

2022 年初中毕业、升学模拟考试试卷

数 学

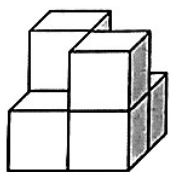
注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项：

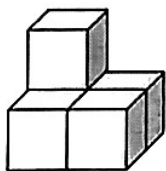
1. 本试卷共 6 页，满分为 150 分，考试时间为 120 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题纸一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、智学号用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔填写在试卷及答题纸指定的位置。
3. 答案必须按要求填涂、书写在答题纸上，在试卷、草稿纸上答题一律无效。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

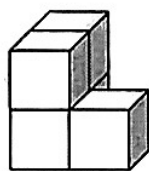
1. 计算 $2 - (-1)$ 的结果是
A. 3 B. -3 C. 1 D. -1
2. 据国家卫健委统计，截至 2022 年 3 月 5 日，国内累计接种新冠疫苗 31.5 亿剂。将数据 31.5 亿用科学记数法可表示为
A. 31.5×10^8 B. 3.15×10^9 C. 0.315×10^{10} D. 3.15×10^{10}
3. 下列由相同小正方体搭成的四个立体图形中，有一个图形的主视图与其它三个不同，这个立体图形是



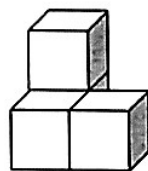
A.



B.



C.



D.

4. 下列各式中，正确的是
A. $a^2 + a^2 = a^4$ B. $a^3 \cdot a^3 = a^9$ C. $(ab)^2 = a^2b^2$ D. $(a^2)^3 = a^5$
5. 小林参加学校举办的“五四最美少年”主题演讲比赛，他的演讲资料、语言表达、形象风度、综合印象得分分别为 85 分，70 分，80 分，80 分。若学校将上面的四项依次按照 40%，40%，10%，10% 的占比计算总成绩（百分制），则小林的总成绩是
A. 80 分 B. 79 分 C. 78 分 D. 77 分
6. 若 $a + b = 2$ ，则代数式 $(\frac{b^2}{a} - a) \div \frac{a-b}{a}$ 的值为
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

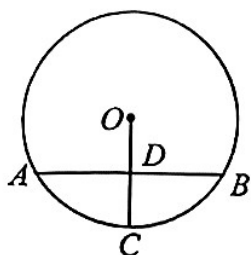
7. 《九章算术》是我国古代数学的经典著作，奠定了中国传统数学的基本框架，书中记载：

“今有大器五、小器一容三斛；大器一、小器五容二斛，问大小器各容几何？”（注：斛是古代一种容量单位）译文：“今有大容器 5 个、小容器 1 个，总容量为 3 斛；大容器 1 个、小容器 5 个，总容量为 2 斛．问大小容器的容积各是多少斛？”设 1 个大容器的容积为 x 斛，1 个小容器的容积为 y 斛，则根据题意可列方程组

A. $\begin{cases} x+3y=5, \\ 5x+y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 5x+y=3, \\ x+5y=2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 5x+y=3, \\ x=5y+2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 5x+y=2, \\ x=5y+3 \end{cases}$

8. 如图，在 $\odot O$ 中，弦 AB 垂直平分半径 OC ， D 为垂足， $AB=9$ cm，则 AB 的长为

A. 6π cm B. $3\sqrt{3}\pi$ cm C. 4π cm D. $2\sqrt{3}\pi$ cm



(第 8 题)

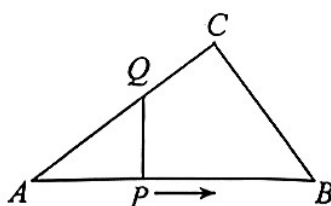


图 1

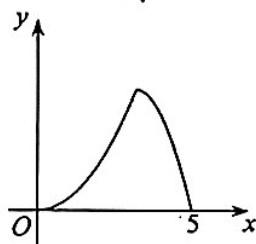


图 2

9. 如图 1， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\tan A=\frac{3}{4}$ ．点 P 从点 A 出发，沿边 AB 向点 B 运动．过点 P 作 $PQ \perp AB$ ，垂足为 P ， PQ 交 $\triangle ABC$ 的边于点 Q ，设 $AP=x$ ， $\triangle APQ$ 的面积为 y ． y 与 x 之间的函数关系大致如图 2 所示，则当 $x=4$ 时， y 的值为

