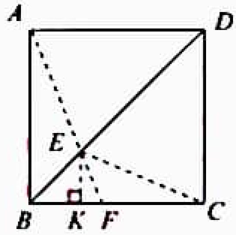
数学参考答案

1. A　2. B　3. C　4. A　5. D　6. B　7. C　8. B　9. D

10. A　提示：当点 E 与点 B 重合时，$EF+EC=8$，即 $BF+BC=8$，又∵$BF=\frac{1}{2}CF$，∴$BF=2$，$BC=6$. 连接 AF 交 BD 于点 E，过点 E 作 $EK\perp BC$ 于点 K，连接 EC，此时 $EF+EC=AF$ 为最小值，$AF=\sqrt{AB^2+BF^2}=2\sqrt{10}$. 易知 $EK\parallel AB$，∴$\triangle FEK\backsim\triangle FAB$，∴$\frac{EK}{AB}=\frac{KF}{BF}$. ∵$\angle EBK=45°$，设 $EK=BK=x$，∴$\frac{x}{6}=\frac{2-x}{2}$，解得 $x=\frac{3}{2}$，∴函数图象的最低点的坐标为$\left(\frac{3}{2},2\sqrt{10}\right)$.



11. $x>-1$　12. -7　13. 5

14. (1)2　(2)$\frac{6}{5}$或$\frac{12\sqrt{85}}{85}$　提示：(1)由 $2S_{\triangle ABO}=3S_{\triangle ACO}$ 可知$\frac{BO}{CO}=\frac{3}{2}$. ∵$AB=4$，$AC=3$，∴$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=5$，∴$CO=2$. (2)①当 $l\parallel AB$ 时，如图1，设 l 与 AC 交于点 M，则 CM 即为点 C 到直线 l 的距离，此时$\frac{CM}{CA}=\frac{CO}{CB}=\frac{2}{5}$，∴$CM=\frac{6}{5}$；②当 l 与 AB 相交时，l 必经过 AB 的中点 P，如图2，过点 P 作 $PQ\perp BC$，垂足为点 Q，过点 C 作 $CR\perp PR$，垂足为点 R，∴$BP=\frac{1}{2}AB=2$，易证 $\triangle BPQ\backsim\triangle BCA$，∴$\frac{BQ}{BA}=\frac{PQ}{CA}=\frac{BP}{BC}=\frac{2}{5}$，∴$BQ=\frac{8}{5}$，$PQ=\frac{6}{5}$，∴$OQ=BO-BQ=\frac{7}{5}$，∴$PO=\sqrt{PQ^2+OQ^2}=\frac{\sqrt{85}}{5}$，易证 $\triangle PQO\backsim\triangle CRO$，∴$\frac{CR}{CO}=\frac{PQ}{PO}$，即$\frac{CR}{2}=\frac{6}{\sqrt{85}}$，解得 $CR=\frac{12\sqrt{85}}{85}$. 综上所述，点 C 到直线 l 的距离为$\frac{6}{5}$或$\frac{12\sqrt{85}}{85}$.

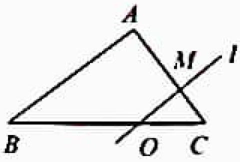


图1

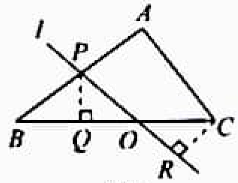


图2

15. 解：原式 $=\sqrt{3}-1+9-2\sqrt{3}$ ……………… 6分

$=8-\sqrt{3}$. ……………… 8分

16. 解：设原计划每组 x 人，则实际分组时每组 $1.5x$ 人. ……………… 1分

由题意，得$\frac{210}{x}-\frac{210}{1.5x}=7$，……………… 3分

解得 $x=10$. ……………… 5分

经检验，$x=10$ 是原分式方程的解，且符合题意.

