

数 学 试 卷

2022.5

考生须知

1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上, 在试卷上作答无效。
4. 在答题纸上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束, 请将本试卷和答题纸一并交回。

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 北京 2022 年冬奥会会徽是以汉字“冬”为灵感来源设计的。在下面右侧的四个图中, 能由图 1 经过平移得到的是



图 1



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 餐桌上的一蔬一饭, 舌尖上的一饮一酌, 实属来之不易, 舌尖上的浪费让人触目惊心, 据统计, 中国每年浪费的食物总量折合粮食约 500 亿千克, 这个数据用科学记数法表示为

(A) 5×10^9 千克

(B) 5×10^{10} 千克

(C) 50×10^9 千克

(D) 0.5×10^{11} 千克

3. 中国有悠久的金石文化, 印信是金石文化的代表之一。南北朝时期的官员独孤信的印信是迄今发现的中国古代唯一一枚楷书印。它的表面均由正方形和等边三角形组成(如图 1), 可以看成图 2 所示的几何体。从正面看该几何体得到的平面图形是



图 1

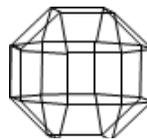


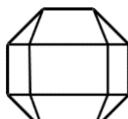
图 2



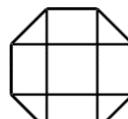
(A)



(B)

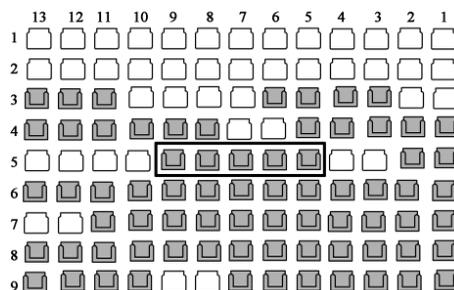


(C)



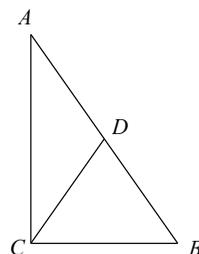
(D)

4. 小云和同学相约去影院观看《长津湖》，在购票选座时，他们选定了方框所围区域内的座位（如图）. 取票时，小云从这五张票中随机抽取一张，则恰好抽到这五个座位正中间的座位的概率是



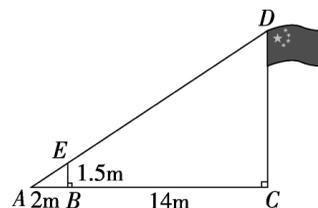
- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

5. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle B=55^\circ$ ，点 D 是斜边 AB 的中点，那么 $\angle ACD$ 的度数为



- (A) 15° (B) 25°
(C) 35° (D) 45°

6. 如图，小亮的数学兴趣小组利用标杆 BE 测量学校旗杆 CD 的高度，标杆 BE 高 $1.5m$ ，测得 $AB=2m$ ， $BC=14m$ ，则旗杆 CD 高度是

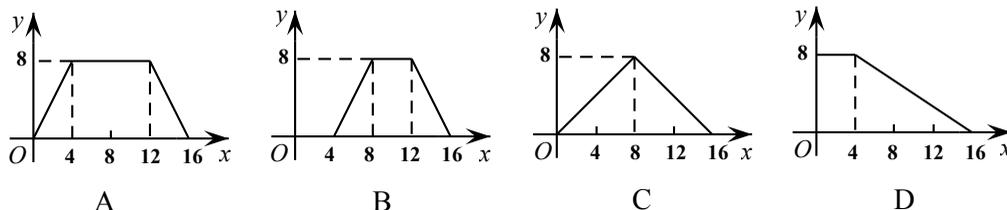
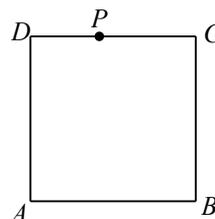


- (A) 9m (B) 10.5m
(C) 12m (D) 16m

7. 已知二次函数 $y = (x - 2)^2 + 1$ ，若点 $A(0, y_1)$ 和 $B(3, y_2)$ 在此函数图象上，则 y_1 与 y_2 的大小关系是

