

# 济南市历下区2022年九年级学业水平第三次模拟考试

## 数学试题 (LX 2022.5)

本试题共 8 页，满分为 150 分，考试时间为 120 分钟。

答卷前，请考生务必将自己的姓名、座号和准考证号填写在答题卡上，并将考点、姓名、准考证号和座号填写在试卷规定的位置。考试结束后，将答题卡和试卷一并交回。

注意事项：

1. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔填涂答题卡上相应题目的答案标号，修改时，要用橡皮擦干净。

2. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔书写，要求笔迹清晰、字体工整，务必在答题卡题号所指示的答题区域内作答。

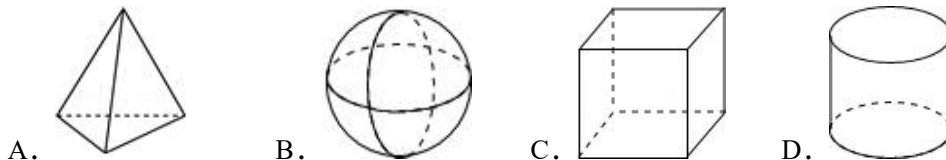
### 第 I 卷 (选择题 共 48 分)

一、选择题 (本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1. 8 的立方根是 ( )

- A. 2                      B. -2                      C.  $\pm 2$                       D.  $2\sqrt{2}$

2. 下列几何体中，主视图为圆的是 ( )

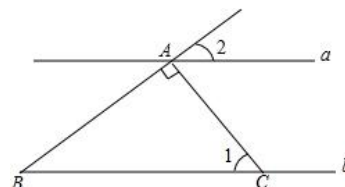


3. 2022 年北京冬奥会期间通过实施 30 余项低碳措施，减少二氧化碳排放量接近 1030000 吨。其中 1030000 这个数用科学记数法表示为 ( )

- A.  $103 \times 10^4$                       B.  $10.3 \times 10^5$                       C.  $1.03 \times 10^6$                       D.  $1.03 \times 10^7$

4. 如图，直线  $a \parallel b$ ， $AC \perp AB$ ， $AC$  交直线  $BC$  于点  $C$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数是 ( )

- A.  $50^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $35^\circ$                       D.  $30^\circ$



第 4 题图

5. 自新冠肺炎疫情发生以来，全国人民共同抗疫，济南市历下区积极普及科学防控知识，下面是科学防控知识的图片，其中的图案是轴对称图形的是 ( )



A.



B.



C.

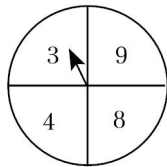
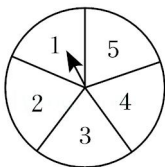


D.

6. 下列运算正确的是 ( )

A.  $2a^2 + a^2 = 3a^4$       B.  $(-2a^2)^3 = 8a^6$       C.  $a^2 \div a^3 = \frac{1}{a}$       D.  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

7. 某商户开展抽奖活动，如图所示的两个转盘分别被均匀地分成 5 个和 4 个扇形．每个扇形上都标有数字，当满足抽奖条件的某个客户同时自由转动两个转盘．则转盘停止后，指针都落在偶数上（指针落在线上时，重新转动转盘）的概率是 ( )



A.  $\frac{3}{10}$

B.  $\frac{2}{5}$

C.  $\frac{1}{5}$

D.  $\frac{1}{2}$

8. 化简  $\frac{x}{x-1} + \frac{x^2}{1-x}$  的结果是 ( )

A.  $x$

B.  $-x$

C.  $x+1$

D.  $x-1$

9. 如图，直线  $y=ax+b$  ( $a \neq 0$ ) 过点 A、B，则不等式  $ax+b > 0$  的解集是 ( )

A.  $x > -3$

B.  $x > \frac{3}{4}$

C.  $x > 0$

D.  $x > 4$

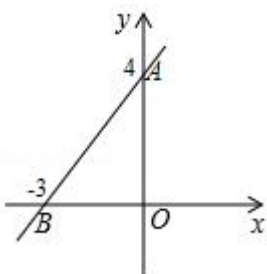
10. 如图，四边形 ABCD 是菱形， $\angle C = 60^\circ$ ， $AB = 2$ ，扇形 ABE，点 D 在弧 AE 上，EB 与 DC 交于点 F，F 为 DC 的中点，则图中阴影部分的面积是 ( )

