

2020 年寒假考试九年级数学试题 (一)

一、选择题 (每小题的四个选项中, 只有一项正确, 请把你认为正确选项的代号字母填涂在答题卡上, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 已知 $A(-3, 2)$ 关于 y 轴对称点为 A' , 则点 A' 的坐标为 ()

- A. $(3, -2)$ B. $(2, -3)$ C. $(3, 2)$ D. $(-3, -2)$

2. 下列算式正确的个数是 ()

① $\sqrt{9} = \pm 3$; ② $(-\frac{1}{3})^{-2} = 9$; ③ $-2^6 + (-2)^3 = 8$; ④ $(\sqrt{-2021})^2 = 2021$; ⑤ $a + a = a^2$.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

3. 三张外观相同的卡片分别标有数字 1、2、3, 从中随机一次抽出两张, 这两张卡片上的数字恰好都小于 3 的概率是 ()

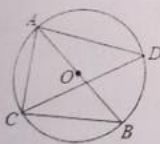
- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

4. 已知 $(-3, y_1)$, $(-2, y_2)$, $(1, y_3)$ 是抛物线 $y = -3x^2 - 12x + m$ 上的点, 则 ()

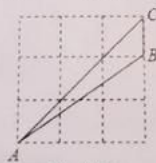
- A. $y_3 < y_2 < y_1$ B. $y_3 < y_1 < y_2$ C. $y_2 < y_3 < y_1$ D. $y_1 < y_3 < y_2$

5. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是圆上两点, 连接 AC, BC, AD, CD . 若 $\angle CAB = 55^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数为 ()

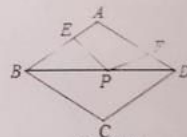
- A. 55° B. 45° C. 35° D. 25°



第 5 题图



第 7 题图



第 8 题图

6. 将抛物线 $y = 2x^2$ 如何平移可得到抛物线 $y = 2(x+4)^2 - 1$ ()

- A. 向左平移 4 个单位, 再向上平移 1 个单位 B. 向左平移 4 个单位, 再向下平移 1 个单位
C. 向右平移 4 个单位, 再向上平移 1 个单位 D. 向右平移 4 个单位, 再向下平移 1 个单位

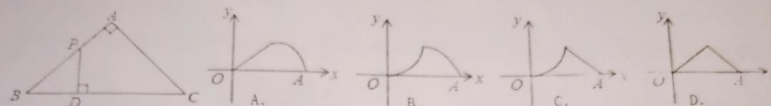
7. 如图, 点 A, B, C 在正方形网格的格点上, 则 $\sin \angle BAC =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{26}}{26}$ C. $\frac{\sqrt{26}}{13}$ D. $\frac{\sqrt{13}}{13}$

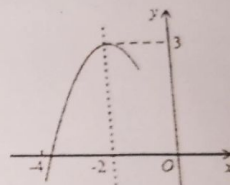
8. 如图, 在周长为 12 的菱形 $ABCD$ 中, $AE=1, AF=2$, 若 P 为对角线 BD 上一动点, 则 $EP+FP$ 的最小值为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle A=90^\circ$, $BC=4$, 点 P 是 $\triangle ABC$ 边上一动点, 沿 $B \rightarrow A \rightarrow C$ 的路径移动, 过点 P 作 $PD \perp BC$ 于点 D , 设 $BD=x$, $\triangle BDP$ 的面积为 y , 则下列能大致反映 y 与 x 函数关系的图象是 ()



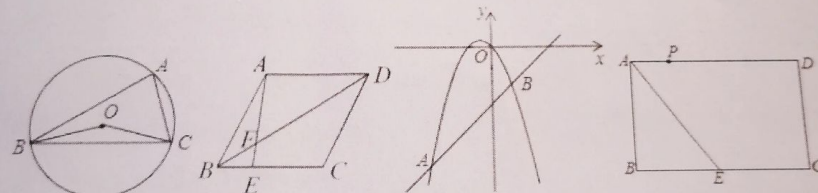
10. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 对称轴是直线 $x=-2$, 抛物线与 x 轴的一个交点在点 $(-4,0)$ 和点 $(-3,0)$ 之间, 其部分图象如图所示, 下列结论: ① $4a-2b+c-3=0$; ② $9a-3b+c>0$; ③关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=4$ 有两个不相等实数根; ④ $b=4a$, 其中正确的个数有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

11. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle OBC=20^\circ$, 则 $\angle A=$ _____.



第 11 题图

第 13 题图

第 14 题图

第 15 题图

12. 抛物线 $y=a(x+1)(x-3)$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 _____.

13. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在边 BC 上, $BE:EC=1:2$, 连接 AE 交 BD 于点 F , 则 BF 与 BD 的长度之比为 _____.

14. 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx$ 与直线 $y=mx+n$ 相交于点 $A(-3,-6)$, $B(1,-2)$, 则关于 x 的方程 $ax^2+bx=mx+n$ 的解为 _____.

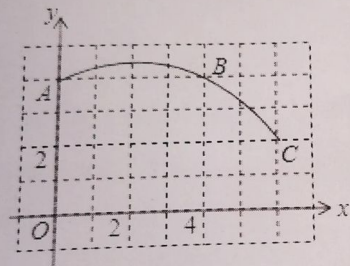
15. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=6$, E 是边 BC 的中点, 点 P 在边 AD 上, 设 $DP=x$, 若以点 D 为圆心, DP 为半径的 $\odot D$ 与线段 AE 只有一个公共点, 则所有满足条件的 x 的取值范围是 _____.