A. 3 B. 2 C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

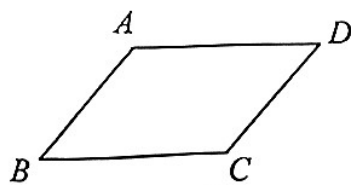
10. 平面直角坐标系 xOy 中，已知 $A(2m, -m-1)$ ， $B(2m+2, -m-2)$ ， $C(n, \frac{2}{n})$ ，其中 m, n 均为常数，且 $n \neq 0$ ．当 $\triangle ABC$ 的面积最小时， n 的值为

A. -3 B. -2 C. $-\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{2}$

二、填空题（本大题共 8 小题，第 11-12 题每小题 3 分，第 13-18 题每小题 4 分，共 30 分．不需写出解答过程，请把最终结果直接填写在答题卡相应位置上）

11. 分解因式： $m^3-m=$ ▲ ．

12. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB=CD$ ．若添加一个条件，得到四边形 $ABCD$ 是平行四边形，这个条件可以是 ▲ （不添加辅助线，给出一个符合题意的条件即可）．



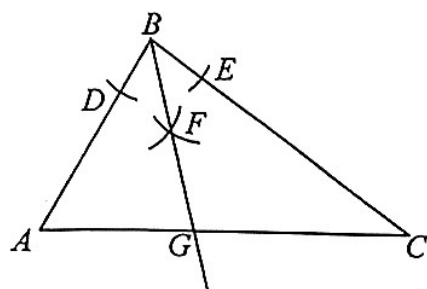
(第 12 题)

13. 圆锥的母线长为 5 cm，高为 4 cm，则该圆锥的侧面积为 ▲ cm^2 ．

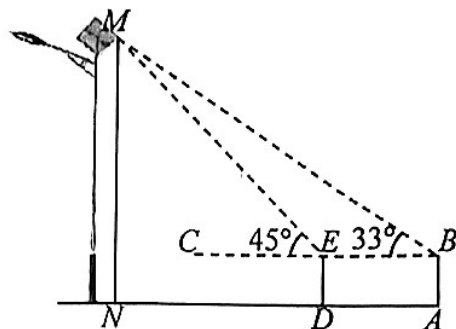
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 按以下步骤作图:

- ① 以点 B 为圆心, 任意长为半径作弧, 分别交 AB , BC 于点 D , E ;
- ② 分别以点 D , E 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧, 两弧在 $\angle ABC$ 的内部交于点 F ;
- ③ 作射线 BF , 交 AC 于点 G .

如果 $AB=6$, $BC=9$, $\triangle ABG$ 的面积为9, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 .



(第14题)



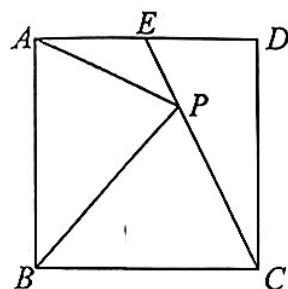
(第15题)

15. 某校学生开展实践活动, 测量路灯的太阳能电池板离地面的高度. 如图, 测倾器的高度为1.6米, 在 A 点安置测倾器, 测得点 M 的仰角 $\angle MBC=33^\circ$, 在与 A 点相距5米的 D 点安置测倾器, 测得点 M 的仰角 $\angle MEC=45^\circ$ (点 A , D , N 在同一条直线上), 则电池板离地面的高度 (线段 MN) 约为 米. (结果取整数; 参考数据: $\sin 33^\circ \approx 0.54$, $\cos 33^\circ \approx 0.84$, $\tan 33^\circ \approx 0.65$)

16. 如果一元二次方程 $x^2+3x-2=0$ 的两个根为 x_1 , x_2 , 则 $x_1^3+3x_1^2-x_1x_2+2x_2=$.

17. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3(x-2) < 4(x-1), \\ 2x-m \leq 2-x \end{cases}$ 恰有两个整数解, 则 m 的取值范围是 .

18. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为5, E 为 AD 的中点, P 为 CE 上一动点, 则 $AP+BP$ 的最小值为 .



(第18题)

三、解答题 (本大题共8小题, 共90分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

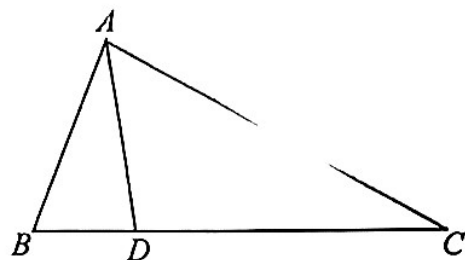
19. (本小题满分10分)

(1) 解方程: $\frac{1}{x-4} = \frac{2}{x-2}$;

(2) 先化简, 再求值: $(4ab^3-8a^2b^2) \div 4ab + (2a+b)(2a-b)$, 其中 $a=2$, $b=-1$.

20. (本小题满分 10 分)

如图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, $\angle ADC + \angle BAC = 180^\circ$, $AB = 4$, $BC = 8$, 求 BD 的长.



(第 20 题)

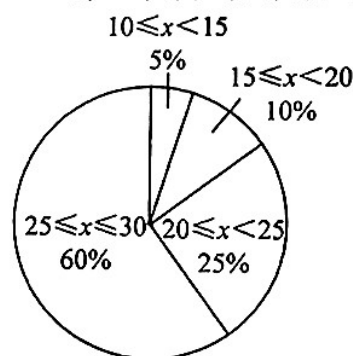
21. (本小题满分 12 分)

某校九年级有 400 名学生, 为了提高学生的体育锻炼兴趣, 体育老师自主开发了一套体育锻炼方法, 并在全年级实施. 为了检验此方法的锻炼效果, 在应用此方法锻炼前, 随机抽取了 20 名学生进行了第一次测试, 在应用此方法锻炼一段时间后, 又对这 20 名同学进行了第二次测试, 获得了他们的成绩 (满分 30 分), 并对数据 (成绩) 进行整理、描述和分析, 给出如下信息:

a. 表 1 第一次测试成绩统计表

分组/分	人数
$5 \leq x < 10$	1
$10 \leq x < 15$	1
$15 \leq x < 20$	9
$20 \leq x < 25$	m
$25 \leq x \leq 30$	3

b. 第二次测试成绩统计图



c. 第一次测试成绩在 $15 \leq x < 20$ 之间的数据是: 15, 16, 17, 17, 18, 18, 19, 19, 19.

d. 第二次测试成绩在 $15 \leq x < 20$ 之间的数据是: 17, 19.

e. 表 2 两次测试成绩的平均数、中位数、众数汇总表

	平均数	中位数	众数
第一次成绩	19.7	n	19
第二次成绩	25	26.5	28

请根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 表 1 中, m 的值等于 , 表 2 中, n 的值等于 ;
- (2) 若测试成绩大于或等于 18 分为及格, 求第二次测试成绩的及格率;
- (3) 该校九年级学生小明觉得体育老师自主开发的这套锻炼方法非常有效, 请给出两条支持小明这一结论的理由.

22. (本小题满分 10 分)

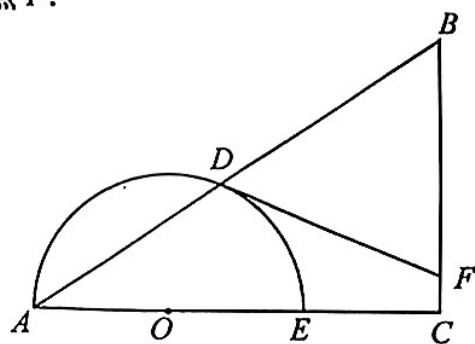
有 5 张看上去无差别的卡片，正面分别写着 1, 2, 3, 4, 5，洗匀后正面向下放在桌子上.

- (1) 从中随机抽取 1 张，抽出的卡片上的数字恰好是偶数的概率是 ▲ ；
- (2) 从中随机抽取 2 张，求抽出的卡片上的数字恰好是两个连续整数的概率.

