

数学试卷

2022. 5

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 考号_____

考生须知	1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、班级、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束,请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。
------	---

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,其中符合题意的选项只有一个。

1. 汉字是迄今为止持续使用时间最长的文字,是传承中华文化的重要载体. 汉字在发展过程中演变出多种字体,给人以美的享受. 下面是“北京之美”四个字的篆书,不能看作轴对称图形的是



(A)



(B)



(C)

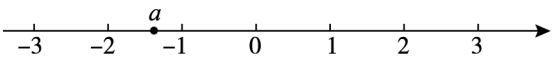


(D)

2. 2021 年《中共中央 国务院关于完整准确全面贯彻新发展理念做好碳达峰碳中和工作的意见》发布,明确了我国实现碳达峰碳中和的时间表、路线图. 文件提出到 2030 年森林蓄积量达到 190 亿立方米. 将 19 000 000 000 用科学记数法表示应为

- (A) 19×10^9 (B) 1.9×10^{10} (C) 0.19×10^{11} (D) 1.9×10^9

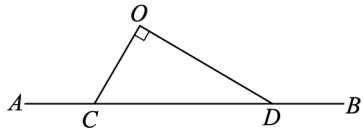
3. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示,若实数 b 满足 $a+b>0$,则 b 的值可以是



- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

4. 如图,点 C, D 在直线 AB 上, $OC \perp OD$,若 $\angle ACO = 120^\circ$,则 $\angle BDO$ 的大小为

- (A) 120°
(B) 140°
(C) 150°
(D) 160°



5. 从 1, 2, 3 这 3 个数中随机抽取两个数相加,和为偶数的概率是

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

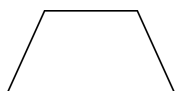
6. 在太阳光的照射下,一个矩形框在水平地面上形成的投影不可能是



(A)



(B)



(C)



(D)

7. 9 个互不相等的数组成了一组数据,其平均数 a 与这 9 个数都不相等. 把 a 和这 9 个数组成一组新的数据,下列结论正确的是

(A) 这两组数据的平均数一定相同

(B) 这两组数据的方差一定相同

(C) 这两组数据的中位数可能相同

(D) 以上结论都不正确

8. 用绳子围成周长为 10 m 的正 x 边形. 记正 x 边形的边长为 y m, 内角和为 S° . 当 x 在一定范围内变化时, y 和 S 都随着 x 的变化而变化, 则 y 与 x , S 与 x 满足的函数关系分别是

(A) 一次函数关系, 二次函数关系

(B) 一次函数关系, 反比例函数关系

(C) 反比例函数关系, 二次函数关系

(D) 反比例函数关系, 一次函数关系

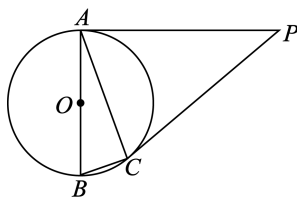
二、填空题(共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x+3}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

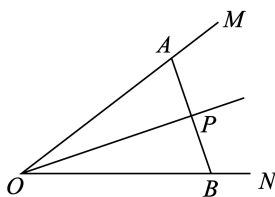
10. 分解因式: $2m^2 - 2n^2 =$ _____.

11. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是_____.

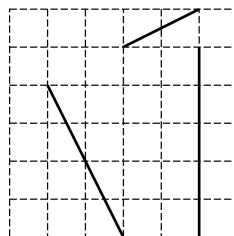
12. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle ABC = 70^\circ$, PA , PC 是 $\odot O$ 的切线, $\angle P =$ _____°.



第 12 题图



第 13 题图



第 14 题图

13. 如图, OP 平分 $\angle MON$, 过点 P 的直线与 OM , ON 分别相交于点 A , B , 只需添加一个条件即可证明 $\triangle AOP \cong \triangle BOP$, 这个条件可以是_____ (写出一个即可).

14. 如图所示的网格是正方形网格, 网格中三条线段的端点均是格点, 以这三条线段为边的三角形是_____三角形(填“锐角”、“直角”或“钝角”).

