

北京市西城区九年级模拟测试试卷

数 学

2022.5

考生
须知

1. 本试卷共 7 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

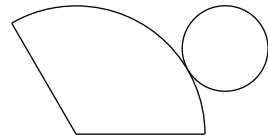
第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的展开图，该几何体是

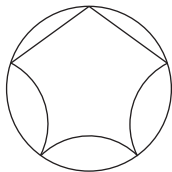
- (A) 圆柱 (B) 长方体
(C) 圆锥 (D) 三棱锥



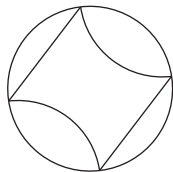
2. 2022 年 4 月 28 日，京杭大运河实现全线通水。京杭大运河是中国古代劳动人民创造的一项伟大工程，它南起余杭（今杭州），北到涿郡（今北京），全长约 1 800 000 m。将 1 800 000 用科学记数法表示应为

- (A) 0.18×10^7 (B) 1800×10^3 (C) 18×10^5 (D) 1.8×10^6

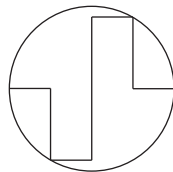
3. 下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是



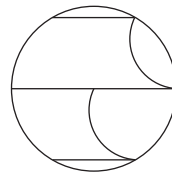
(A)



(B)



(C)



(D)

4. 在同一条数轴上分别用点表示实数 -1.5 ， 0 ， $-\sqrt{11}$ ， $|-4|$ ，则其中最左边的点表示的实数是

- (A) $-\sqrt{11}$ (B) 0 (C) -1.5 (D) $|-4|$

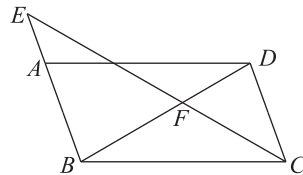
5. 学校图书馆的阅读角有一块半径为 3 m, 圆心角为 120° 的扇形地毯, 这块地毯的面积为

- (A) $9\pi \text{ m}^2$ (B) $6\pi \text{ m}^2$ (C) $3\pi \text{ m}^2$ (D) $\pi \text{ m}^2$

6. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在 BA 的延长线上, $AB=2AE$,

EC , BD 交于点 F . 若 $BD=10$, 则 DF 的长为

- (A) 3.5 (B) 4.5
(C) 4 (D) 5



7. 一条观光船沿直线向码头前进, 下表记录了 4 个时间点观光船与码头的距离, 其中 t 表示时间, y 表示观光船与码头的距离.

t / min	0	3	6	9
y / m	675	600	525	450

如果观光船保持这样的行进状态继续前进, 那么从开始计时到观光船与码头的距离为 150 m 时, 所用时间为

- (A) 25 min (B) 21 min (C) 13 min (D) 12 min

8. 教练将某射击运动员 50 次的射击成绩录入电脑, 计算得到这 50 个数据的平均数是 7.5, 方差是 1.64. 后来教练核查时发现其中有 2 个数据录入有误, 一个错录为 6 环, 实际成绩应是 8 环; 另一个错录为 9 环, 实际成绩应是 7 环. 教练将错录的 2 个数据进行了更正, 更正后实际成绩的平均数是 \bar{x} , 方差是 s^2 , 则

- (A) $\bar{x} < 7.5$, $s^2 = 1.64$ (B) $\bar{x} = 7.5$, $s^2 > 1.64$
(C) $\bar{x} > 7.5$, $s^2 < 1.64$ (D) $\bar{x} = 7.5$, $s^2 < 1.64$

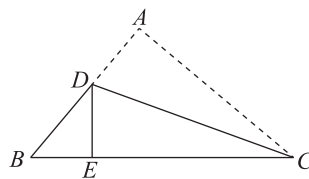
第二部分 非选择题

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $\frac{1}{x-4}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

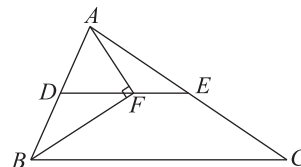
10. 方程组 $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ 的解为_____.

11. 如图, 将直角三角形纸片 ABC 进行折叠, 使直角顶点 A 落在斜边 BC 上的点 E 处, 并使折痕经过点 C , 得到折痕 CD . 若 $\angle CDE=70^\circ$, 则 $\angle B=$ _____°.



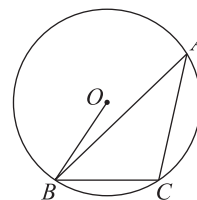
12. 用一个 a 的值说明命题“若 $a > 0$ ，则 $a^2 > \frac{1}{a}$ ”是错误的，这个值可以是 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D, E 分别为 AB, AC 的中点，点 F 在线段 DE 上，且 $AF \perp BF$. 若 $AB=4, BC=7$ ，则 EF 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

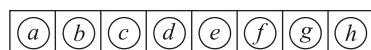


14. 将抛物线 $y = 2x^2$ 向下平移 b ($b > 0$) 个单位长度后，所得新抛物线经过点 $(1, -4)$ ，则 b 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $OB = \sqrt{13}$ ， $BC=4$ ，则 $\tan A$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



16. 如图，在 8 个格子中依次放着分别写有字母 $a \sim h$ 的小球.