23. (本小题满分 10 分)

如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，点 O 在 AC 上，以 OA 为半径的半圆 O 分别交 AB ， AC 于点 D ， E ，过点 D 作半圆 O 的切线 DF ，交 BC 于点 F .

- (1) 求证： $BF=DF$ ；
- (2) 若 $AO=CE=4$ ， $CF=1$ ，求 BF 的长.



(第 23 题)

24. (本小题满分 12 分)

某商店销售一种商品，经市场调查发现：该商品的周销售量 y (件) 是售价 x (元/件) 的一次函数，其售价、周销售量、周销售利润 w (元) 的三组对应值如表：

售价 x (元/件)	60	70	80
周销售量 y (件)	100	80	60
周销售利润 w (元)	2000	2400	2400

- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式；
- (2) 直接写出该商品的进价，并求出该商品周销售利润的最大值；
- (3) 由于某种原因，该商品进价提高了 m 元/件 ($m>0$)，物价部门规定该商品售价不得超过 70 元/件，该商店在今后的销售中，周销售量与售价仍然满足 (1) 中的函数关系. 若周销售最大利润是 2000 元，求 m 的值.

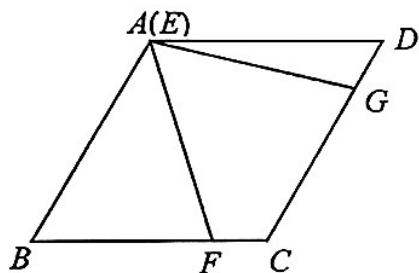
25. (本小题满分 13 分)

如图，菱形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $\angle B=60^\circ$ ， E 为 AB 边上一点，作 $\angle FEG=60^\circ$ ，其两边分别交菱形的边于点 F ， G 。

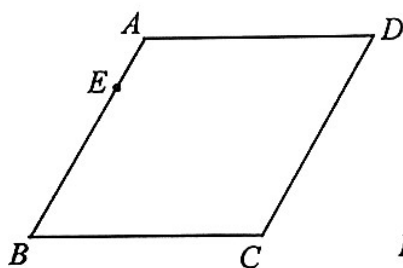
(1) 如图 1，点 E 与点 A 重合，点 F ， G 分别在边 BC ， CD 上，求证： $BF=CG$ ；

(2) 如图 2， $AE=1$ 。当 $CG=\frac{1}{2}$ ，点 F 在边 BC 上时，求 BF 的长；

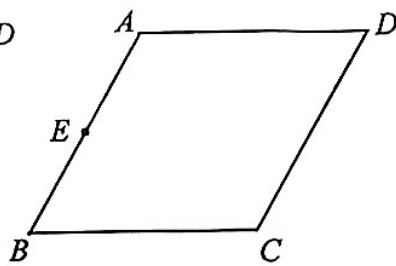
(3) 如图 3， E 为 AB 的中点。当 $FG=2\sqrt{3}$ 时，请直接写出 EG 的长。



(第 25 题图 1)



(第 25 题图 2)



(第 25 题图 3)

26. (本小题满分 13 分)

定义：如果在给定的自变量取值范围内，函数既有最大值，又有最小值，则称该函数在此范围内有界，函数的最大值与最小值的差叫做该函数在此范围内的界值。

(1) 当 $-2 \leq x \leq 1$ 时，下列函数有界的是 ▲ (只要填序号)；

① $y=2x-1$ ； ② $y=-\frac{2}{x}$ ； ③ $y=-x^2+2x+3$ 。

(2) 当 $m \leq x \leq m+2$ 时，一次函数 $y=(k+1)x-2$ 的界值不大于 2，求 k 的取值范围；

(3) 当 $a \leq x \leq a+2$ 时，二次函数 $y=x^2+2ax-3$ 的界值为 $\frac{9}{4}$ ，求 a 的值。

2022 年初中毕业、升学模拟考试试卷

数学试题参考答案及评分标准

说明：本评分标准每题给出了一种或两种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，参照本评分标准的精神给分。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	A	C	C	D	B	D	C	B

