

# 2022 年中招第二次模拟考试

## 数学试题

注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 三个大题, 满分 120 分, 考试时间 100 分钟;
2. 本试卷上不要答题, 请按答题卡上注意事项的要求直接把答案填写在答题卡上, 答在试卷上的答案无效.

一. 选择题(每小题 3 分, 共 30 分) 下列各题均有四个答案, 其中只有一个是正确的.

1. 下列各数中比 1 小的数是

- A.  $|-1|$       B. 0      C. 2      D.  $\sqrt{2}$

2. 少年的一根头发的直径大约为 0.0000412 米, 将数据“0.0000412”用科学记数法表示为

- A.  $0.412 \times 10^{-4}$       B.  $4.12 \times 10^{-4}$       C.  $4.12 \times 10^{-5}$       D.  $4.12 \times 10^{-6}$

3. 下列命题中, 逆命题是真命题的是

- A. 对顶角相等  
B. 互为邻补角的两个角的和为  $180^\circ$   
C. 同位角相等, 两直线平行  
D. 矩形的对角线相等

4. 2022 年北京冬奥会自由式滑雪女子 U 型场地技巧决赛中, 中国金牌选手谷爱凌第二跳分数如下: 95, 95, 95, 95, 96, 96, 关于这组数据, 下列描述正确的是

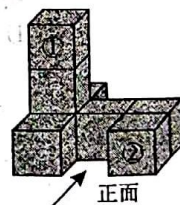
- A. 中位数是 95      B. 众数是 95.5      C. 平均数是 95.25      D. 方差是 0.01

5. 下列计算正确的是

- A.  $a \cdot a = 2a$       B.  $(-2a^3)^2 = -4a^6$   
C.  $(a+1)^2 = a^2 + 1$       D.  $\sqrt{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$

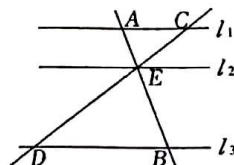
6. 如图是由几个同样大小的小正方体组成的几何体, 若将小正方体①移到②的上方, 则下列说法正确的是

- A. 主视图与左视图都不变  
B. 主视图改变, 左视图不变  
C. 左视图改变, 俯视图不变  
D. 主视图、左视图、俯视图都发生改变

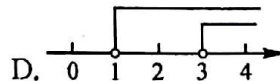
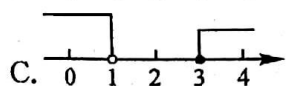
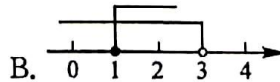
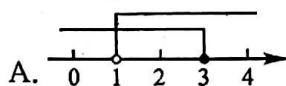


7. 如图, 直线  $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ , 已知  $AE=1, BE=2, DE=3$ , 则  $CD$  的长为

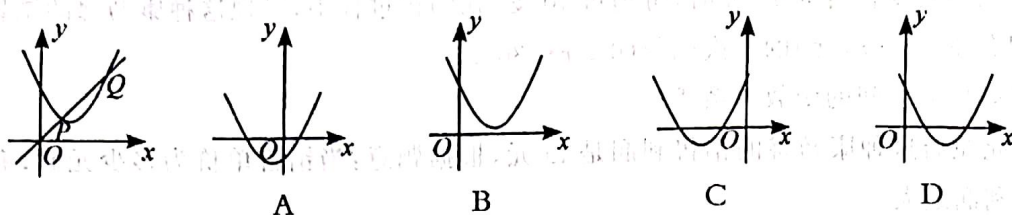
- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $\frac{9}{2}$       C. 6      D.  $\frac{15}{2}$



8. 不等式组  $\begin{cases} x-1 > 0 \\ \frac{x+1}{2} \leq 2 \end{cases}$  的解集在数轴上表示为



9. 如图, 一次函数  $y_1 = x$  与二次函数  $y_2 = ax^2 + bx + c$  的图象相交于  $P, Q$  两点, 则函数  $y = ax^2 + (b-1)x + c$  的图象可能是



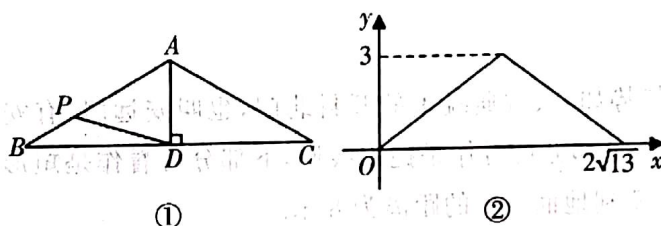
10. 如图①, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$  ( $BD > AD$ ). 动点  $P$  从  $B$  点出发, 沿折线  $BA \rightarrow AC$  方向运动, 运动到点  $C$  停止. 设点  $P$  的运动路程为  $x$ ,  $\triangle BPD$  的面积为  $y$ ,  $y$  与  $x$  的函数图象如图②, 则  $BC$  的长为

A. 3

B. 6

C. 8

D. 9

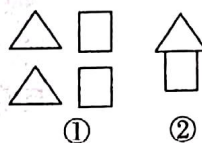


## 二. 填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

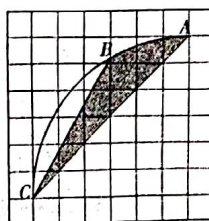
11. 请写出一个大于 1 小于 3 的无理数\_\_\_\_\_.