A.  $\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$

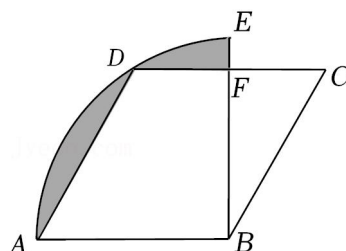
B.  $2\sqrt{3} - \pi$

C.  $\pi - \sqrt{3}$

D.  $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

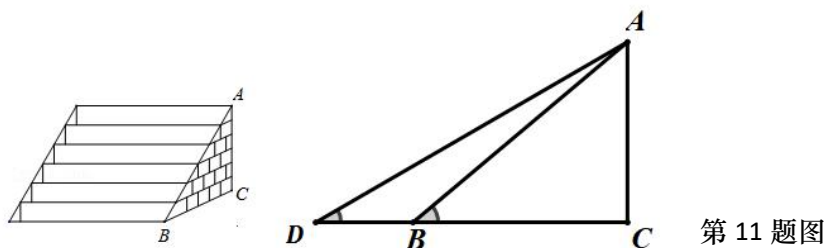


第 9 题图



第 10 题图

11. 如图, 某学校准备改善原有楼梯的安全性能, 把倾斜角由  $40^\circ$  改为  $35^\circ$ , 已知原来楼梯  $AB$  长  $4m$ , 调整后的楼梯多占用了一段地面, 这段  $BD$  地面的长为 ( )  $m$  (参考数据:  $\sin 40^\circ \approx 0.643$ ,  $\cos 40^\circ \approx 0.766$ ,  $\sin 35^\circ \approx 0.574$ ,  $\tan 35^\circ \approx 0.700$ , 精确到  $0.01m$ )



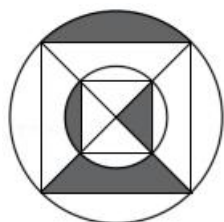
- A. 0.48      B. 0.61      C. 1.10      D. 1.42
12. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知抛物线  $C_1: y = x^2 - 1$ , 将  $C_1$  向右平移 4 个单位, 得到抛物线  $C_2$ , 过点  $P(p, 0)$  作  $x$  轴的垂线, 交  $C_1$  于点  $M$ , 交  $C_2$  于点  $N$ ,  $q$  为  $M$  与  $N$  的纵坐标中的较小值 (若二者相等则任取其一), 将所有这样的点  $(p, q)$  组成的图形记为图形  $T$ . 若直线  $y = x + n$  与图形  $T$  恰好有 4 个公共点, 则  $n$  的取值范围是 ( )
- A.  $-\frac{5}{4} < n < 1$       B.  $-1 < n < 1$       C.  $-1 < n \leq 1$       D.  $-5 < n < 1$

## 第II卷 (非选择题 共 102 分)

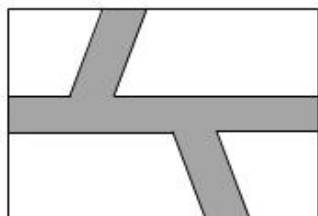
二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.)

13. 因式分解:  $3a^2b - 12b = \underline{\hspace{2cm}}$ .
14. 在如图所示的正方形和圆形组成的盘面上投掷飞镖, 飞镖落在阴影区域的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
15. 已知正多边形的一个内角是其一个外角大小的 2 倍, 这个正多边形的边数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
16. 已知  $m$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的一个根, 则  $2m^2 - 4m = \underline{\hspace{2cm}}$ .
17. 如图, 在一块长  $22m$ , 宽为  $14m$  的矩形空地内修建三条宽度相等的小路, 其余部分种植花草. 若花草的种植面积为  $240m^2$ , 则小路宽为  $\underline{\hspace{2cm}}m$ .

