

九年级数学

1-5 DDBCA 6-8 CDB

9. $\sqrt{2}$ 10. 9.3 11. 1 12. $\frac{48}{x-4} - \frac{48}{x} = 6$. 13. $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6}$ 14. $\frac{49}{20}\sqrt{3}$

四、解答题（本大题共 9 小题，共 74 分）

16.（本题每小题 4 分，共 8 分）

解：（1） $\frac{x^2-2x}{x-3} \div \frac{x^2-4x+4}{x-3} = \frac{x(x-2)}{x-3} \div \frac{(x-2)^2}{x-3}$
 $= \frac{x(x-2)}{x-3} \times \frac{x-3}{(x-2)^2} = \frac{x}{x-2}$ 4 分

（2）由 $5 - \frac{1}{3}x \geq 3$ 得 $\frac{1}{3}x \leq 2$ 即 $x \leq 6$

由 $\frac{2}{3}x + 1 < x$ 得 $x > 3$

综上所述 $3 < x \leq 6$ ，

满足条件得正整数为 4，5，68 分

17.（本小题满分 6 分）

解：列表如下

$\begin{matrix} b \\ a \end{matrix}$	1	2	3	4
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)

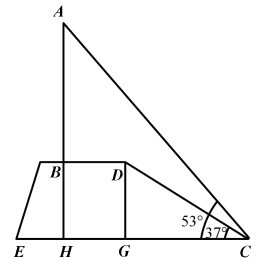
.....3 分

由表可知共有 12 种等可能结果，满足 $a \geq b$ 的有 6 种，不满足 $a \geq b$ 的有 6 种

$P(\text{小刚胜}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ， $P(\text{小明胜}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

因为 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 5 分

所以游戏公平.6 分



18. (本小题满分 6 分)

解: 延长 AB 交 EC 于 H , 作过 D 作 $DG \perp EC$ 交 EC 于点 G .

在 $Rt\triangle DGC$ 中, $DG = CD \sin 37^\circ = 30 \cdot \frac{3}{5} = 18$ (米)2 分

$GC = CD \cos 37^\circ = 30 \times \frac{4}{5} = 24$ (米)

$HC = HG + GC = 9 + 24 = 33$ (米)4 分

在 $Rt\triangle AHC$ 中, $\tan 53^\circ = \frac{AH}{HC}$, $AH = HC \tan 53^\circ = 33 \times \frac{4}{3} = 44$ (米)5 分

$AB = AH - BH = 44 - 18 = 26$ (米)6 分

所以, 灯塔 AB 的高度为 26 米.

19. (本小题满分 6 分)

解: (1) 可知 D 组 10 人占了 10%, 所以总人数为 $10 \div 10\% = 100$ 人1 分

$a = 100 \times 12\% = 12$,2 分

$b = 35 \div 100 = 35\%$ 3 分

$c = 100 - 12 - 35 - 10 = 43$ 4 分

(2) 随机调查作业平均完成时间低于 90 分钟的学生占 $90 \div 100 = 90\%$,

则 $950 \times 90\% = 855$ 人

所以估计全校书面作业平均完成时间低于 90 分钟的学生人数为 855 人.6 分

20. (本小题满分 8 分)

解: (1) \because 点 $A(1, m)$ 在一次函数与反比例函数图象上,

$$\therefore \begin{cases} m = 1 + \frac{2}{3}k \\ m = \frac{k}{1} \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m = 3 \\ k = 3 \end{cases} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 由图象知 $x < -3$ 或 $0 < x < 1$ 8 分

21. (本小题满分 8 分)

证明 (1) \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore AB = CD, AD = BC, \angle B = \angle D \dots\dots\dots 2$$

又 \because 点 E, F 分别为 AD, BC 的中点

$$\therefore AE = DE = \frac{1}{2}AD, BF = CF = \frac{1}{2}BC \dots\dots\dots 3$$

$$\therefore DE = BF$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE \text{ (SAS)} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 四边形 $AFCE$ 是菱形

\because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC$$

$$\therefore AE = DE = \frac{1}{2}AD, BF = CF = \frac{1}{2}BC$$

$$\therefore AE \parallel CF, AE = CF$$

$$\therefore \text{四边形 } AFCE \text{ 是平行四边形} \dots\dots\dots 6$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD, AD = 2DC$$

$$\therefore DE = DC$$

在 $\triangle EDC$ 中, $DE = DC, \angle D = 60^\circ$

$\therefore \triangle EDC$ 为等边三角形

$$\therefore ED = EC \dots\dots\dots 7$$

$$\therefore AE = EC$$

$$\therefore \text{四边形 } AFCE \text{ 是菱形} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

22. (本小题满分 10 分)

解: (1) $y = -\frac{25}{18}t^2 + \frac{5}{3}t + \frac{4}{5} = -\frac{5}{18}(t - \frac{3}{5})^2 + \frac{13}{10}$,