15. 在平面直角坐标系 xOy 中,若反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象与直线 $x=1$ 的交点的纵坐标为 2,则该图象与直线 $y=-2$ 的交点的横坐标为_____.
16. 围棋是一种起源于中国的棋类游戏,在春秋战国时期即有记载,围棋棋盘由横纵各 19 条等距线段构成,围棋的棋子分黑白两色,下在横纵线段的交叉点上.若一个白子周围所有相邻(有线段连接)的位置都有黑子,白子就被黑子围住了.如图 1,围住 1 个白子需要 4 个黑子,围住 2 个白子需要 6 个黑子,如图 2,围住 3 个白子需要 8 个或 7 个黑子.像这样,不借助棋盘边界,只用 15 个黑子最多可以围住_____个白子.

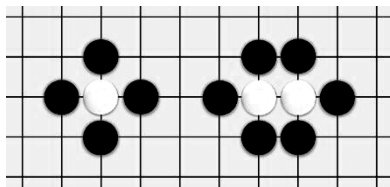


图 1

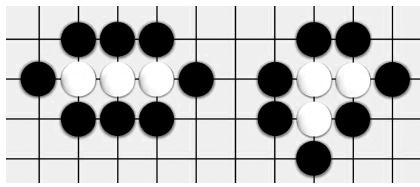


图 2

三、解答题(共 68 分,第 17-21 题,每题 5 分,第 22-24 题,每题 6 分,第 25 题 5 分,第 26 题 6 分,第 27,28 题,每题 7 分)

17. 计算: $\sqrt{18}+2\sin 45^{\circ}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+|\sqrt{2}-2|$.

18. 解分式方程: $\frac{x}{x-2}-\frac{3}{2x-4}=\frac{1}{2}$.

19. 解不等式 $x-5<\frac{x-12}{3}$,并写出它的所有非负整数解.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中,一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象由函数 $y=2x$ 的图象平移得到,且经过点 $(2,2)$.

(1)求这个一次函数的表达式;

(2)当 $x<2$ 时,对于 x 的每一个值,函数 $y=mx(m\neq 0)$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值,直接写出 m 的取值范围.

21. 已知: 线段 AB .

求作: $\triangle ABC$, 使得 $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$.

作法: ① 分别以点 A, B 为圆心, AB 长为半径画弧, 在直线 AB 的一侧相交于点 D ;

② 连接 BD 并延长, 在 BD 的延长线上取一点 C , 使得 $CD = BD$;

③ 连接 AC .

$\triangle ABC$ 就是所求作的三角形.

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形(保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 AD .

$$\because AB = BD = AD,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形(①)(填推理的依据).

$$\therefore \angle B = \angle ADB = 60^\circ.$$

$$\because CD = BD,$$

$$\therefore CD = AD.$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB.$$

$\therefore \angle ADB = \angle DAC + \angle ACB$ (②)(填推理的依据)

$$= 2\angle ACB.$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ.$$

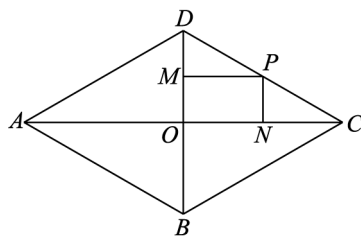
$$\therefore \angle BAC = 90^\circ.$$



22. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, O 为 AC, BD 的交点, P, M, N 分别为 CD, OD, OC 的中点.

(1) 求证: 四边形 $OMPN$ 是矩形;

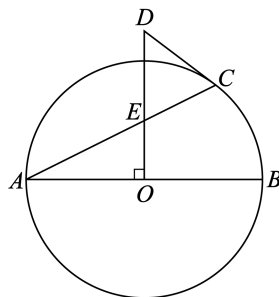
(2) 连接 AP , 若 $AB = 4$, $\angle BAD = 60^\circ$, 求 AP 的长.



23. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上的一点, $OD \perp AB$ 交 AC 于点 E , $DE = DC$.