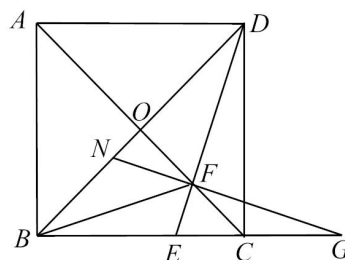
18. 如图，正方形  $ABCD$  的对角线  $AC$ ， $BD$  相交于点  $O$ ， $E$  是边  $BC$  上一点，连接  $DE$  交  $AC$  于点  $F$ ，连接  $BF$ ．过点  $F$  作  $DE$  的垂线，交  $BC$  的延长线于点  $G$ ，交  $OB$  于点  $N$ ．已知  $ON = 1$ ， $\tan \angle BDE = \frac{1}{2}$ ，则  $CG = \underline{\hspace{2cm}}$ ．



第 14 题图



第 17 题图



第 18 题图

三、解答题（本大题共 9 个小题，共 78 分．请写出文字说明、证明过程或演算步骤）

- 19.（本小题满分 6 分）

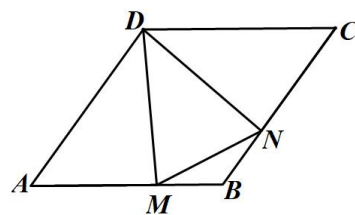
计算： $3\tan 30^\circ - \sqrt{12} + |2 - \sqrt{3}| + (-\frac{1}{2})^{-1}$ ．

- 20.（本小题满分 6 分）

解不等式组  $\begin{cases} 5 - 2(x+1) < x \\ 1 + \frac{1-x}{3} \geq 0 \end{cases}$ ，并写出该不等式组的最小整数解．

- 21.（本小题满分 6 分）

如图，在菱形  $ABCD$  中， $M$ ， $N$  分别是  $AB$  和  $BC$  上的点，且  $AM = CN$ ．  
求证： $\angle DMN = \angle DNM$ ．



第 21 题图

- 22.（本小题满分 8 分）

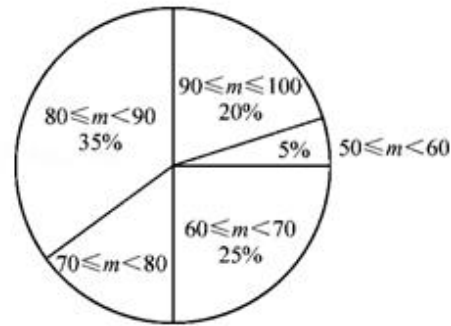
“垃圾分类就是新时尚”．树立正确的垃圾分类观念，促进青少年养成良好的文明习惯，对于增强公共意识，提升文明素质具有重要意义．为了调查学生对垃圾分类知识的了解情况，从甲、乙两校各随机抽取 20 名学生进行了相关知识测试，获得了他们的成绩（百分制，单位：分），并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息．

a. 甲、乙两校学生样本成绩频数分布表及扇形统计图如图：

甲校学生样本成绩频数分布表（表 1）

成绩 $m$ （分）	频数	频率
$50 \leq m < 60$	$a$	0.10
$60 \leq m < 70$	$b$	$c$
$70 \leq m < 80$	4	0.20
$80 \leq m < 90$	7	0.35
$90 \leq m \leq 100$	2	$d$
合计	20	1.0

乙校学生样本成绩扇形统计图



b. 甲、乙两校学生样本成绩的平均分、中位数、众数、方差如表所示：（表 2）

学校	平均分	中位数	众数	方差
甲	76.7	77	89	150.2
乙	78.1	80	$n$	129.49

其中，乙校 20 名学生样本成绩的数据如下：

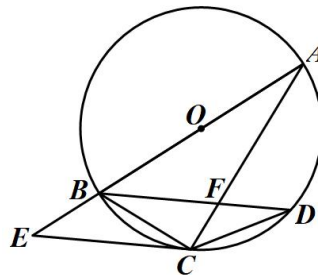
54 72 62 91 87 69 88 79 80 62 80 84 93 67 87 87 90 71  
68 91