- (A) $y_1 > y_2$ (B) $y_1 < y_2$ (C) $y_1 = y_2$ (D) 无法确定

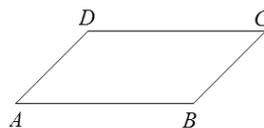
8. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4， P 为正方形边上一动点，沿 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 的路径匀速移动，设 P 点经过的路径长为 x ， $\triangle APD$ 的面积是 y ，则下列图象能大致反映 y 与 x 的函数关系的是



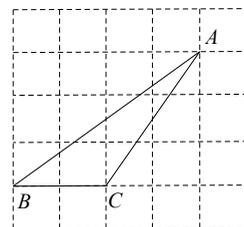
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式 $\frac{x-1}{x}$ 的值为 0，则 x 的值为_____.
10. 如果一个多边形是轴对称图形，那么这个多边形可以是_____（写出一个即可）.

11. 如图, $\square ABCD$ 中两个邻角的度数比为 1:3, 则其中较小的内角的度数为_____.

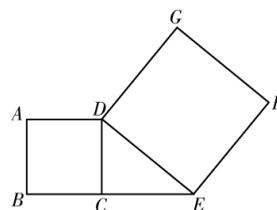


12. 如图所示的网格是边长为 1 的正方形网格, A, B, C 是网格线交点, 则 $\cos \angle ABC =$ _____.

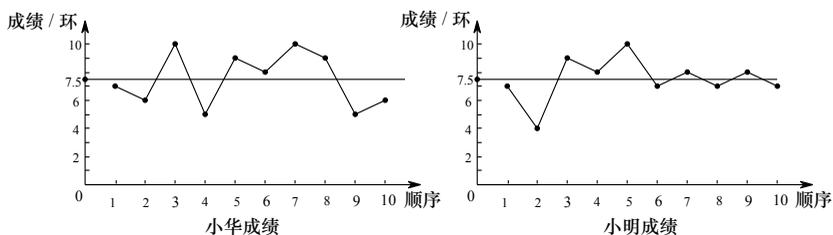


13. 历史上数学家欧拉最先把关于 x 的多项式用记号 $f(x)$ 来表示, 把 x 等于某数 a 时的多项式的值用 $f(a)$ 表示. 例如多项式 $f(x) = x^2 - x + 1$, 当 $x = 4$ 时, 多项式的值为 $f(4) = 4^2 - 4 + 1 = 13$. 已知多项式 $f(x) = mx^2 - nx + 3$, 若 $f(1) = 2022$, 则 $f(-1)$ 的值为_____.

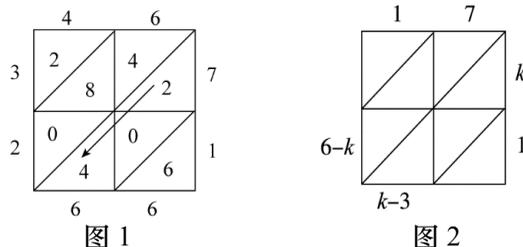
14. 如图, 线段 CE 的长为 3cm , 延长 EC 到 B , 以 CB 为一边作正方形 $ABCD$, 连接 DE , 以 DE 为一边作正方形 $DEFG$, 设正方形 $ABCD$ 的面积为 S_1 , 正方形 $DEFG$ 的面积为 S_2 , 则 $S_2 - S_1$ 的值为_____.



15. 要从小华、小明两名射击运动员中选择一名运动员参加射击比赛, 在赛前对他们进行了一次选拔赛, 下图为小华、小明两人在选拔赛中各射击 10 次成绩的折线图和表示平均数的水平线. 你认为应该选择_____ (填“小华”或“小明”) 参加射击比赛; 理由是_____.



16. “格子乘法”作为两个数相乘的一种计算方法, 最早在 15 世纪由意大利数学家帕乔利提出, 在明代数学家程大位著的《算法统宗》一书中被称为“铺地锦”. 例如: 如图 1, 计算 46×71 , 将乘数 46 写在方格上边, 乘数 71 写在方格右边, 然后用乘数 46 的每位数字乘以乘数 71 的每位数字, 将结果记入相应的方格中, 最后沿斜线方向相加, 得 3266. 如图 2, 用“格子乘法”计算两个两位数相乘, 则 $k =$ _____.



