

济南市历下区2022年九年级学业水平第三次模拟考试

数学试题 (LX 2022.5)

本试题共 8 页，满分为 150 分，考试时间为 120 分钟。

答卷前，请考生务必将自己的姓名、座号和准考证号填写在答题卡上，并将考点、姓名、准考证号和座号填写在试卷规定的位置。考试结束后，将答题卡和试卷一并交回。

注意事项：

1. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔填涂答题卡上相应题目的答案标号，修改时，要用橡皮擦干净。

2. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔书写，要求笔迹清晰、字体工整，务必在答题卡题号所指示的答题区域内作答。

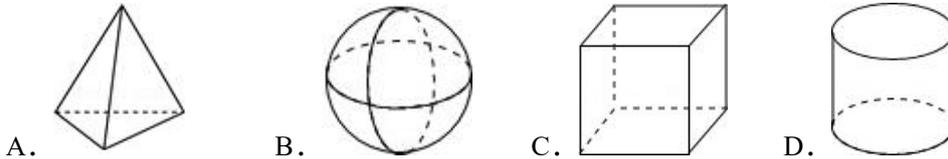
第 I 卷 (选择题 共 48 分)

一、选择题 (本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1. 8 的立方根是 ()

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. $2\sqrt{2}$

2. 下列几何体中，主视图为圆的是 ()

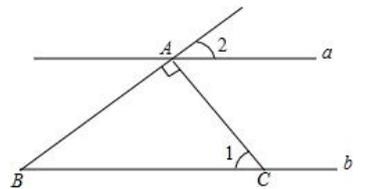


3. 2022 年北京冬奥会期间通过实施 30 余项低碳措施，减少二氧化碳排放量接近 1030000 吨。其中 1030000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 103×10^4 B. 10.3×10^5 C. 1.03×10^6 D. 1.03×10^7

4. 如图，直线 $a \parallel b$ ， $AC \perp AB$ ， AC 交直线 BC 于点 C ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()

- A. 50° B. 45° C. 35° D. 30°



第 4 题图

5. 自新冠肺炎疫情发生以来，全国人民共同抗疫，济南市历下区积极普及科学防控知识，下面是科学防控知识的图片，其中的图案是轴对称图形的是 ()



A.



B.



C.

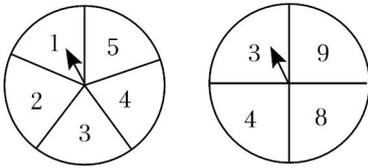


D.

6. 下列运算正确的是 ()

A. $2a^2+a^2=3a^4$ B. $(-2a^2)^3=8a^6$ C. $a^2 \div a^3 = \frac{1}{a}$ D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

7. 某商户开展抽奖活动, 如图所示的两个转盘分别被均匀地分成 5 个和 4 个扇形. 每个扇形上都标有数字, 当满足抽奖条件的某个客户同时自由转动两个转盘. 则转盘停止后, 指针都落在偶数上 (指针落在线上时, 重新转动转盘) 的概率是 ()



A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{2}$

8. 化简 $\frac{x}{x-1} + \frac{x^2}{1-x}$ 的结果是 ()

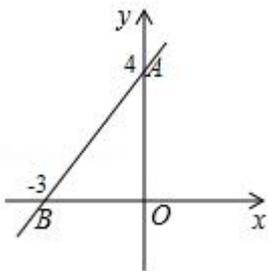
A. x B. $-x$ C. $x+1$ D. $x-1$

9. 如图, 直线 $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 过点 A 、 B , 则不等式 $ax+b > 0$ 的解集是 ()

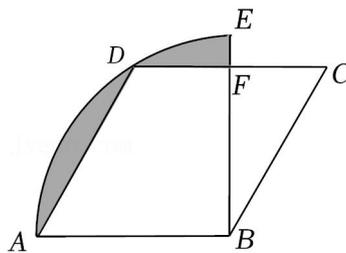
A. $x > -3$ B. $x > \frac{3}{4}$ C. $x > 0$ D. $x > 4$

10. 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle C=60^\circ$, $AB=2$, 扇形 ABE , 点 D 在弧 AE 上, EB 与 DC 交于点 F , F 为 DC 的中点, 则图中阴影部分的面积是 ()

A. $\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $2\sqrt{3} - \pi$ C. $\pi - \sqrt{3}$ D. $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