12. 关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + 2x - 1 = 0$  有实数根, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

13. 现有 4 张卡片, 如图①所示, 甲、乙两人依次从中随机抽取一张, 则甲、乙两人抽取的两张卡片能拼成如图②“小房子”的概率为\_\_\_\_\_.



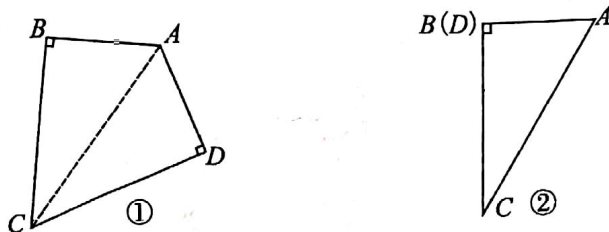
14. 如图所示的网格中, 每个小正方形的边长均为 1, 点  $A, C$  均在小正方形的顶点上, 点  $B$  在弧  $AC$  上, 且  $\angle ACB = 15^\circ$ , 则阴影部分的周长为\_\_\_\_\_.



15. 如图①, 四边形  $ABCD$  中,  $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ,  $AB = AD = \sqrt{3}$ ,  $\angle BCD = 60^\circ$ , 将四边形  $ABCD$  作如下操作:

(1) 将四边形  $ABCD$  沿对角线  $AC$  折叠, 使点  $B$  与点  $D$  重合, 如图②所示;

(2) 将图②中的直角三角形折叠, 使折痕经过  $\triangle ABC$  的任一个顶点, 再把折叠后的图形完全展开, 请观察展开后的图形, 当此次折叠后的两条折痕与原四边形的边 (或边的一部分) 组成的四边形为菱形时, 该菱形的边长为\_\_\_\_\_.



三.解答题(本大题 8 个小题,共 75 分)

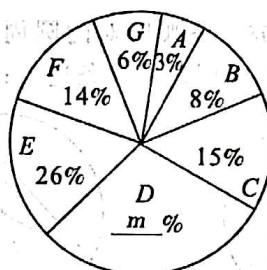
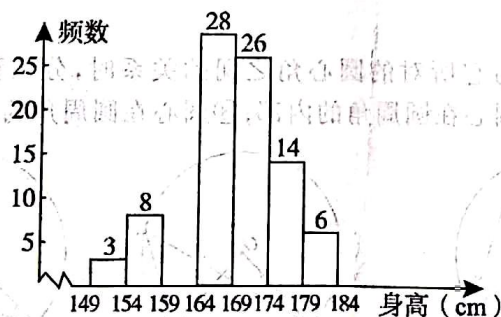
16. (10 分)(本题共 2 个小题,每小题 5 分,共 10 分)

(1) 计算  $(\frac{1}{3})^{-1} + (\pi - 3.14)^0 + |1 - \sqrt{2}| - 2 \sin 45^\circ$

(2) 解方程:  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{6}{x^2-1} = 1$

17. (9 分)某校举行运动会,七年级准备排练“精忠报国”武术操,参加运动会开幕式.为使参赛选手身高比较整齐,需了解学生的身高分布情况,现从 12 个班级中任取两个班级的学生,收集他们的身高数据,并整理出如下的频数分布表、频数分布直方图和扇形统计图(部分信息未给出).

组别	身高范围(单位:厘米)	划 记	频数	频率
A	$149 \leq x < 154$	下	3	0.03
B	$154 \leq x < 159$	正下	8	0.08
C	$159 \leq x < 164$		a	0.15
D	$164 \leq x < 169$	正正正正正下	28	b
E	$169 \leq x < 174$	正正正正正一	26	0.26
F	$174 \leq x < 179$	正正正	14	0.14
G	$179 \leq x < 184$	正一	6	0.06



请根据统计图表提供的信息,解答下列问题:

(1) 本次抽样调查的样本容量是 \_\_\_\_\_.