三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21-22 题，每小题 6 分，第 23-24 题，每小题 5 分，第 25-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $|\sqrt{2}-1| - 2\sin 45^\circ - \tan 60^\circ + (\pi-2)^0$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(2-x) \leq x+5, \\ \frac{x+10}{3} > 2x. \end{cases}$$

19. 已知： $\angle AOB$.

求作： $\angle AOB$ 的平分线.

作法：①以点 O 为圆心，适当长为半径画弧，交 OA 于点 C ，交 OB 于点 D ；

②分别以点 C, D 为圆心， OC 长为半径画弧，两弧在 $\angle AOB$ 的内部相交于点 P ；

③画射线 OP .

射线 OP 即为所求.

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

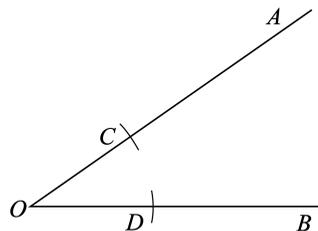
(2) 完成下面的证明.

证明：连接 PC, PD .

由作法可知 $OC=OD=PC=PD$.

\therefore 四边形 $OCPD$ 是_____.

$\therefore OP$ 平分 $\angle AOB$ (_____) (填推理的依据).



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+ax-5=0$.

(1) 求证：方程总有两个不相等的实数根；

(2) 若方程有一个根是 1，求方程另一个根.

21. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，过点 A 作 $AE \perp BC$ 交 BC 于点 E ,

点 F 在 BC 的延长线上，且 $CF=BE$ ，连接 DF .

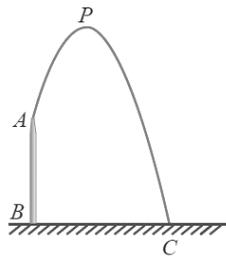
(1) 求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

(2) 连接 AC ，若 $\angle ACD=90^\circ$ ， $AE=4$ ， $CF=2$ ，

求 EC 和 AC 的长.

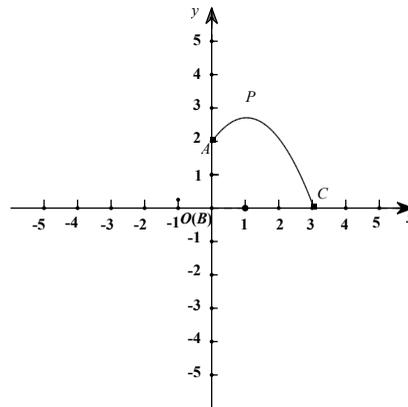


22. 某社区文化广场修建了一个人工喷泉，人工喷泉有一个竖直的喷水枪 AB ，喷水口为 A ，喷水口 A 距地面 $2m$ ，喷出水流的轨迹是抛物线。水流最高点 P 到喷水枪 AB 所在直线的距离为 $1m$ ，水流落地点 C 距离喷水枪底部 B 的距离为 $3m$ 。

