

九年级数学学科学习自测卷

参 考 答 案

2022.1

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

1. B 2. C 3. C 4. C 5. C 6. B 7. B 8. A 9. A 10. C

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

11. 2 12. $3\pi\text{cm}^2$ 13. $-\frac{1}{3}$ 14. $\frac{13\sqrt{2}}{2}$ 15. $\frac{7}{2}$

三、解答题(本题共 8 小题,75 分)

16. (8 分)

解:(1) $\because x^2 - 2x - 2 = 0$,

$\therefore x^2 - 2x = 2$,

$\therefore x^2 - 2x + 1 = 2 + 1$, 即 $(x - 1)^2 = 3$,

则 $x - 1 = \pm\sqrt{3}$,

$\therefore x_1 = 1 + \sqrt{3}, x_2 = 1 - \sqrt{3}$; 4 分

(2) $\because 3x(x - 2) = x - 2$,

$\therefore 3x(x - 2) - (x - 2) = 0$,

则 $(x - 2)(3x - 1) = 0$,

$\therefore x - 2 = 0$ 或 $3x - 1 = 0$,

解得 $x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{3}$ 8 分

17. 解:(1) 如图所示的 $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所作 2 分

$C_1(3, 2)$ 3 分

(2) 如图所示的 $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求作 6 分

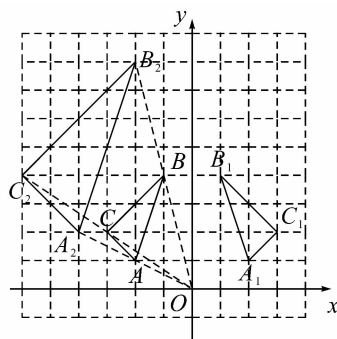
$C_2(-6, 4)$ 7 分

(3) $D_2(2a, 2b)$ 9 分

18. 解:(1) 当 $m = 0$ 时, 函数为 $y = x^2 - 6$

令 $y = 0$, 得 $x^2 - 6 = 0$, 解得 $x = \pm\sqrt{6}$

\therefore 该函数的零点为 $\pm\sqrt{6}$ 4 分



(2) \because 函数的一个零点为 -2 ,

\therefore 当 $x = -2$ 时, $y = 0$,

$\therefore 4 + 4m - 2(m + 3) = 0$, 解得 $m = 1$

\therefore 函数解析式为 $y = x^2 - 2x - 8$

令 $y = 0$, 得 $x^2 - 2x - 8 = 0$, 解得 $x_1 = -2, x_2 = 4$

\therefore 函数的另一个零点为 $+4$ 9 分

19. (1) 证明:

$\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$

$\because BP$ 平分 $\angle ABC$

$\therefore \angle PBC = 45^\circ$,

$\therefore \angle POC = 2\angle PBC = 90^\circ$.

$\because OP = OC$,

$\therefore \angle OPC = 45^\circ$,

$\therefore \angle CPO = \angle CBP$ 4 分

(2) $\because PQ$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OP \perp PQ$,

$\therefore \angle OPQ = 90^\circ$,

$\therefore \angle CPQ = 45^\circ$,

$\therefore \angle CPQ = \angle PBQ$.

$\because \angle PQC = \angle PQB$,

$\therefore \triangle CPQ \sim \triangle PBQ$,

$\therefore \frac{PQ}{CQ} = \frac{BQ}{PQ}$,

$\therefore PQ^2 = CQ \cdot BQ$.

$\because BC = 3, CQ = 4$,

$\therefore PQ^2 = 4 \times 7 = 28$,

$\therefore PQ = 2\sqrt{7}$ 9 分

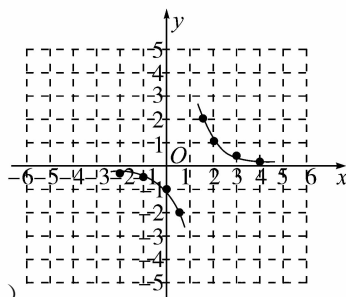
20. (1) $x \neq 1$ 1 分

(2) $-\frac{1}{2} \quad \frac{3}{2}$ 3 分

(3) 如图所示 5 分

(4) 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小 7 分

(5) $x < 0$ 或 $x > 1$ 9 分



21. 解:(1)将 $y_1 = -x + 4$ 代入 $y_2 = \frac{3}{x}$ 得 $-x + 4 = \frac{3}{x}$,

整理得 $x^2 - 4x + 3 = 0$,

解得 $x_1 = 1, x_2 = 3$,

经检验, $x_1 = 1, x_2 = 3$ 是原方程的解, 且符合题意. 当 $x = 1$ 时, $y_1 = -1 + 4 = 3$, \therefore 点 A 的坐标为 $(1, 3)$; 当 $x = 3$ 时, $y_1 = -3 + 4 = 1$, \therefore 点 B 的坐标为 $(3, 1)$

..... 4 分

(2) ①观察两函数图象的上下位置关系, 可知: 当 $0 < m < 1$ 或 $m > 3$ 时, 一次函数 $y_1 = -x + 4$ 的图象在反比例函数 $y_2 = \frac{3}{x}$ 的图象的下方, \therefore 当 $y_1 < y_2$ 时, m 的取值范围是 $0 < m < 1$ 或 $m > 3$; 6 分

② \because 点 P 在线段 AB 上, $\therefore 1 \leq m \leq 3$, 点 P 的坐标为 $(m, -m + 4)$.