\therefore 当 $t = \frac{3}{5}$ 时, $y_{\max} = \frac{13}{10}$ 米

\therefore 小敏起跳后 $\frac{3}{5}$ 秒重心到达最大高度 $\frac{13}{10}$ 米.5 分

(2) 由题意知 $A(0, \frac{4}{5})$, $B(5, \frac{4}{5})$, $C(\frac{5}{2}, \frac{13}{10})$,

设小敏重心高度 y (m) 与水平距离 x (m) 之间的关系式为 $y = a(x - \frac{5}{2})^2 + \frac{13}{10}$

代入点 $A(0, \frac{4}{5})$ 得 $\frac{4}{5} = a(0 - \frac{5}{2})^2 + \frac{13}{10}$, 解得 $a = -\frac{2}{25}$

求小敏重心高度 y (m) 与水平距离 x (m) 之间的关系式为 $y = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$ 10 分

23. (本小题满分 10 分)

解: 探究五: 5, 162 分

探究六: $1+1+2+\dots+n = \frac{n^2+n+2}{2}$ 4 分

探究八: 先竖直切 4 刀最多切成 11 块, 再水平 3 刀切成 44 块7 分

(先竖直切 6 刀最多切成 22 块, 再水平 2 刀切成 44 块)

探究九: 先竖直切 7 刀最多切成 29 块, 再水平三刀分成四层切成 $29 \times 4 = 116$ 块10 分

24. (本小题满分 12 分)

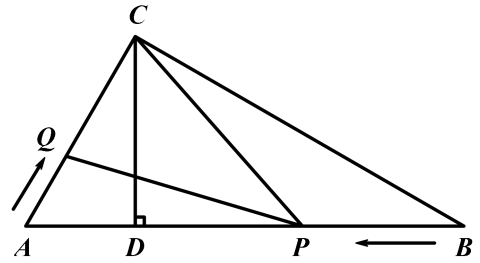
解: (1) 由题意可知 $BP = 2t$, $AP = 8 - 2t$, $AQ = t$

$$\therefore PQ \parallel BC$$

$$\therefore \triangle APQ \sim \triangle ABC$$

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$$

$$\therefore \frac{8-2t}{8} = \frac{t}{4} \text{ 解得 } t = 2$$



\therefore 当 $t = 2$ 时, $PQ \parallel BC$ 3 分

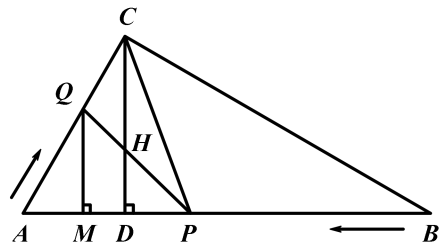
(2) 设 PQ 与 CD 相交于点 H , 则 H 为 PQ 中点,

过 Q 作 $QM \perp AB$ 于点 M ,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, AB = 8\text{cm}, AC = 4\text{cm}$$

$$\therefore \angle A = 60^\circ$$

$$AM = \frac{t}{2}, AP = 8 - 2t, MP = 8 - \frac{5}{2}t,$$



$$\therefore PH = HQ$$

$$\therefore MD = \frac{1}{2}MP = 4 - \frac{5}{4}t$$

$$\therefore AD = AM + MD = \frac{t}{2} + 4 - \frac{5}{4}t = 4 - \frac{3}{4}t$$

$$\therefore AD = 2$$

$$\therefore 2 = 4 - \frac{3}{4}t$$

$$\therefore t = \frac{8}{3} \text{ s} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(3) S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3} - \frac{1}{2}(8-2t) \cdot t \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}t^2 - 2\sqrt{3}t + 8\sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}(t-2)^2 + 10\sqrt{3}$$

\therefore 当 $t = 2 \text{ s}$ 时, S 取得最大值为 $10\sqrt{3}$ 8 分

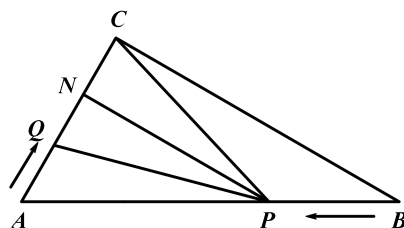
(4) 当 $PQ = PC$ 时, 过 P 作 $PN \perp AC$ 交 AC 于 N ,

$$\text{则 } QN = \frac{1}{2}QC = \frac{4-t}{2}$$

$$AN = t + \frac{4-t}{2} = \frac{4+t}{2}, \quad PA = 8-2t,$$

$$\cos 60^\circ = \frac{AN}{PA} = \frac{\frac{4+t}{2}}{8-2t} = \frac{1}{2}$$

$$\text{解得: } t = \frac{4}{3} \text{ s}$$



所以存在某一时刻 $t = \frac{4}{3} \text{ s}$, 使得 $PQ = PC$ 12 分