二、填空题（本大题共 8 小题，11~12 每小题 3 分，13~18 每小题 4 分，共 30 分）

11. $m(m+1)(m-1)$ 12. $AB \parallel CD$ （答案不唯一） 13. 15π 14. $\frac{45}{2}$
 15. 11 16. -4 17. $-2 \leq m < 1$ 18. $\sqrt{65}$

三、解答题（本大题共 8 小题，共 90 分）

19.（本小题满分 10 分）

解：（1）去分母，两边同时乘以 $(x-4)(x-2)$ ，得
 $x-2=2(x-4)$ 2 分
 解得 $x=6$ 4 分
 检验：当 $x=6$ 时， $(x-4)(x-2) \neq 0$.
 \therefore 方程的解为 $x=6$ 5 分
 （2）原式 $= (4ab^3 - 8a^2b^2) + 4ab + (2a+b)(2a-b)$
 $= b^2 - 2ab + 4a^2 - b^2$
 $= 4a^2 - 2ab$ 8 分
 当 $a=2$ ， $b=-1$ 时，
 原式 $= 4 \times 2^2 - 2 \times 2 \times (-1)$
 $= 16 + 4$
 $= 20$ 10 分

20.（本小题满分 10 分）

解： $\because \angle ADC + \angle BAC = 180^\circ$ ， $\angle ADC + \angle ADB = 180^\circ$ ，
 $\therefore \angle ADB = \angle BAC$ 2 分
 又 $\because \angle B = \angle B$
 $\therefore \triangle BAD \sim \triangle BCA$ 5 分
 $\therefore \frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BC}$ 7 分
 $\therefore BA^2 = BD \cdot BC$ 8 分
 $\because AB=4$ ， $BC=8$ ，
 $\therefore BD=2$ 10 分

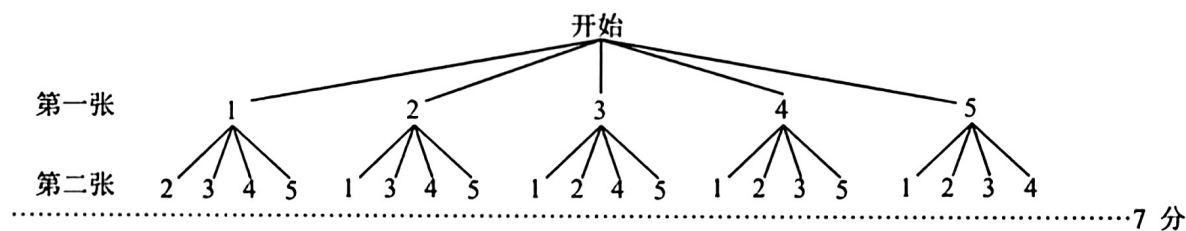
21.（本小题满分 12 分）

解：（1） $m=6$ ， $n=19$ ； 4 分
 （2） $\because 20 \times 60\% + 20 \times 25\% = 17$ ， $17+1=18$ ，
 $\therefore 18 \div 20 \times 100\% = 90\%$ 7 分
 答：第二次测试成绩的及格率为 90%. 8 分
 （3）第二次测试成绩的平均分，中位数，众数等均明显高于第一次。
 （给出两条理由，合理即给分） 12 分

22. (本小题满分 10 分)

解: (1) $\frac{2}{5}$; 3 分

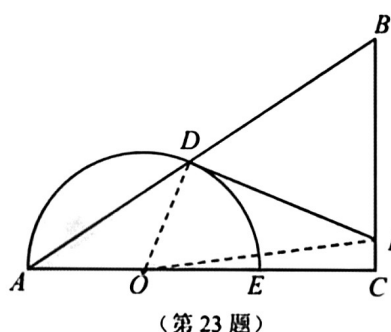
(2) 画树状图如图:



共有 20 种等可能的结果, 取出的数字是两个连续整数 (记为事件 A) 的结果有 8 种,

$\therefore P(A) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ 10 分

23. (本小题满分 10 分)



(1) 证明: 连接 OD , 如图,

\because 半圆 O 的切线 DF ,

$\therefore \angle ODF = 90^\circ$ 1 分

$\therefore \angle ADO + \angle BDF = 90^\circ$ 2 分

$\because \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAD + \angle B = 90^\circ$ 3 分

$\because OA = OD$

$\therefore \angle OAD = \angle ADO$.