三、解答题

16. (8分) 先化简, 再求值: $(2 - \frac{x-1}{x+1}) \div \frac{x^2+6x+9}{x^2-1}$, 其中 $x = 3 \tan 30^\circ - 3$.

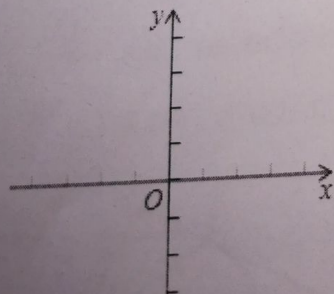
17. (9分) 如图, 在单位长度为1的正方形网格中, 一段圆弧经过网格的交点 A, B, C , 请完成下列填空:

- (1) 请用尺规作图(不写作法, 保留作图痕迹)的方法作出该弧所在圆心 D 点的位置;
- (2) 并写出圆心 D 坐标是_____, $\odot D$ 的半径是_____;
- (3) 求弧 AC 的长.



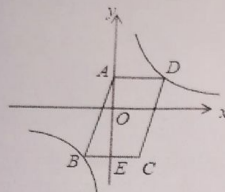
18. (9分) 已知二次函数的解析式是 $y = x^2 - 2x - 3$

- (1) 用配方法将 $y = x^2 - 2x - 3$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;
- (2) 在直角坐标系中, 画出它的图象;
- (3) 当 x 为何值时, 函数值 $y > 0$;
- (4) 当 $-3 < x < 3$ 时, 观察图象直接写出函数值 y 的取值的范围.



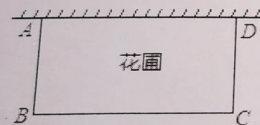
19. (9分) 如图, $\square ABCD$ 中, 顶点 A 的坐标是 $(0, 2)$, $AD \parallel x$ 轴, BC 交 y 轴于点 E , 顶点 C 的纵坐标是 -4 , $\square ABCD$ 的面积是 24 . 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 B 和 D , 求:

- (1) 反比例函数的表达式;
(2) AB 所在直线的函数表达式.



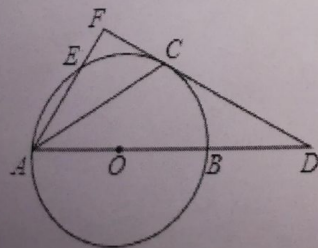
20. (9分) 学校要围一个矩形花圃, 花圃的一边利用足够长的墙, 另三边用总长为 36 米的篱笆恰好围成 (如图所示). 设矩形的一边 AB 的长为 x 米 (要求 $AB < AD$), 矩形 $ABCD$ 的面积为 S 平方米.

- (1) 求 S 与 x 之间的函数关系式, 并直接写出自变量 x 的取值范围;
(2) 要想使花圃的面积最大, AB 边的长应为多少米?



21. (9分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, 经过点 C 的直线与 AB 的延长线交于点 D , 连接 AC , BC , $\angle BCD = \angle CAB$. E 是 $\odot O$ 上一点, 弧 $CB =$ 弧 CE , 连接 AE 并延长与 DC 的延长线交于点 F .

- (1) 求证: DC 是 $\odot O$ 的切线;
(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3 , $\sin D = \frac{3}{5}$, 求线段 AF 的长.

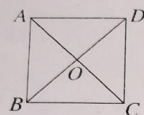


22. (10分) 如图①, 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 请填空: $\frac{AO}{DC} =$

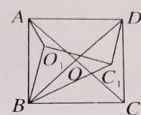
_____ (直接写出答案);

(2) 如图②, 将(1)中的 $\triangle BOC$ 绕点 B 逆时针旋转得到 $\triangle BO_1C_1$, 连接 AO_1 , DC_1 , 请你猜想线段 AO_1 与 DC_1 之间的数量关系, 并证明;

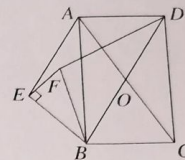
(3) 如图③, 矩形 $ABCD$ 和 $Rt\triangle BEF$ 有公共顶点 B , 且 $\angle BEF = 90^\circ$, $\angle EBF = \angle ABD = 30^\circ$, 则 $\frac{AE}{DF}$ 的值是否为定值? 若是定值, 请求出该值; 若不是定值, 请简述理由.



图①



图②



图③

23. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 A 、

B 两点, 与 y 轴交于 $C(0,3)$, A 点在原点的左侧, B 点的坐标为 $(3,0)$, 点 P 是抛物线上一个动点, 且在直线 BC 的上方.

(1) 求这个二次函数的表达式;

(2) 连接 PO , PC , 并把 $\triangle POC$ 沿 CO 翻折, 得到四边形 $POP'C$, 那么是否存在 P , 使四边形 $POP'C$ 为菱形? 若存在, 请求出此时点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 当点 P 运动到什么位置时, 使 $\triangle BPC$ 的面积最大, 求出点 P 的坐标和 $\triangle BPC$ 的面积最大值.

