $EC=4$, 求 AD 的长.



(第 23 题)

24. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 3a$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$.

(1) 求抛物线的顶点坐标;

(2) 点 P 是抛物线上一点, 过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴交直线 $y = x + t$ 于点 Q .

① 若点 P 在第二象限内, $t = 3$, $PQ = 6$, 求点 P 的坐标;

② 若恰好存在三个点 P , 使得 $PQ = \frac{9}{4}$, 求 t 的值.

25. (本小题满分 13 分)

数学兴趣小组开展实践探究活动, 将三角形 ABC 纸片沿某条直线折叠, 使其中一个角的顶点落在一边上.

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 9$, $BC = 6$.

(1) 如图 1, 若 $\angle ACB = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿 CM 折叠, 使点 B 与边 AB 上的点 N 重合.

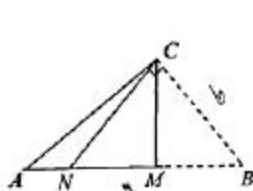
求 BM 的长;

(2) 如图 2, 若 $\angle ACB = 2\angle A$, 将 $\triangle ABC$ 沿 CM 折叠, 使点 B 与边 AC 上的点 N 重合.

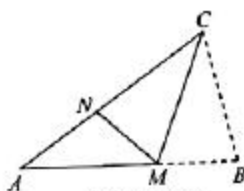
① 求 AC 的长;

② 若 O 是 AC 的中点, P 为线段 ON 上的一个动点, 将 $\triangle APM$ 沿 PM 折叠得到 $\triangle A'PM$,

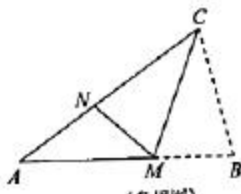
$A'M$ 与 CP 交于点 F , 则 $\frac{PF}{FM}$ 的取值范围为_____.



(第 25 题图 1)



(第 25 题图 2)



(备用图)

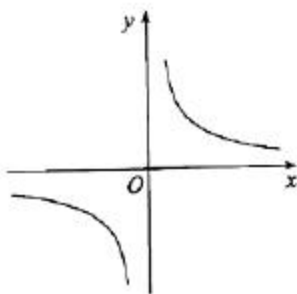
26. (本小题满分 13 分)

对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 P, Q , 给出如下定义: M 为图形 P 上任意一点, N 为图形 Q 上任意一点, 如果 M, N 两点间的距离有最小值, 那么称这个最小值为图形 P, Q 的“形间距”, 记作 $d(P, Q)$.

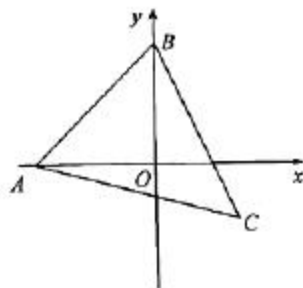
(1) 记二次函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 的图象为图形 P , 则 $d(x \text{ 轴}, P) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 如图 1, 已知反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象为图形 Q , 直线 l 的解析式为 $y = -x + b$, 若 $d(l, Q) = \sqrt{2}$, 求 b 的值;

(3) 如图 2, $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(-4, 0), B(0, 4), C(3, -2)$, $\odot T$ 的圆心为 $(t, 0)$, 半径为 2, 若 $d(\odot T, \triangle ABC) = m$, 当 $0 < m < 2$ 时, 求 t 的取值范围.



(第 26 题图 1)



(第 26 题图 2)