

2022 年石家庄第 28 中学九年级模拟考试（一）

数学试卷

注意事项：1. 本试卷共 8 页，总分 120 分，考试时间 120 分钟。

2. 答题前，考生务必将姓名、准考证号填写在试卷和答题卡相应位置上。

3. 答选择题时，每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效。

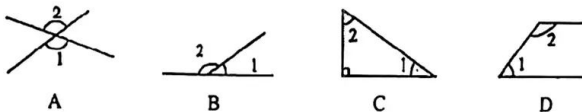
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本大题共 16 个小题；1—10 小题，每小题 3 分，11—16 小题，每小题 2 分，共 42 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

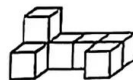
1. 在下列各组数中，互为相反数的是（ ）

- A. 5 和 $\frac{1}{5}$ B. 5 和 $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ 和 $-\frac{1}{5}$ D. -5 和 $\frac{1}{5}$

2. 在下列各图中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 一定是互补关系的是（ ）



3. 右图是由七个相同的小正方体拼成的立体图形，下面有关它的三视图的结论中，正确的是（ ）



- A. 左视图是轴对称图形
B. 主视图是中心对称图形
C. 俯视图是中心对称图形但不是轴对称图形
D. 俯视图既是中心对称图形又是轴对称图形

4. 下列计算正确的是（ ）

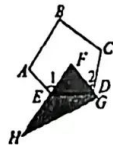
- A. $a^2 + 3a^2 = 4a^4$ B. $a^3 + a^2 = a^4$ C. $(a-2)^2 = a^2 - 4$ D. $(-3a)^2 = 9a^2$

5. 在 $\square ABCD$ 中，下列判断不正确的是（ ）

- A. 若 $AB=BC$ ，则 $\square ABCD$ 是菱形 B. 若 $AC \perp BD$ ，则 $\square ABCD$ 是矩形
C. 若 AC 平分 $\angle BAD$ ，则 $\square ABCD$ 是菱形 D. 若 $AC=BD$ ，则 $\square ABCD$ 是矩形

6. 如图， $\triangle HFG$ 的边 FH ， FG 分别经过五边形 $ABCDE$ 的两个相邻的顶点 E ， D ，点 F 在五边形内。已知 $\angle HFG=80^\circ$ ， $\angle A+\angle B+\angle C=280^\circ$ ，则 $\angle 1+\angle 2=$ （ ）

- A. 180°
B. 170°
C. 160°
D. 150°

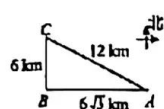


7. 如图，把六个形状、大小完全相同的小矩形放入大矩形中，则下列方程组正确的是（单位：cm）（ ）

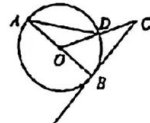
- A. $\begin{cases} x+3y=31 \\ x-y=11 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+3y=31 \\ x+2y=11 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+3y=31 \\ 2x-y=11 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+3y=31 \\ x+y=11 \end{cases}$



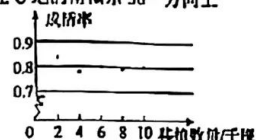
8. A, B, C 三地两两的距离如图所示, B 地在 A 地的正西方向, 下面说法不正确的是 ()
- A. C 地在 B 地的正北方向上
B. A 地在 B 地的正东方向上
C. C 地在 A 地的北偏西 60° 方向上
D. A 地在 C 地的南偏东 30° 方向上



(第 8 题图)



(第 9 题图)



(第 10 题图)

9. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 射线 CB 为 $\odot O$ 的切线, 连接 OC , 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 AD . 若 $\angle C = 30^\circ$, $\odot O$ 的半径为 2, 则 AD 的长为 ()
- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 1
10. 某地区林业局要考察一种树苗移植的成活率, 对该地区这种树苗移植的成活情况进行了调查统计, 并绘制了如图所示的统计图, 根据统计图提供的信息, 下列说法不正确的是 ()
- A. 随着移植树木的增加, 这种树苗的成活率会逐渐稳定在某一个数附近
B. 这种树苗成活的频率稳定在 0.8, 成活概率的估计值为 0.8
C. 若该地区已经移植这种树苗 3 万棵, 则这种树苗大约成活 2.4×10^4 万棵
D. 如果该地区计划成活 12 万棵这种树苗, 那么需移植这种树苗约 15 万棵
11. 下面是甲、乙、丙三位同学在黑板上计算 $\frac{x+3}{x+2} + \frac{x-2}{4-x^2}$ 的做法:

甲同学: 原式 $= (x+3)(x-2) + (2-x)$ $= x^2 + x - 6 + 2 - x$ $= x^2 - 4$	乙同学: 原式 $= \frac{(x+3)(x-2)}{x^2-4} - \frac{x-2}{x^2-4}$ $= \frac{x^2+x-6-x-2}{x^2-4}$ $= \frac{x^2-8}{x^2-4}$	丙同学: 原式 $= \frac{x+3}{x+2} - \frac{x-2}{(x-2)(x+2)}$ $= \frac{x+3}{x+2} - \frac{1}{x+2}$ $= \frac{x+3-1}{x+2} = 1$
---	---	---

- 则关于这三位同学的做法, 你认为 ()
- A. 甲同学的做法正确
B. 乙同学的做法正确
C. 丙同学的做法正确
D. 三位同学的做法都不正确

12. 根据作图过程, 回答横线上的内容.