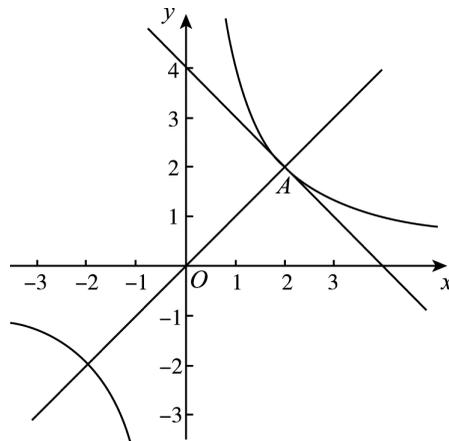


请解决以下问题：

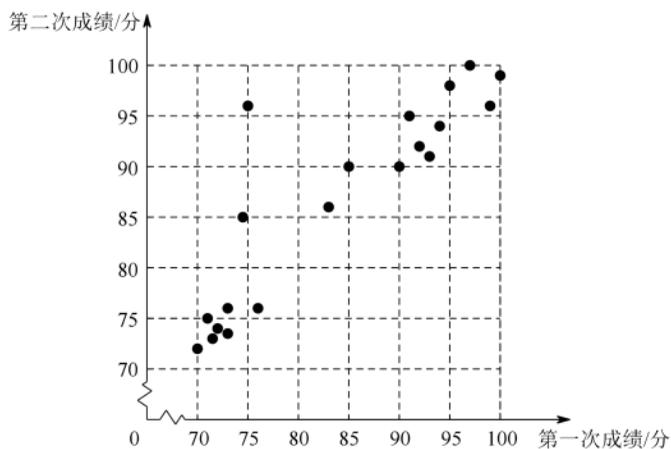
- 如图，以 B 为原点， BC 所在的直线为 x 轴， AB 所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，则点 A 的坐标是_____，点 C 的坐标是_____，水流轨迹抛物线的对称轴是_____。
- 求出水柱最高点 P 到地面的距离。
- 在线段 BC 上到喷水枪 AB 所在直线的距离为 $2m$ 处放置一物体，为避免物体被水流淋到，物体的高度应小于多少米？请说明理由。



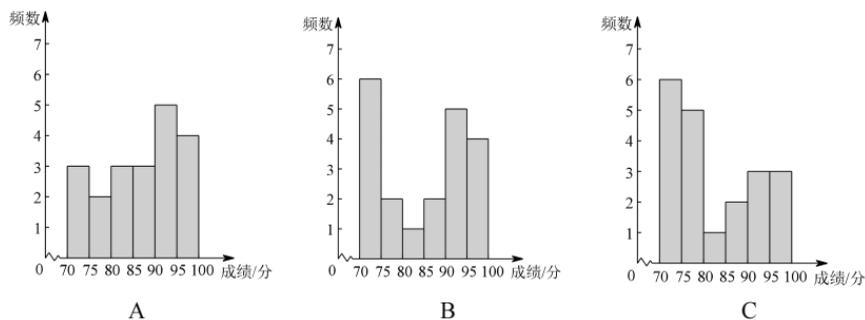
23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 与一次函数 $y_2 = ax + 4$ ($a \neq 0$) 的图象只有一个公共点 $A(2, 2)$ ，直线 $y_3 = mx$ ($m \neq 0$) 也过点 A 。
- 求 k 、 a 及 m 的值；
 - 结合图象，写出 $y_1 > y_2 > y_3$ 时 x 的取值范围。



24. 某中学为增进学生对建党 100 周年知识的了解, 开展了两次知识问答活动, 从中随机抽取了 20 名学生两次活动的成绩 (百分制), 并对数据 (成绩) 进行整理、描述和分析。下图是这 20 名学生第一次活动和第二次活动成绩情况统计图。



- (1) ①学生甲第一次成绩是 90 分, 则该生第二次成绩是_____分, 他两次活动的平均成绩是_____分;
 ②学生乙第一次成绩低于 80 分, 第二次成绩高于 90 分, 请在图中用“○”圈出代表乙的点;
- (2) 为了解每位学生两次活动平均成绩的情况, A, B, C 三人分别作出了每位学生两次活动平均成绩的频数分布直方图 (数据分成 6 组: $70 \leq x < 75$, $75 \leq x < 80$, $80 \leq x < 85$, $85 \leq x < 90$, $90 \leq x < 95$, $95 \leq x \leq 100$):



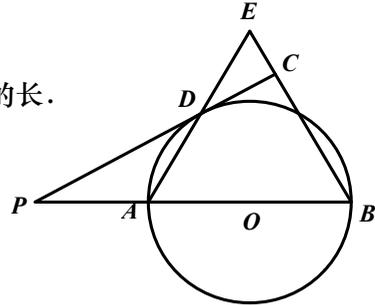
已知这三人中只有一人正确作出了统计图, 则作图正确的是_____;

- (3) 假设有 200 名学生参加此次活动, 估计两次活动平均成绩不低于 90 分的学生人数为_____.

25. 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 P 在 BA 的延长线上, $AB=BE$, PD 切 $\odot O$ 于点 D , 交 EB 于点 C , 连接 AE .

(1) 求证: $BE \perp PC$;

(2) 连结 OC , 如果 $PD = 2\sqrt{3}$, $\angle ABC = 60^\circ$, 求 OC 的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2mx$.