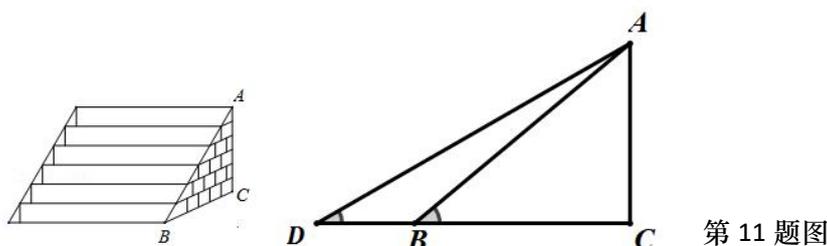


第 9 题图



第 10 题图

11. 如图, 某学校准备改善原有楼梯的安全性能, 把倾斜角由 40° 改为 35° , 已知原来楼梯 AB 长 $4m$, 调整后的楼梯多占用了一段地面, 这段 BD 地面的长为 () m (参考数据: $\sin 40^\circ \approx 0.643$, $\cos 40^\circ \approx 0.766$, $\sin 35^\circ \approx 0.574$, $\tan 35^\circ \approx 0.700$, 精确到 $0.01m$)



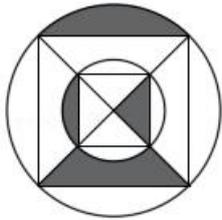
- A. 0.48 B. 0.61 C. 1.10 D. 1.42
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $C_1: y=x^2-1$, 将 C_1 向右平移 4 个单位, 得到抛物线 C_2 , 过点 $P(p, 0)$ 作 x 轴的垂线, 交 C_1 于点 M , 交 C_2 于点 N , q 为 M 与 N 的纵坐标中的较小值 (若二者相等则任取其一), 将所有这样的点 (p, q) 组成的图形记为图形 T . 若直线 $y=x+n$ 与图形 T 恰好有 4 个公共点, 则 n 的取值范围是 ()
- A. $-\frac{5}{4} < n < 1$ B. $-1 < n < 1$ C. $-1 < n \leq 1$ D. $-5 < n < 1$

第II卷 (非选择题 共 102 分)

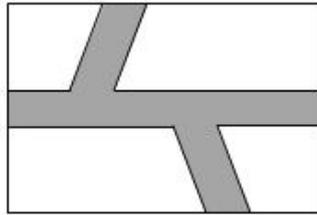
二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.)

13. 因式分解: $3a^2b - 12b = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 在如图所示的正方形和圆形组成的盘面上投掷飞镖, 飞镖落在阴影区域的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 已知正多边形的一个内角是其一个外角大小的 2 倍, 这个正多边形的边数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. 已知 m 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个根, 则 $2m^2 - 4m = \underline{\hspace{2cm}}$.
17. 如图, 在一块长 $22m$, 宽为 $14m$ 的矩形空地内修建三条宽度相等的小路, 其余部分种植花草. 若花草的种植面积为 $240m^2$, 则小路宽为 $\underline{\hspace{2cm}}m$.

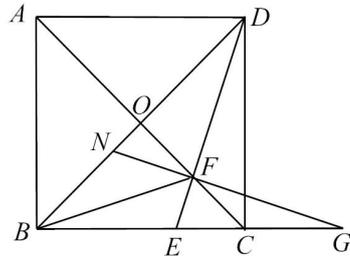
18. 如图，正方形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ， E 是边 BC 上一点，连接 DE 交 AC 于点 F ，连接 BF 。过点 F 作 DE 的垂线，交 BC 的延长线于点 G ，交 OB 于点 N 。已知 $ON=1$ ， $\tan \angle BDE = \frac{1}{2}$ ，则 $CG = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



第 14 题图



第 17 题图



第 18 题图

三、解答题（本大题共 9 个小题，共 78 分。请写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. (本小题满分 6 分)

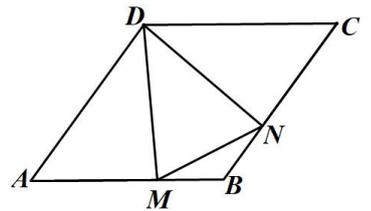
计算： $3\tan 30^\circ - \sqrt{12} + |2 - \sqrt{3}| + (-\frac{1}{2})^{-1}$ 。

20. (本小题满分 6 分)

解不等式组 $\begin{cases} 5 - 2(x+1) < x \\ 1 + \frac{1-x}{3} \geq 0 \end{cases}$ ，并写出该不等式组的最小整数解。

21. (本小题满分 6 分)

如图，在菱形 $ABCD$ 中， M ， N 分别是 AB 和 BC 上的点，且 $AM=CN$ 。
求证： $\angle DMN = \angle DNM$ 。



第 21 题图

22. (本小题满分 8 分)