已知: 如图 1, 直线 l 和直线 l 外的一点 P .

求作: 过点 P 与直线 l 垂直的直线 PQ , 垂足为点 Q .

作图步骤如下: 如图 2.

第一步: 以点 P 为圆心, 适当长度为半径作弧, 交直线 l 于

A, B , 连接 PA, PB .

结论: $PA = PB$. (依据: _____)

第二步: ② 交直线 l 于点 Q .

结论: $\angle APQ = \angle BPQ$. (依据: ③ _____)

直线 PQ 即为所求作, 即 $PQ \perp l$. (依据: _____)

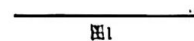


图1

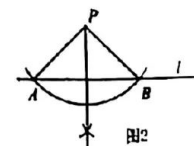


图2

关于第二步作图中的作法②和作图依据的定理或性质①③④, 下列说法正确的是()

- A. ②是作 PQ 平分 $\angle APB$, ①是角平分线上的点到角两边的距离相等
 B. ②是作 PQ 平分 $\angle APB$, ④是等腰三角形的三线合一
 C. ②是作 PQ 垂直平分 AB , ③是全等三角形的对应角相等
 D. ②是作 PQ 平分 AB , ④是垂线段最短

13. 已知关于 x 的一元二次方程 $(p+1)x^2 + 2qx + (p+1) = 0$ (其中 p, q 为常数) 有两个相等的实数根, 则下列结论:

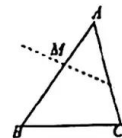
- ① 1 和 -1 都是方程 $x^2 + qx + p = 0$ 的根; ② 0 可能是方程 $x^2 + qx + p = 0$ 的根;
 ③ -1 可能是方程 $x^2 + qx + p = 0$ 的根; ④ 1 一定不是方程 $x^2 + qx + p = 0$ 的根.

其中正确的是 ()

- A. ①② B. ③④ C. ②③ D. ①④

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=6, AC=5, BC=3$, 点 M 在 AB 上, 过点 M 作直线 MN 截 $\triangle ABC$, 得到 $\triangle AMN$ 和四边形 $BCNM$ 两部分, 且满足 $\angle AMN = \angle C$, 则下列五个数据 $\frac{19}{5}, 5, \frac{25}{6}, 4, \frac{14}{3}$ 中, 可以作为线段 AM 长的有 ()

- A. 1 个 B. 2 个
 C. 3 个 D. 4 个



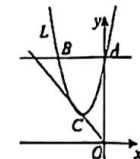
15. 如图, 抛物线 $L: y = tx^2 + 2tx + 3$ (t 为常数且 $t > 0$) 与 y 轴交于点 A ,

过点 A 作 y 轴的垂线, 与 L 交于点 B , 点 C 是 L 的顶点, 则下列说法:

- ① 当 $t=1.5$ 时, 射线 OC 经过线段 AB 的一个端点;
 ② 当 $t=1$ 时, 射线 OC 经过线段 AB 的一个四等分点;
 ③ 当 $0.5 < t < 1$ 时, 射线 OC 会经过线段 AB 的中点;
 ④ 当 $0 < t < 0.5$ 时, 射线 OC 会经过线段 AB 的一个四等分点.

其中错误的是 ()

- A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ②④



16. 如图 1 所示, 一个木板余料由一个边长为 6 的正方形和一个边长为 2 的正方形组成, 甲、乙两人打算采用剪拼的办法, 把余料拼成一个与它等积的正方形木板.

甲: 如图 2, 沿虚线剪开可以拼接成所需正方形, 并求得 $AM=2$.

乙: 如图 3, 沿虚线剪开可以拼接成所需正方形, 并求得 $AM=\frac{3}{2}$.

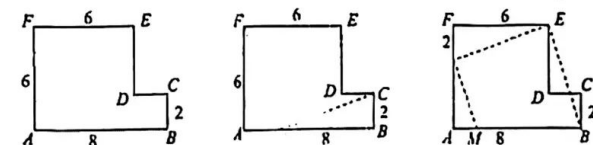


图 1

图 2

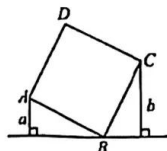
图 3

下列说法正确的是 ()

- A. 甲的分割方式不正确 B. 甲的分割方式正确, AM 的值求解不正确
 C. 乙的分割方式与所求 AM 的值都正确 D. 乙的分割方式正确, AM 的值求解不正确

二、填空题（本大题共3个小题，每小题有2空，每空2分，共12分）

17. 如图，直线 l 过正方形 $ABCD$ 的顶点 B ，点 A 、 C 到直线 l 的距离分别是 a 和 b ，且满足： $\sqrt{a-1} + |b-2| = 0$ ，则正方形 $ABCD$ 的边长是_____，面积是_____。