∴$10\times1.5=15$. ……………… 7分

答：实际分组时每组的人数为15. ……… 8分

17. 解：过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，易得 $\angle CAD=60°$，$\angle BCD=40°$.

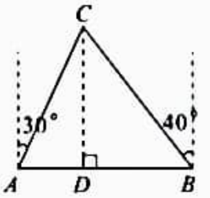
在 $Rt\triangle ACD$ 中，$CD=AC\cdot\sin60°=60\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=90$. ……………… 3分

在 $Rt\triangle BCD$ 中，

$BC=\frac{CD}{\cos 40^\circ}=\frac{90}{\cos 40^\circ}$. ………………… 6 分

则$\frac{BC}{50}=\frac{90}{50\cos 40^\circ}\approx 2.3$(小时).

答:从 B 到达 C 大约需要 2.3 小时. …… 8 分



18. 解:(1)∵AB 为⊙O 的直径,

∴$\angle ADB=\angle ADE=90^\circ$.

∵$CD=BD$,∴$\angle EAD=\angle BAD$. ……… 2 分

∴$\angle E=\angle ABE$,∴$\triangle ABE$ 为等腰三角形.

∴$DE=BD$,∴$CD=DE$. ………… 4 分

(2)连接 BC.

∵AB 为⊙O 的直径,∴$\angle ACB=90^\circ$.

在 Rt $\triangle ABC$ 中,由勾股定理得 $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

由(1)知 $AB=AE$,$BD=DE$,

∴$CE=AE-AC=10-6=4$. ………… 6 分

在 Rt $\triangle BCE$ 中,由勾股定理得 $BE=\sqrt{BC^2+CE^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$.

∴$BD=\frac{1}{2}BE=2\sqrt{5}$. …………………… 8 分

19. 解:(1)$1\ 000x+10y+505$. ……………… 2 分

(2)由题意,得$\overline{xy}$的兄弟数为$\overline{yx}$.

∵两位数$\overline{xy}$的兄弟数与原数的差为 63,

∴$\overline{yx}-\overline{xy}=63$,

∴$10y+x-(10x+y)=63$,∴$y-x=7$.

∵x,y 均为 1~9 的自然数,

∴$\overline{xy}$为 18 或 29. …………………… 6 分

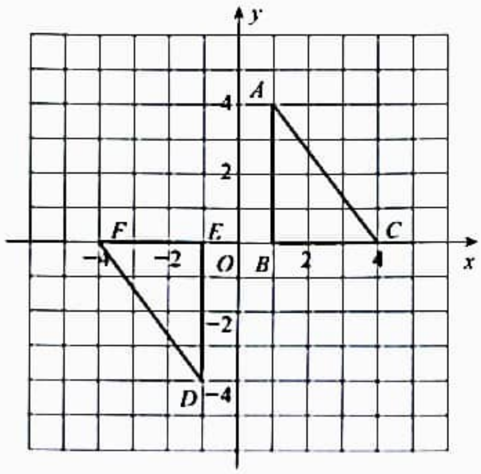
(3)∵$\overline{abab}=1\ 000a+100b+10a+b=1\ 010a+101b=101(10a+b)$.

又∵a,b 为自然数,

∴$101(a+b)$能被 101 整除,

即$\overline{abab}$一定能被 101 整除. ………… 10 分

20. 解:(1)$\triangle DEF$ 如图所示.



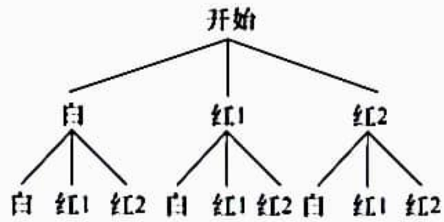
………………………………………… 3 分

(2)平行且相等. ………………………… 6 分

(3)1. ……………………………………… 10 分

21. 解:(1)0.33;2. ………………………… 4 分

(2)将 2 个红球分别记为红 1、红 2,画树状图如下:



………………………………………… 8 分

由树状图可知,共有 9 种等可能的结果,其中恰好摸到 1 个白球、1 个红球的情况有 4 种,则 P(1 个白球、1 个红球)$=\frac{4}{9}$.