$\therefore \angle B = \angle BDF$ 4 分

$\therefore BF = DF$ 5 分

(2) 解: 连接 OF .

$\because AO = CE = 4, AO = OE$,

$\therefore OC = 8$ 6 分

$\because \angle C = 90^\circ = \angle ODF = 90^\circ, CF = 1$,

$\therefore OF^2 = OC^2 + CF^2 = OD^2 + DF^2 = 65$ 8 分

又 $\because OD = 4$,

$\therefore DF = BF = 7$ 10 分

24. (本小题满分 12 分)

解: (1) 设 $y = kx + b$, 将 $(60, 100), (70, 80)$ 分别代入得

$$\begin{cases} 100 = 60k + b, \\ 80 = 70k + b, \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} k = -2 \\ b = 220, \end{cases}$

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = -2x + 220$ 3 分

(2) 进价为 40 元/件. 5 分

$w = (-2x + 220)(x - 40) = -2(x - 110)(x - 40)$, 6 分

\therefore 抛物线开口向下, 对称轴为直线 $x = 75$,

\therefore 当 $x = 75$ 时, w 有最大值为 $(-2 \times 75 + 220)(75 - 40) = 2450$ 元 8 分

(3) $w = (-2x + 220)(x - 40 - m) = -2(x - 110)(x - 40 - m)$, 10 分

\therefore 抛物线开口向下, 对称轴为直线 $x = \frac{11 + 40 + m}{2} = 75 + \frac{m}{2}$,

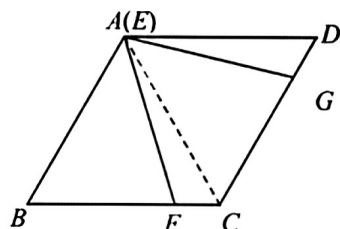
∴当 $x < 75 + \frac{m}{2}$ 时, w 随 x 的增大而增大.

又 ∵ $x \leq 70$,

∴当 $x = 70$ 时, w 有最大值: $(-2 \times 70 + 220)(70 - 40 - m) = 2000$ 11 分

解得: $m = 5$ 12 分

25. (本小题满分 13 分)



(第 25 题图 1)

(1) 证明: 连结 AC , 如图 1.

∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

∴ $AB = BC = CD = AD$, $\angle B = \angle D = 60^\circ$ 1 分

∴ $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 为等边三角形. 2 分

∴ $AB = AC$, $\angle BAC = \angle ACD = 60^\circ$.

又 ∵ $\angle FEG = 60^\circ$,

∴ $\angle BAF = \angle CAG$ 3 分

∴ $\triangle ABF \cong \triangle ACG$.

∴ $BF = CG$ 4 分

(2) 解: 连接 AC , 由题意可得, $BE = 3$,

① 如图 2, 当 G 在 BC 上时, 作 $GH \parallel AC$, 交 AB 于点 H .

∴ $\angle BHG = \angle BAC = \angle B = 60^\circ$,

∴ $\triangle BGH$ 为等边三角形. 5 分

$\angle HEG + \angle HGE = \angle HEG + \angle BEF = 120^\circ$.

∴ $BH = GH = BG = BC - CG = \frac{7}{2}$, $\angle HGE = \angle BEF$.

∴ $\triangle BFE \sim \triangle HEG$ 6 分

∴ $\frac{BF}{HE} = \frac{BE}{HG}$.

∴ $HE = \frac{1}{2}$, $BE = 3$, $HG = \frac{7}{2}$,

∴ $BF = \frac{3}{7}$ 7 分

② 如图 3, 当 G 在 CD 上时, 作 $GH \parallel AC$, 交 BA 的延长线于点 H .

∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

∴ $AB \parallel CD$.

∴ 四边形 $ACGH$ 是平行四边形.

∴ $AH = CG = \frac{1}{2}$.

∴ $EH = \frac{3}{2}$.