甲、乙两人轮流从中取走小球，规则如下：

- ①每人首次取球时，只能取走 2 个或 3 个球；后续每次可取走 1 个，2 个或 3 个球；
- ②取走 2 个或 3 个球时，必须从相邻的格子中取走；
- ③最后一个将球取完的人获胜.

(1) 若甲首次取走写有 b, c, d 的 3 个球，接着乙首次也取走 3 个球，则 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填“甲”或“乙”)一定获胜；

(2) 若甲首次取走写有 a, b 的 2 个球，乙想要一定获胜，则乙首次取球的方案是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21-22 题，每题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $|\sqrt{2}| + 2\cos 45^\circ - \sqrt{8} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

18. 解不等式： $\frac{5x-2}{6} < \frac{x}{2} + 1$ ，并写出它的正整数解.

19. 已知 $x^2 + x - 5 = 0$, 求代数式 $(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}) \cdot \frac{5}{6x+3}$ 的值.

20. 已知: 如图, $\triangle ABC$.

求作: 点 D (点 D 与点 B 在直线 AC 的异侧),

使得 $DA=DC$, 且 $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$.

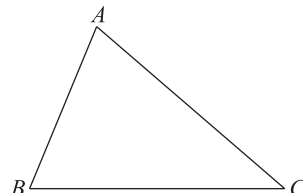
作法: ①分别作线段 AC 的垂直平分线 l_1 和线段 BC

的垂直平分线 l_2 , 直线 l_1 与 l_2 交于点 O ;

②以点 O 为圆心, OA 的长为半径画圆, $\odot O$ 与 l_1 在直线 BC 上方的交点为 D ;

③连接 DA , DC .

所以点 D 就是所求作的点.



(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 OA , OB , OC .

\because 直线 l_1 垂直平分 AC , 点 O , D 都在直线 l_1 上,

$\therefore OA=OC$, $DA=DC$.

\because 直线 l_2 垂直平分 BC , 点 O 在直线 l_2 上,

\therefore _____ = _____.

$\therefore OA=OB=OC$.

\therefore 点 A , B , C 都在 $\odot O$ 上.

\because 点 D 在 $\odot O$ 上,

$\therefore \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$. (_____) (填推理的依据)

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $\frac{1}{2}x^2 - mx + m - 5 = 0$.

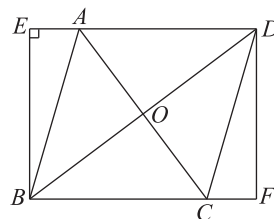
(1) 求证: 此方程总有两个不相等的实数根;

(2) 若 m 为整数, 且此方程的两个根都是整数, 写出一个满足条件的 m 的值, 并求此时方程的两个根.

22. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O , 点 E, F 分别在 DA, BC 的延长线上, 且 $BE \perp ED, CF = AE$.

(1) 求证: 四边形 $EBFD$ 是矩形;

(2) 若 $AB=5, \cos \angle OBC = \frac{4}{5}$, 求 BF 的长.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = -x + b$ 的图象与 x 轴交于点 $(4, 0)$, 且与

反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象在第四象限的交点为 $(n, -1)$.

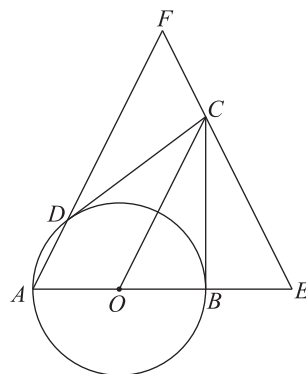
(1) 求 b, m 的值;

(2) 点 $P(x_P, y_P)$ 是一次函数 $y = -x + b$ 图象上的一个动点, 且满足 $\frac{m}{x_P} < y_P < 4$, 连接 OP , 结合函数图象, 直接写出 OP 长的取值范围.

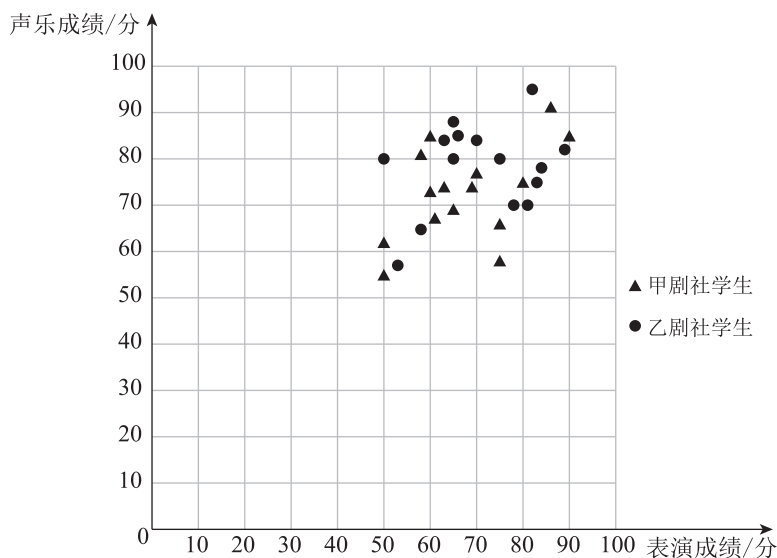
24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CB, CD 分别与 $\odot O$ 相切于点 B, D , 连接 OC , 点 E 在 AB 的延长线上, 延长 AD, EC 交于点 F .