所以两次摸到的球恰好 1 个是白球、1 个是红球的概率为$\frac{4}{9}$. ………………………… 12 分

22. 解:(1)∵$h=2$,∴点 $B(2,y_2)$为抛物线的顶点,

∴点 A 与点 C 关于对称轴对称,

∴$AB=BC$,∴$\lambda=\frac{AB}{BC}=1$. ………… 4 分.

(2)∵$h=1$,且抛物线经过点 $A(1,y_1)$,$B(2,y_2)$,$C(3,y_3)$,

∴$y_1=k$,$y_2=a+k$,$y_3=4a+k$,

∴$AB=\sqrt{a^2+1}$,$BC=\sqrt{9a^2+1}$. ……… 6 分

$\because \lambda=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\therefore \frac{AB^2}{BC^2}=\frac{1}{5}$，即$\frac{a^2+1}{9a^2+1}=\frac{1}{5}$，

解得 $a=\pm 1$. …………………………… 8 分

(3)若 $\lambda>1$，则 h 的取值范围为 $h>2$. ………

…………………………………… 12 分

23. 解：(1)$\because DF\perp AC$，$\therefore \angle DEA=90°$.

$\because \angle ABC=90°$，$\therefore \angle DEA=\angle ABC$.

$\because AD/\!/BC$，$\therefore \angle DAE=\angle ACB$.

$\because DA=AC$，$\therefore \triangle DAE\cong\triangle ACB$，

$\therefore DE=AB$. ……………………………… 3 分

(2)连接 AG 并延长交 CD 于点 M.

$\because CG/\!/AB$，$\therefore \angle ACG=\angle CAB$.

由(1)知$\triangle DAE\cong\triangle ACB$，$\therefore \angle CAB=\angle ADE$.

$\because AD/\!/BC$，$\therefore \angle ADE=\angle DFC$，

$\therefore \angle ADE=\angle ACG=\angle DFC$.

$\because AC=AD$，$\therefore \angle ADC=\angle ACD$，

$\therefore \angle GDC=\angle GCD$，$\therefore CG=DG$. ……… 5 分

$\because AG=AG$，$\therefore \triangle ACG\cong\triangle ADG$，

$\therefore \angle CAG=\angle DAG$，$\therefore AM\perp CD$，

$\therefore \angle DMG=\angle AEG=\angle DEC=90°$，

$\therefore \angle CDF=90°-\angle DGM=90°-\angle AGE=\angle GAC$，

$\therefore \triangle DCF\backsim\triangle AGC$，$\therefore \frac{CF}{CG}=\frac{DF}{AC}$，

$\therefore CF\cdot AC=DF\cdot CG$，

$\therefore CF\cdot CA=DF\cdot DG$. ………………… 8 分

(3)由(1)知$\triangle DAE\cong\triangle ACB$，$\therefore AE=BC$.

设 $AE=BC=x$，$AD=AC=y$，则 $CE=y-x$.

$\because F$ 是 BC 的中点，$\therefore CF=\frac{1}{2}x$.

$\because AD/\!/BC$，$\therefore \triangle FCE\backsim\triangle DAE$，

$\therefore \frac{CF}{AD}=\frac{CE}{AE}$，

$\therefore CF\cdot AE=AD\cdot CE$，即$\frac{1}{2}x^2=y(y-x)$，…

…………………………………… 11 分

整理得$\left(\frac{x}{y}\right)^2+2\left(\frac{x}{y}\right)-2=0$，

解得$\frac{x}{y}=\sqrt{3}-1$(负值舍去)，

即$\frac{BC}{AD}=\sqrt{3}-1$. ………………………… 14 分