(1) 当抛物线过点 $(2, 0)$ 时, 求抛物线的表达式;

(2) 求这个二次函数的顶点坐标 (用含 m 的式子表示);

(3) 若抛物线上存在两点 $A(m-1, y_1)$ 和 $B(m+2, y_2)$, 其中 $m > 0$. 当 $y_1 \cdot y_2 > 0$ 时, 求 m 的取值范围.

27. 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 AB 边的中线, $DE \perp BC$ 于 E , 连结 CD , 点 P 在射线 CB 上 (与 B, C 不重合).

(1) 如果 $\angle A = 30^\circ$

①如图 1, DE 与 BE 之间的数量关系是_____

②如图 2, 点 P 在线段 CB 上, 连结 DP , 将线段 DP 绕点 D 逆时针旋转 60° , 得到线段 DF , 连结 BF , 补全图 2 猜想 CP, BF 之间的数量关系, 并证明你的结论.

(2) 如图 3, 若点 P 在线段 CB 的延长线上, 且 $\angle A = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 连结 DP , 将线段 DP 绕点 D 逆时针旋转 2α 得到线段 DF , 连结 BF , 请直接写出 DE, BF, BP 三者的数量关系 (不需证明).

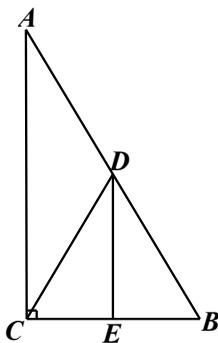


图 1

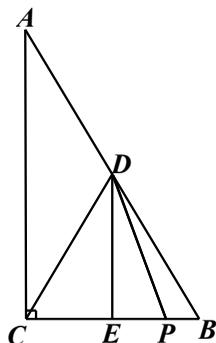


图 2

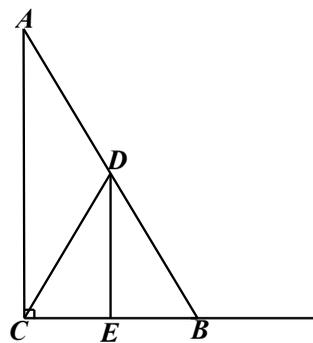


图 3

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 给出如下定义: 若点 P 在图形 M 上, 点 Q 在图形 N 上, 如果 PQ 两点间的距离有最小值, 那么称这个最小值为图形 M, N 的“近距离”, 记为 $d(M, N)$. 特别地, 当图形 M 与图形 N 有公共点时, $d(M, N) = 0$.

已知 $A(-4, 0), B(0, 4), C(4, 0), D(0, -4)$,

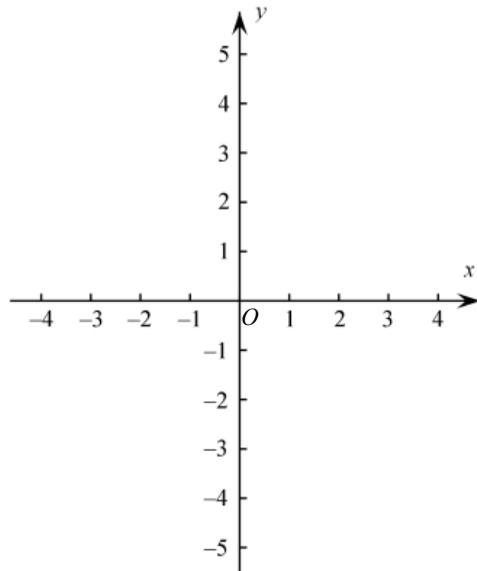
(1) $d(\text{点 } A, \text{点 } C) = \underline{\hspace{2cm}}$, $d(\text{点 } A, \text{线段 } BD) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $\odot O$ 半径为 r ,

① 当 $r = 1$ 时, 求 $\odot O$ 与正方形 $ABCD$ 的“近距离” $d(\odot O, \text{正方形 } ABCD)$;

② 若 $d(\odot O, \text{正方形 } ABCD) = 1$, 则 $r = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) M 为 x 轴上一点, $\odot M$ 的半径为 1, $\odot M$ 与正方形 $ABCD$ 的“近距离” $d(\odot M, \text{正方形 } ABCD) < 1$, 请直接写出圆心 M 的横坐标 m 的取值范围.



密封线内不要答题