(2)  $a =$  \_\_\_\_\_  $b =$  \_\_\_\_\_  $m =$  \_\_\_\_\_

(3) 请补全频数分布直方图

(4) 若七年级共有 600 名学生,请估计身高在 D 组的学生的人数.

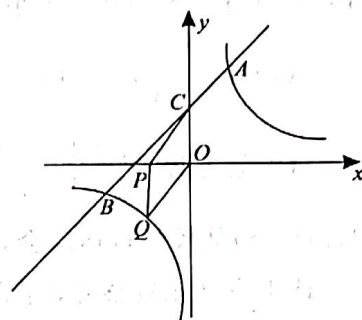


18. (9分) 如图, 平面直角坐标系中, 反比例函数  $y = \frac{n}{x} (n \neq 0)$  与一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象相交于点  $A(1, m)$ ,  $B(-3, -1)$  两点.

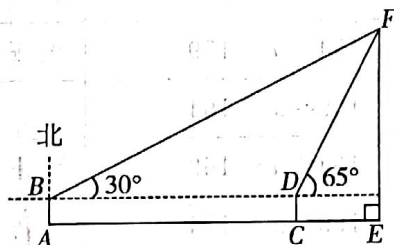
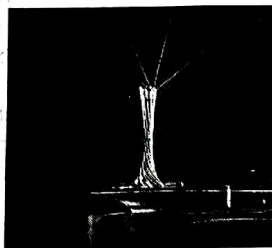
(1) 求反比例函数与一次函数的解析式;

(2) 直接写出  $kx + b > \frac{n}{x}$  的解集.

(3) 已知直线  $AB$  与  $y$  轴交于点  $C$ , 点  $P(t, 0)$  是  $x$  轴上一动点, 作  $PQ \perp x$  轴交反比例函数图象于点  $Q$ , 当以  $C, P, Q, O$  为顶点的四边形的面积等于 2 时, 求  $t$  的值.



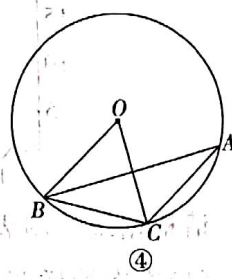
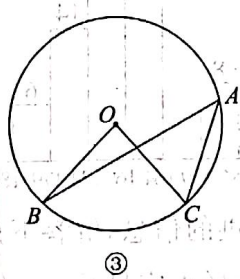
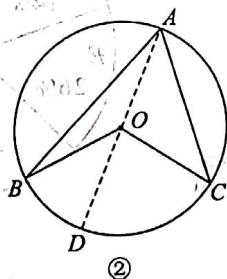
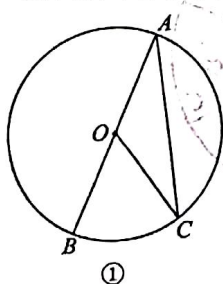
19. (9分) 第 31 届世界大学生运动会代表建筑主火炬塔, 在亮灯之夜, 塔身通体透亮, 流光溢彩. 某数学活动小组利用课余时间测量主火炬塔的高度. 在点  $A$  处放置高为 1 米的测角仪  $AB$ , 在  $B$  处测得塔顶  $F$  的仰角为  $30^\circ$ ; 沿  $AC$  方向继续向前行 38 米至点  $C$ , 在  $CD$  处测得塔顶  $F$  的仰角为  $65^\circ$  (点  $A, C, E$  在同一条直线上).



- (1) 点  $D$  相对于点  $F$  的方位角是 \_\_\_\_\_.
- (2) 依据上述测量数据, 求出主火炬塔  $EF$  的高度.

(结果保留整数, 参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.73, \sin 25^\circ \approx 0.42, \cos 25^\circ \approx 0.91, \tan 25^\circ \approx 0.47$ )

20. (9分) 在探究一条弧所对的圆周角与它所对的圆心角之间的关系时, 分三种情况进行讨论: ①圆心在圆周角的一条边上; ②圆心在圆周角的内部; ③圆心在圆周角的外部.



- (1) 在图①中, 通过测量  $\angle BOC = 56^\circ$ ,  $\angle BAC = 28^\circ$ , 由此可得  $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ , 在图②

中, 连接  $AO$ , 并延长  $AO$  交  $\odot O$  于点  $D$ , 可得  $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ , 请猜想图③中  $\angle BAC$  与  $\angle BOC$  的数量关系, 并给予证明.

- (2) 在图④中, 若  $\angle BOC = 60^\circ$ , 连接  $BC$ , 当  $AC = BC = 2$  时, 请过点  $B$  画出  $\odot O$  的切线, 交  $AC$  的延长线于点  $D$ , 并直接写出  $BD$  的长.