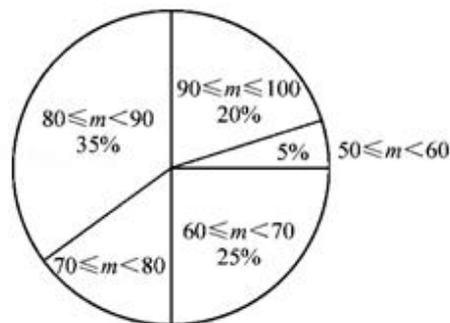
“垃圾分类就是新时尚”。树立正确的垃圾分类观念，促进青少年养成良好的文明习惯，对于增强公共意识，提升文明素质具有重要意义。为了调查学生对垃圾分类知识的了解情况，从甲、乙两校各随机抽取 20 名学生进行了相关知识测试，获得了他们的成绩（百分制，单位：分），并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息。

a. 甲、乙两校学生样本成绩频数分布表及扇形统计图如图：

甲校学生样本成绩频数分布表（表 1）

成绩 m (分)	频数	频率
$50 \leq m < 60$	a	0.10
$60 \leq m < 70$	b	c
$70 \leq m < 80$	4	0.20
$80 \leq m < 90$	7	0.35
$90 \leq m \leq 100$	2	d
合计	20	1.0

乙校学生样本成绩扇形统计图



b. 甲、乙两校学生样本成绩的平均分、中位数、众数、方差如表所示：（表 2）

学校	平均分	中位数	众数	方差
甲	76.7	77	89	150.2
乙	78.1	80	n	129.49

其中，乙校 20 名学生样本成绩的数据如下：

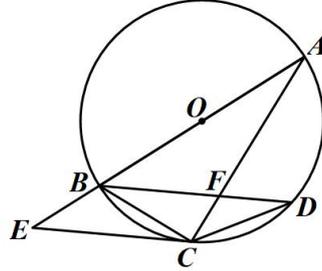
54 72 62 91 87 69 88 79 80 62 80 84 93 67 87 87 90 71
68 91

请根据所给信息，解答下列问题：

- 表 1 中 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；表 2 中的众数 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- 乙校学生样本成绩扇形统计图中， $70 \leq m < 80$ 这一组成绩所在扇形的圆心角度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度；
- 在此次测试中，某学生的成绩是 79 分，在他所属学校排在前 10 名，由表中数据可知该学生是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 校的学生（填“甲”或“乙”）；
- 若乙校 1000 名学生都参加此次测试，成绩 80 分及以上为优秀，请估计乙校成绩优秀的学生的人数。

23. (本题满分 8 分)

如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, CE 与 $\odot O$ 相切于点 C , 与射线 AB 相交于点 E , 点 D 为弧 AC 上一点, 且 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$, AC 与 BD 相交于点 F .



(1) 求证: $\angle ECB = \angle CAB$;

(2) 若 $AB = 2\sqrt{5}$, $\sin \angle ECB = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 CF 的长.

24. (本题满分 10 分)

为进一步落实“德、智、体、美、劳”五育并举工作, 某学校计划购买甲、乙两种品牌的奖品, 在举行的运动会中用于表彰表现突出的学生. 已知乙种品牌奖品的单价比甲种品牌奖品的单价的 3 倍少 50 元, 用 600 元购买甲种品牌奖品的数量与用 800 元购买乙种品牌奖品的数量相同.

(1) 求甲、乙两种品牌奖品的单价各是多少元?

(2) 若该学校一次性购买甲、乙两种品牌的奖品共 60 个, 且总费用为 2000 元, 求购买了多少个乙种品牌奖品?

25. (本题满分 10 分)

如图, 直线 AC 与函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象相交于点 $A(-1, m)$, 与 x 轴交于点 $C(3, 0)$,

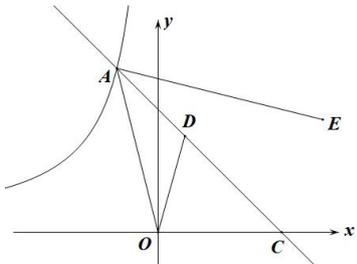
D 是线段 AC 上一点.

(1) 求 m 的值及直线 AC 的解析式;

(2) 直线 AE 在直线 AC 的上方, 满足 $\angle CAE = \angle CAO$, 求直线 AE 的解析式;

(3) 将 OD 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 OD' , 点 D' 恰好落在函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上,

求点 D 的坐标.



26. (本题满分 12 分)

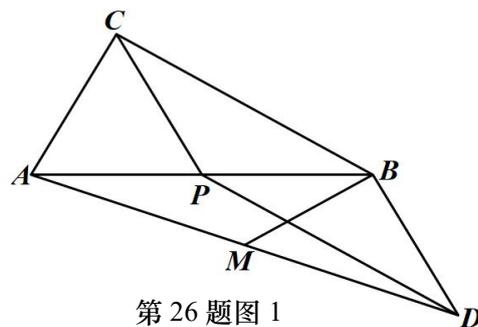
已知点 P 为线段 AB 上一点, 将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 α , 得到线段 AC ; 再将线段 BP 绕点 B 逆时针旋转 $180^\circ - \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 得到线段 BD ; 连接 CP, DP, AD , 取 AD 中点 M , 连接 BM, BC .