请根据所给信息，解答下列问题：

- （1）表 1 中  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；表 2 中的众数  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- （2）乙校学生样本成绩扇形统计图中， $70 \leq m < 80$  这一组成绩所在扇形的圆心角度数是  $\underline{\hspace{2cm}}$  度；
- （3）在此次测试中，某学生的成绩是 79 分，在他所属学校排在前 10 名，由表中数据可知该学生是  $\underline{\hspace{2cm}}$  校的学生（填“甲”或“乙”）；
- （4）若乙校 1000 名学生都参加此次测试，成绩 80 分及以上为优秀，请估计乙校成绩优秀的学生的人数。

23. (本题满分 8 分)

如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $CE$  与  $\odot O$  相切于点  $C$ , 与射线  $AB$  相交于点  $E$ , 点  $D$  为弧  $AC$  上一点, 且  $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ ,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $F$ .



(1) 求证:  $\angle ECB = \angle CAB$ ;

(2) 若  $AB = 2\sqrt{5}$ ,  $\sin \angle ECB = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 求  $CF$  的长.

24. (本题满分 10 分)

为进一步落实“德、智、体、美、劳”五育并举工作, 某学校计划购买甲、乙两种品牌的奖品, 在举行的运动会中用于表彰表现突出的学生。已知乙种品牌奖品的单价比甲种品牌奖品的单价的 3 倍少 50 元, 用 600 元购买甲种品牌奖品的数量与用 800 元购买乙种品牌奖品的数量相同.

(1) 求甲、乙两种品牌奖品的单价各是多少元?

(2) 若该学校一次性购买甲、乙两种品牌的奖品共 60 个, 且总费用为 2000 元, 求购买了多少个乙种品牌奖品?

25. (本题满分 10 分)

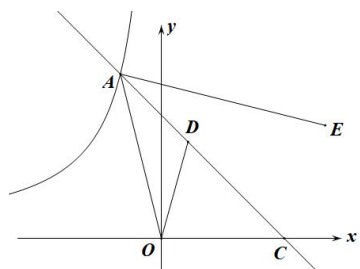
如图, 直线  $AC$  与函数  $y = -\frac{4}{x}$  的图象相交于点  $A(-1, m)$ , 与  $x$  轴交于点  $C(3, 0)$ ,  $D$  是线段  $AC$  上一点.

(1) 求  $m$  的值及直线  $AC$  的解析式;

(2) 直线  $AE$  在直线  $AC$  的上方, 满足  $\angle CAE = \angle CAO$ , 求直线  $AE$  的解析式;

(3) 将  $OD$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $OD'$ , 点  $D'$  恰好落在函数  $y = -\frac{2}{x}$  的图象上,

求点  $D$  的坐标.



26. (本题满分 12 分)

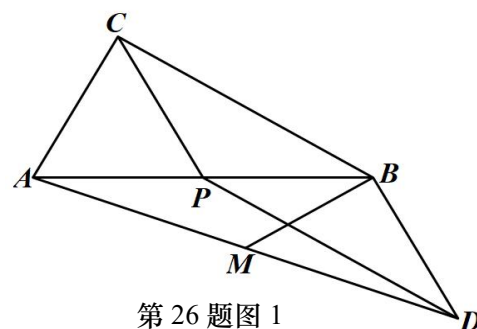
已知点  $P$  为线段  $AB$  上一点，将线段  $AP$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$ ，得到线段  $AC$ ；再将线段  $BP$  绕点  $B$  逆时针旋转  $180^\circ - \alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ )，得到线段  $BD$ ；连接  $CP$ ,  $DP$ ,  $AD$ ，取  $AD$  中点  $M$ ，连接  $BM$ ,  $BC$ 。

(1) 当  $\alpha = 60^\circ$  时，

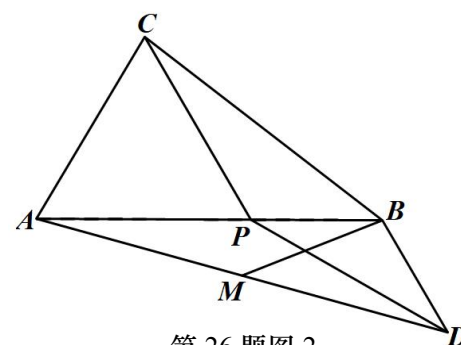
①如图 1，若点  $P$  为  $AB$  中点，直接写出  $\angle CBM$  的度数为\_\_\_\_\_，线段  $BC$  与  $BM$  的数量关系为\_\_\_\_\_。