$\because PD \perp x$ 轴于点 D, $\therefore PD = -m + 4, OD = m, \therefore S_{\triangle POD} = \frac{1}{2} PD \cdot OD = \frac{1}{2} (-m + 4) \cdot m = -\frac{1}{2} m^2 + 2m = -\frac{1}{2} (m - 2)^2 + 2. \because -\frac{1}{2} < 0, \therefore$ 当 $1 \leq m \leq 2$ 时, $S_{\triangle POD}$ 随 m 的增大而增大; 当 $2 \leq m \leq 3$ 时, $S_{\triangle POD}$ 随 m 的增大而减小.

当 $m = 1$ 时, $S_{\triangle POD} = -\frac{1}{2} (1 - 2)^2 + 2 = \frac{3}{2}$;

当 $m = 3$ 时, $S_{\triangle POD} = -\frac{1}{2} (3 - 2)^2 + 2 = \frac{3}{2}$.

$\therefore \triangle POD$ 的面积最小时 $m = 1$ 或 3 10 分

22. 解:(1)经分析知: m 与 t 成一次函数关系. 设 $m = kt + b (k \neq 0)$,

将 $t = 1, m = 94, t = 3, m = 90$

代入 $\begin{cases} 94 = k + b \\ 90 = 3k + b \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = -2 \\ b = 96 \end{cases}$,

$\therefore m = -2t + 96$; 4 分

(2)前 20 天日销售利润为 P_1 元, 后 20 天日销售利润为 P_2 元,

则 $P_1 = (-2t + 96) \left(\frac{1}{4}t + 25 - 20 \right) = -\frac{1}{2} (t - 14)^2 + 578$,

\therefore 当 $t = 14$ 时, P_1 有最大值, 为 578 元.

$P_2 = (-2t + 96) \left(-\frac{1}{2}t + 40 - 20 \right) = t^2 - 88t + 1920 = (t - 44)^2 - 16$,

∵ 当 $21 \leq t \leq 40$ 时, P_2 随 t 的增大而减小,

∴ $t=21$ 时, P_2 有最大值, 为 513 元.

∵ $513 < 578$,

∴ 第 14 天日销售利润最大, 最大利润为 578 元. 10 分

23. (1) 证明: ∵ $AD \parallel BC$,

∴ $\angle ACB = \angle CAD$, $\angle ADB = \angle CBD$.

又 ∵ $\angle BAC = \angle ADC$,

∴ $\triangle ABC \sim \triangle DCA$,

$$\therefore \frac{BC}{CA} = \frac{CA}{AD},$$

即 $CA^2 = BC \cdot AD$.

又 ∵ BD 平分 $\angle ABC$,

∴ $\angle ABD = \angle CBD$,

∴ $\angle ADB = \angle ABD$,

∴ $AB = AD$,

∴ $CA^2 = BC \cdot AB$,

∴ $\triangle ABC$ 是“比例三角形” 5 分

(2) 过点 A 作 $AH \perp BD$ 于点 H , 由(1)得 $AB = AD$,

$$\therefore BH = \frac{1}{2}BD.$$

∵ $AD \parallel BC$, $\angle ADC = 90^\circ$,

∴ $\angle BCD = 90^\circ$,

∴ $\angle BHA = \angle BCD$.

又 ∵ $\angle ABH = \angle DBC$,

∴ $\triangle ABH \sim \triangle DBC$,

$$\therefore \frac{AB}{DB} = \frac{BH}{BC},$$

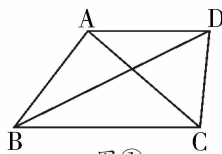
即 $AB \cdot BC = BH \cdot DB$,

$$\therefore AB \cdot BC = \frac{1}{2}BD^2.$$

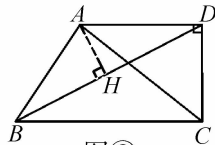
又由(1)可知 $AB \cdot BC = AC^2$,

$$\therefore \frac{1}{2}BD^2 = AC^2,$$

$$\therefore \frac{BD}{AC} = \sqrt{2} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$



图①



图②