(1) 求证: DC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $OA = 4$, $OE = 2$, 求 $\cos D$.

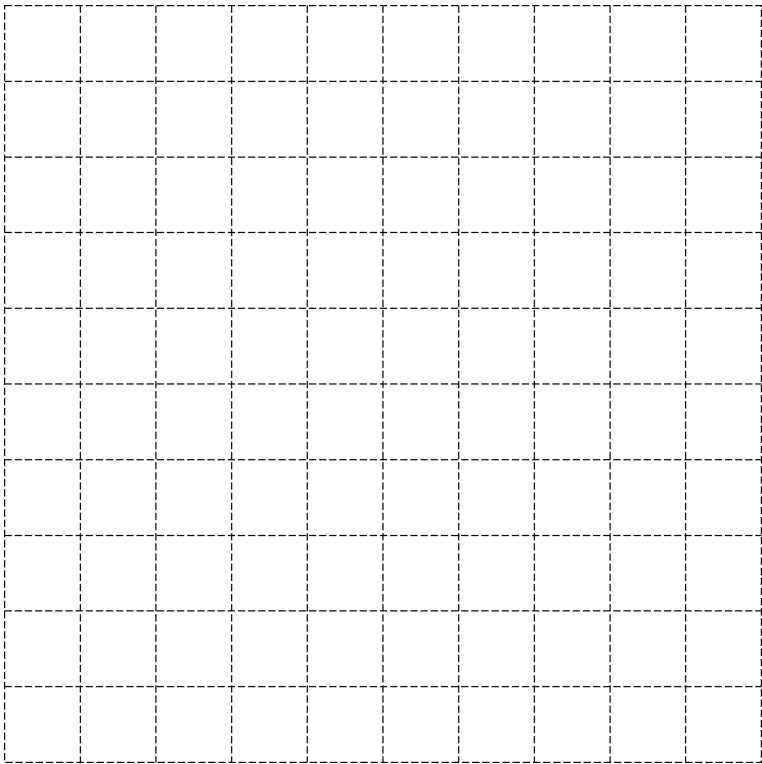


24. 某公园在垂直于湖面的立柱上安装了一个多孔喷头,从喷头每个孔喷出的水柱形状都相同,可以看作是抛物线的一部分,当喷头向四周同时喷水时,形成一个环状喷泉. 安装后,通过测量其中一条水柱,获得如下数据,在距立柱水平距离为 d 米的地点,水柱距离湖面的高度为 h 米.

d (米)	0	1.0	3.0	5.0	7.0
h (米)	3.2	4.2	5.0	4.2	1.8

请解决以下问题:

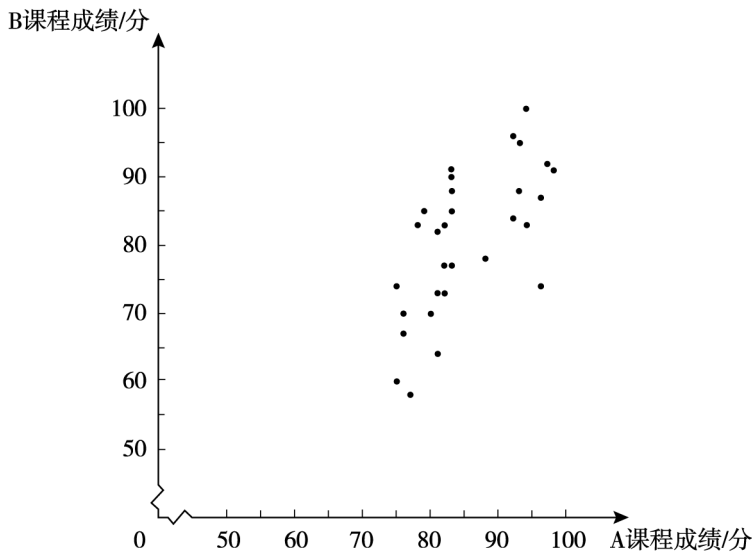
(1)在网格中建立适当的平面直角坐标系,根据已知数据描点,并用平滑的曲线连接;



- (2)结合表中所给数据或所画图象,直接写出这条水柱最高点距离湖面的高度;
- (3)求所画图象对应的函数表达式;
- (4)从安全角度考虑,需要在这个喷泉外围设立一圈正方形护栏,这个喷泉的任何一条水柱在湖面上的落点到护栏的距离不能小于 1 米,请通过计算说明公园至少需要准备多少米的护栏(不考虑接头等其他因素).