② 如图 2，若点  $P$  不为  $AB$  中点时，请探究线段  $BC$  与  $BM$  的数量关系，并说明理由。

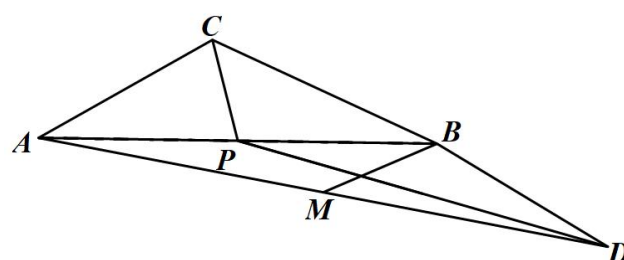
(2) 如图 3，若  $PA = PB = 2$ ，当  $\angle CPB = 105^\circ$  时，请直接写出  $BM^2$  的值。



第 26 题图 1



第 26 题图 2

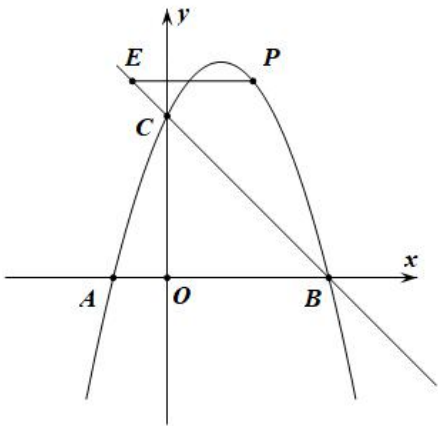


第 26 题图 3

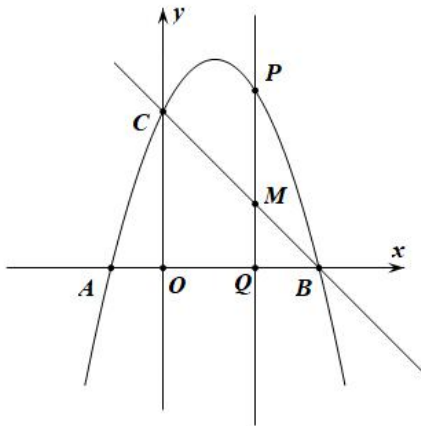
27. (本题满分 12 分)

如图，在平面直角坐标系中，二次函数  $y = -x^2 + bx + c$  的图象交  $x$  轴于  $A$ 、 $B$  两点，与  $y$  轴交于点  $C$ ， $OB=3OA=3$ ，点  $P$  是抛物线上一动点.

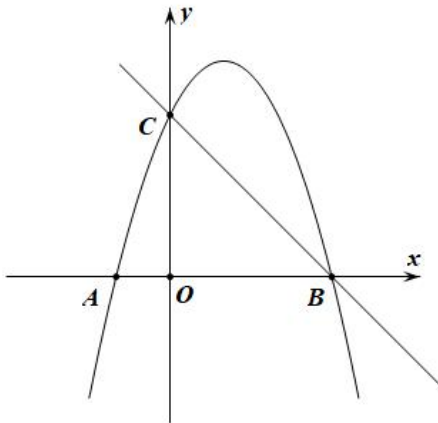
- (1) 求抛物线的解析式及点  $C$  坐标；
- (2) 如图 1，若点  $P$  在第一象限内，过点  $P$  作  $x$  轴的平行线，交直线  $BC$  于点  $E$ ，求线段  $PE$  的最大值及此时点  $P$  的坐标；
- (3) 如图 2，过点  $P$  作  $x$  轴的垂线交  $x$  轴于点  $Q$ ，交直线  $BC$  于点  $M$ ，在  $y$  轴上是否存在点  $G$ ，使得以  $M$ ， $P$ ， $C$ ， $G$  为顶点的四边形为菱形？若存在，请直接写出所有满足条件的点  $G$  坐标；若不存在，请说明理由.



第 27 题图 1



第 27 题图 2



备用图