(1) 当 $\alpha = 60^\circ$ 时,

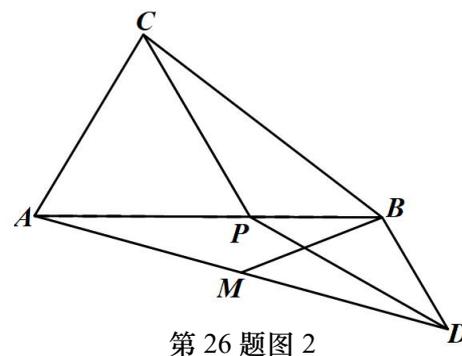
① 如图 1, 若点 P 为 AB 中点, 直接写出 $\angle CBM$ 的度数为 _____, 线段 BC 与 BM 的数量关系为 _____.

② 如图 2, 若点 P 不为 AB 中点时, 请探究线段 BC 与 BM 的数量关系, 并说明理由.

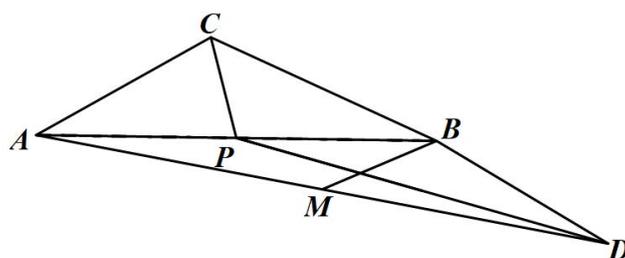
(2) 如图 3, 若 $PA = PB = 2$, 当 $\angle CPB = 105^\circ$ 时, 请直接写出 BM^2 的值.



第 26 题图 1



第 26 题图 2



第 26 题图 3

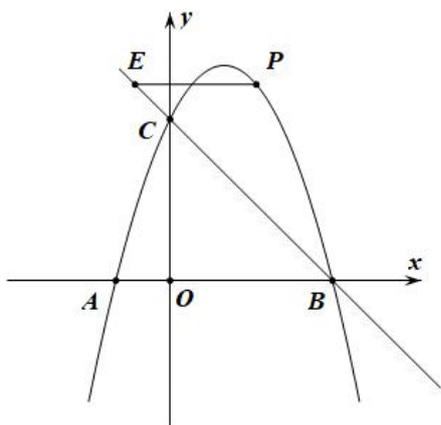
27. (本题满分 12 分)

如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象交 x 轴于 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 C ， $OB=3OA=3$ ，点 P 是抛物线上一动点.

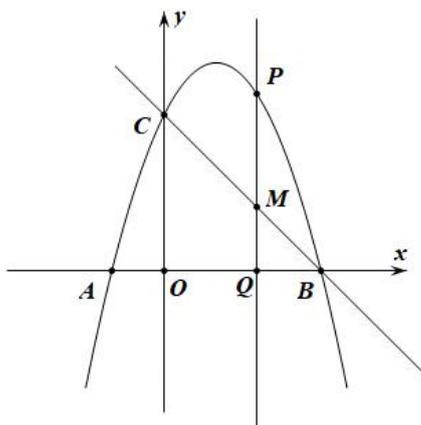
(1) 求抛物线的解析式及点 C 坐标；

(2) 如图 1，若点 P 在第一象限内，过点 P 作 x 轴的平行线，交直线 BC 于点 E ，求线段 PE 的最大值及此时点 P 的坐标；

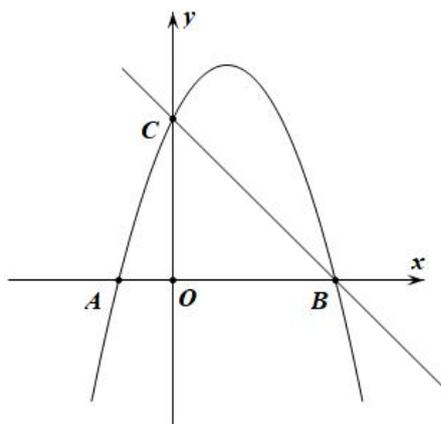
(3) 如图 2，过点 P 作 x 轴的垂线交 x 轴于点 Q ，交直线 BC 于点 M ，在 y 轴上是否存在点 G ，使得以 M ， P ， C ， G 为顶点的四边形为菱形？若存在，请直接写出所有满足条件的点 G 坐标；若不存在，请说明理由.



第 27 题图 1



第 27 题图 2



备用图