∵ $GH \parallel AC$,

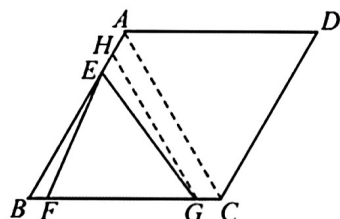
∴ $\angle BHG = \angle BAC = \angle B = 60^\circ$.

∴ $\angle HEG + \angle HGE = \angle HEG + \angle BEF = 120^\circ$.

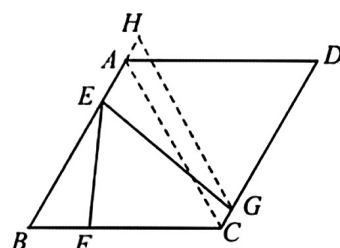
∴ $\angle HGE = \angle BEF$.

∴ $\triangle BFE \sim \triangle HEG$ 8 分

∴ $\frac{BF}{HE} = \frac{BE}{HG}$.



(第 25 题图 2)



(第 25 题图 3)

$$\because HE = \frac{3}{2}, BE = 3, HG = 4$$

$$\therefore BF = \frac{9}{8}. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{综上所述: } BF = \frac{3}{7} \text{ 或 } \frac{9}{8}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$(3) 2, 4 \text{ 或 } 2\sqrt{3}. (\text{答对一个得 } 1 \text{ 分}) \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

26. (本小题满分 13 分)

解: (1) ①③; $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 当 $x = m$ 时, $y = (k+1)m - 2$; 当 $x = m+1$ 时, $y = (k+1)(m+1) - 2$.

①当 $k+1 > 0$ 时, 即 $k > -1$ 时, y 随 x 的增大而增大, 由题意得

$$(k+1)(m+2) - 2 - [(k+1)m - 2] \leq 2,$$

解得, $k \leq 0$.

$$\therefore -1 < k \leq 0. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

②当 $k+1 < 0$ 时, 即 $k < -1$ 时, y 随 x 的增大而减小, 由题意得

$$(k+1)m - 2 - [(k+1)(m+2) - 2] \leq 2,$$

解得, $k \geq -2$.

$$\therefore -2 \leq k < -1. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore k \text{ 的取值范围为 } -2 \leq k < -1 \text{ 或 } -1 < k \leq 0. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$(3) \because y = x^2 + 2ax - 3 = (x+a)^2 - a^2 - 3,$$

$$\therefore \text{该抛物线开口向上, 对称轴为 } x = -\frac{2a}{2} = -a.$$

\therefore 当 $x > -a$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x < -a$ 时, y 随 x 的增大而减小.

令 $x = a$, 得 $y = 3a^2 - 3$; 令 $x = a+2$, 得 $y = 3a^2 + 8a + 1$; 令 $x = -a$, 得 $y = -a^2 - 3$.

$$\text{①当 } -a < a, \text{ 即 } a > 0 \text{ 时, 由题意得, } 3a^2 + 8a + 1 - (3a^2 - 3) = \frac{9}{4},$$

$$\text{解得 } a = -\frac{7}{32} (\text{舍去}); \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{②当 } a \leq -a < a+1, \text{ 即 } -\frac{1}{2} < a \leq 0 \text{ 时, 由题意得, } 3a^2 + 8a + 1 - (-a^2 - 3) = \frac{9}{4},$$

$$\text{解得 } a_1 = -\frac{1}{4}, a_2 = -\frac{7}{4} (\text{舍去}); \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{③当 } a+1 \leq -a < a+2, \text{ 即 } -1 < a \leq -\frac{1}{2} \text{ 时, 由题意得, } 3a^2 - 3 - (-a^2 - 3) = \frac{9}{4},$$

$$\text{解得 } a_1 = -\frac{3}{4}, a_2 = \frac{3}{4} (\text{舍去}); \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{④当 } -a \geq a+2, \text{ 即 } a \leq -1 \text{ 时, 由题意得, } 3a^2 - 3 - (3a^2 + 8a + 1) = \frac{9}{4},$$

$$\text{解得 } a = -\frac{25}{32} (\text{舍去}). \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\text{综上所述, } a \text{ 的值为 } -\frac{3}{4} \text{ 或 } -\frac{1}{4}. \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$