25. 某年级共有 300 名学生,为了解该年级学生 A,B 两门课程的学习情况,从中随机抽取 30 名学生进行测试,获得了他们的成绩(百分制),并对数据(成绩)进行整理、描述和分析,相关信息如下:

a. 30 名学生 A,B 两门课程成绩统计图:



b. 30 名学生 A,B 两门课程成绩的平均数如下:

	A 课程	B 课程
平均数	85.1	80.6

根据以上信息,回答下列问题:

- (1)在这 30 名学生中,甲同学 A 课程成绩接近满分,B 课程成绩没有达到平均分. 请在图中用“○”圈出代表甲同学的点;
- (2)这 30 名学生 A 课程成绩的方差为 s_1^2 ,B 课程成绩的方差为 s_2^2 ,直接写出 s_1^2,s_2^2 的大小关系;
- (3)若该年级学生都参加此次测试,估计 A,B 两门课程成绩都超过平均分的人数.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中,已知抛物线 $y=x^2+(a+2)x+2a$.

- (1)求抛物线的对称轴(用含 a 的式子表示);
- (2)若点 $(-1,y_1),(a,y_2),(1,y_3)$ 在抛物线上,且 $y_1<y_2<y_3$,求 a 的取值范围.

27. 在正方形 $ABCD$ 中, E 为 BC 上一点,点 M 在 AB 上,点 N 在 DC 上,且 $MN \perp DE$,垂足为点 F .

- (1)如图 1,当点 N 与点 C 重合时,求证: $MN=DE$;
- (2)将图 1 中的 MN 向上平移,使得 F 为 DE 的中点,此时 MN 与 AC 相交于点 H ,
 - ①依题意补全图 2;
 - ②用等式表示线段 MH,HF,FN 之间的数量关系,并证明.

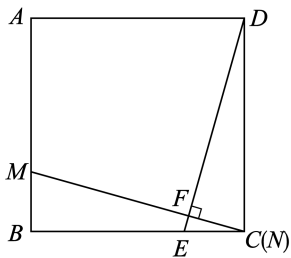


图 1

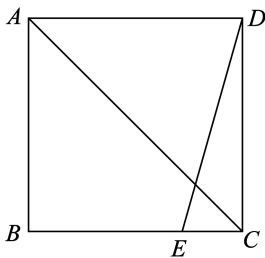


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1, $AB=1$, 且 A, B 两点中至少有一点在 $\odot O$ 外. 给出如下定义: 平移线段 AB , 得到线段 $A'B'$ (A', B' 分别为点 A, B 的对应点), 若线段 $A'B'$ 上所有的点都在 $\odot O$ 的内部或 $\odot O$ 上, 则线段 AA' 长度的最小值称为线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”.

(1) 如图 1, 点 A_1, B_1 的坐标分别为 $(-3, 0), (-2, 0)$, 线段 A_1B_1 到 $\odot O$ 的“平移距离”为 _____, 点 A_2, B_2 的坐标分别为 $(-\frac{1}{2}, \sqrt{3}), (\frac{1}{2}, \sqrt{3})$, 线段 A_2B_2 到 $\odot O$ 的“平移距离”为 _____;

(2) 若点 A, B 都在直线 $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 上, 记线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”为 d , 求 d 的最小值;

(3) 如图 2, 若点 A 坐标为 $(1, \sqrt{3})$, 线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”为 1, 画图并说明所有满足条件的点 B 形成的图形(不需证明).