(1) 求证: $FA \parallel CO$;

(2) 若 $FA = FE, CD = 4, BE = 2$, 求 FA 的长.



25. 甲、乙两个音乐剧社各有 15 名学生，这两个剧社都申请报名参加某个青少年音乐剧展演活动，主办方对报名剧社的所有学生分别进行了声乐和表演两项测试，甲、乙两个剧社学生的测试成绩（百分制）统计图如下：



根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 甲剧社中一名学生的声乐成绩是 85 分，表演成绩是 60 分，按声乐成绩占 60%，表演成绩占 40% 计算学生的综合成绩，求这名学生的综合成绩；
- (2) 入选参加展演的剧社需要同时满足以下两个条件：首先，两项测试成绩都低于 60 分的人数占比不超过 10%；其次，两项测试成绩中至少有一项的平均成绩不低于 75 分．那么乙剧社_____（填“符合”或“不符合”）入选参加展演的条件；
- (3) 主办方计划从甲、乙两个剧社声乐和表演成绩都高于 80 分的学生中，随机选择两名学生参加个人展示，那么符合条件的学生一共有_____人，被抽选到的这两名学生分别来自不同剧社的概率是_____.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(0, -2)$, $(2, -2)$.

- (1) 直接写出 c 的值和此抛物线的对称轴；
- (2) 若此抛物线与直线 $y = -6$ 没有公共点，求 a 的取值范围；
- (3) 点 (t, y_1) , $(t+1, y_2)$ 在此抛物线上，且当 $-2 \leq t \leq 4$ 时，都有 $|y_2 - y_1| < \frac{7}{2}$ ，
直接写出 a 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 过点 C 作射线 CB' , 使 $\angle ACB'=\angle ACB$ (点 B' 与点 B 在直线 AC 的异侧), 点 D 是射线 CB' 上一个动点 (不与点 C 重合), 点 E 在线段 BC 上, 且 $\angle DAE+\angle ACD=90^\circ$.

(1) 如图 1, 当点 E 与点 C 重合时, AD 与 CB' 的位置关系是_____, 若 $BC=a$, 则 CD 的长为_____ (用含 a 的式子表示)

(2) 如图 2, 当点 E 与点 C 不重合时, 连接 DE .

①用等式表示 $\angle BAC$ 与 $\angle DAE$ 之间的数量关系, 并证明;

②用等式表示线段 BE , CD , DE 之间的数量关系, 并证明.

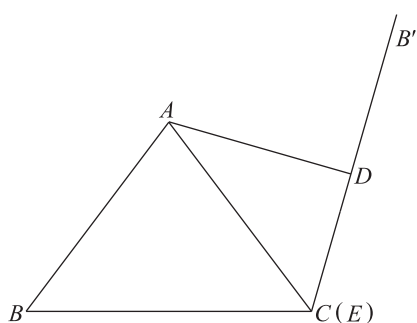


图 1

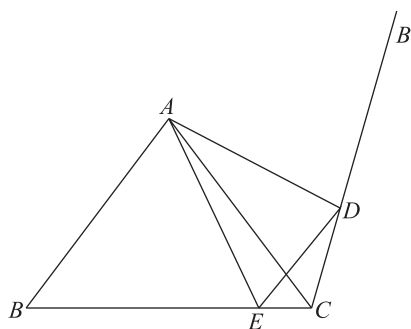


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于线段 AB 与直线 $l: y=kx+b$, 给出如下定义: 若线段 AB 关于直线 l 的对称线段为 $A'B'$ (A' , B' 分别为点 A , B 的对应点), 则称线段 $A'B'$ 为线段 AB 的 “ $[k, b]$ 关联线段”.

已知点 $A(1, 1)$, $B(1, -1)$.

(1) 线段 $A'B'$ 为线段 AB 的 “ $[1, b]$ 关联线段”, 点 A' 的坐标为 $(2, 0)$, 则 $A'B'$ 的长为_____, b 的值为_____;

(2) 线段 $A'B'$ 为线段 AB 的 “ $[k, 0]$ 关联线段”, 直线 l_1 经过点 $C(0, 2)$, 若点 A' , B' 都在直线 l_1 上, 连接 OA' , 求 $\angle COA'$ 的度数;

(3) 点 $P(-3, 0)$, $Q(-3, 3)$, 线段 $A'B'$ 为线段 AB 的 “ $[k, b]$ 关联线段”, 且当 b 取某个值时, 一定存在 k 使得线段 $A'B'$ 与线段 PQ 有公共点, 直接写出 b 的取值范围.