21. (9分) “慈母手中线, 游子身上衣”, 为感恩母亲, 许多子女选择用康乃馨这种鲜花来表达对母亲的祝福. 某花店采购了一批康乃馨, 进价是每支 8 元. 当每支售价为 12 元时, 可销售 30 支; 当每支售价为 10 元时, 可销售 40 支. 在销售过程中, 发现这种康乃馨的销售量  $y$  (支) 是每支售价  $x$  (元) 的一次函数 ( $0 \leq x < 30$ ).

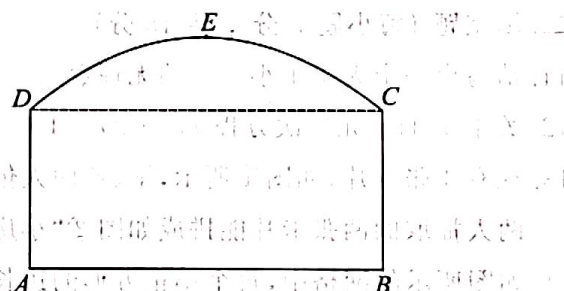
(1) 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式;

(2) 设此花店这种康乃馨的销售利润是  $w$  元, 根据题意: 当销售单价为多少元时, 商家获得利润最大.

22. (10分) 如图①是气势如弘、古典凝重的开封北门, 也叫安远门, 有安定远方之寓意. 其主门洞的截面如图②, 上部分可看作是抛物线形, 下部分可看作是矩形, 边  $AB$  为 16 米,  $BC$  为 6 米, 最高点  $E$  到地面  $AB$  的距离为 8 米.



图①



图②

(1) 请在图②中建立适当的平面直角坐标系, 并求出抛物线的解析式.

(2) 该主门洞内设双向行驶车道, 正中间有 0.6 米宽的双黄线. 车辆必须在双黄线两侧行驶, 不能压双黄线, 并保持车辆最高点与门洞有不少于 0.6 米的空隙 (安全距离). 试判断一辆大型货运汽车装载某大型设备后, 宽 3.7 米, 高 6.6 米, 能否安全通过该主门洞? 并说明理由.

23. (10分) 中华文明源远流长,如图①是汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的图形,人们称之为赵爽弦图,被誉为中国数学界的图腾.2002年北京国际数学家大会依据赵爽弦图制作了会标,该图有4个全等的直角三角形围成一个大正方形和中间一个小正方形,巧妙的证明了勾股定理.

### 问题发现

如图①,若直角三角形的直角边  $BC = 3$ ,斜边  $AB = 5$ ,则中间小正方形的边长  $CD =$  \_\_\_\_\_,连接  $BD$ ,  $\triangle ABD$  的面积为 \_\_\_\_\_.

### 知识迁移

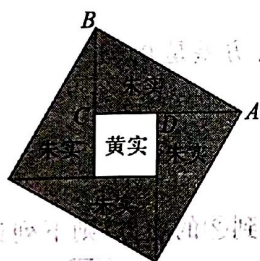
如图②,  $P$  是正方形  $ABCD$  内一点,连接  $PA, PB, PC$ ,当  $\angle BPC = 90^\circ$ ,  $BP = \sqrt{10}$  时,  $\triangle PAB$  的面积为 \_\_\_\_\_.

### 拓展延伸

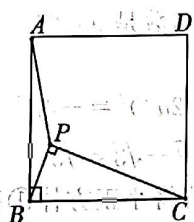
如图③,已知  $\angle MBN = 90^\circ$ ,以点  $B$  为圆心,适当长为半径画弧,交射线  $BM, BN$  分别于  $A, C$  两点.

(1) 已知  $D$  为线段  $AB$  上一个动点,连接  $CD$ ,过点  $B$  作  $BE \perp CD$ ,垂足为点  $E$ ;在  $CE$  上取一点  $F$ ,使  $EF = BE$ ;过点  $F$  作  $GF \perp CD$  交  $BC$  于点  $G$ ,试判断三条线段  $BE, DE, GF$  之间的数量关系,并说明理由.

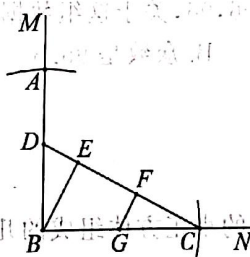
(2) 在(1)的条件下,若  $D$  为射线  $BM$  上一个动点,  $F$  为射线  $EC$  上一点,当  $AB = 10$ ,  $CF = 2$  时,直接写出线段  $DE$  的长.



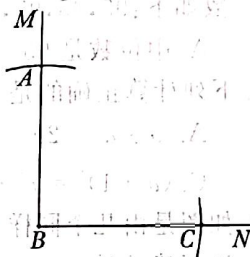
①



②



③



备用图