18. 如图是数学兴趣小组研究某种在同一平面进行摆动的机械装置的示意图。支架 ABC 是 BC 在地面上的等边三角形，摆动臂 AD 可绕点 A 旋转，摆动臂 DM 可绕点 D 旋转。已知 $BC=5$ 分米， $AD=3$ 分米， $DM=1$ 分米。

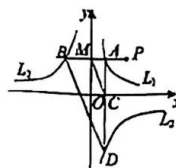


- (1) 当 A 、 D 、 M 三点在同一直线上时， AM 的长为_____分米；
(2) 当 $AD \perp AB$ 时， $S_{\triangle ACM}$ 的最大值是_____平方分米。

19. 如图，点 P 在第一象限，过点 P 向 y 轴作垂线，垂线顺次与双曲线

$$L_1: y_1 = \frac{k_1}{x} \quad (k_1 > 0), \quad y \text{ 轴和双曲线 } y_2 = \frac{k_2}{x} \quad (k_2 < 0) \text{ 分别交于}$$

点 A 、 M 、 B ，过点 A 作 x 轴的垂线，交 x 轴于点 C ，交 L_2 于点 D ，连接 MC 、 BD 。



- (1) 若点 $A(1, 2)$ ， $AB=3$ ，则 $S_{\triangle ABD} =$ _____；

- (2) 用 k_1, k_2 表示 $S_{\triangle ABD} =$ _____。

三、解答题（本大题共7个小题，共66分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

20. （本小题满分8分）

下面是小明同学解答问题“求整式 M 与 $2a^2 + 5ab - 3b^2$ 的差”所列的算式和运算结果：

问题：求整式 M 与 $2a^2 + 5ab - 3b^2$ 的差

解答： $M - 2a^2 + 5ab - 3b^2$

$$= a^2 + 3ab - b^2$$

- (1) 有同学说，小明列的算式有错误，你认为小明列的式子是_____（填“正确”或“错误”）的。

- (2) 求整式 M ：

- (3) 求出这个问题的正确结果。

21. （本小题满分9分）

- (1) 将下列计算的结果直接写成幂的形式：

$$2+2+2 = \left(\frac{1}{2}\right)^1; \quad 2+2+2+2 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) = \underline{\hspace{2cm}};$$

- (2) 一般地，把 n 个 a (a 为有理数且 $a \neq 0$ ， n 为正整数) 相除的结果记作 $a \circledast$ ，读作“ a 的圈 n 次方”。

计算: $a^{\textcircled{n}} = \frac{a \times a \times \cdots \times a}{a + a + \cdots + a}$ (其中 $a \neq 0$, n 为正整数).

请你尝试用文字概括归纳 $a^{\textcircled{n}}$ 的运算结果:

一个非零有理数的 n 次方等于 _____;

(3) 计算: $24 + (-\frac{1}{2})^{\textcircled{6}} + (-27) \times 3^{\textcircled{0}}$.

22. (本小题满分 9 分)

某校为了了解七、八年级学生每周课外阅读时间的情况(单位:小时),对七、八年级的学生进行了抽样调查,过程如下,请补充完整.

【收集数据】

从七、八两个年级各随机抽取 20 名学生进行调查,得到的数据(单位:小时)如下:

七年级: 5 4 4 8 6 7 5 9 7 5 4 3 6 7 10 5 6 8 5 6

八年级: 4 3 6 5 6 7 8 9 10 7 4 4 5 3 8 7 7 7 5 9

【整理、描述数据】

按如下时间段整理、描述这两组样本数据:

时间/小时 年级	$2 \leq x \leq 4$	$4 < x \leq 6$	$6 < x \leq 8$	$8 < x \leq 10$
七年级	4	_____	n	2
八年级	_____	m	_____	3

【分析数据】

两组样本数据的平均数、中位数和众数如下表所示:

年级	平均数	中位数	众数
七年级	a	6	_____
八年级	6.2	b	7

【解决问题】

(1) $m =$ _____, $n =$ _____;

(2) $a =$ _____, $b =$ _____, 由此可以估计七、八年级中 _____ (填“七”或“八”) 年级的学生课外阅读时间较多;

(3) 若学校计划从两个年级中每周课外阅读时间在 $8 < x \leq 10$ 小时的 5 名学生中选择两名学生介绍读书心得, 请你用列表法分析并求出恰好选出两个年级各一名学生介绍读书心得的概率.

23. (本小题满分 9 分)

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中, $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, 点 D, E 分别在边 AC, BC 上, 且 $AC = BC = 4$, $DC = EC$. 将 $\triangle DEC$ 绕点 C 逆时针旋转, 设旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$).

(1) 如图 2, 在 $\triangle DEC$ 绕点 C 旋转的过程中, 求证: $BE = AD$;

(2) 如图 2, 若点 N 是 AB 的中点, 在 $\triangle DEC$ 绕点 C 旋转的过程中, 连接 AD , 并延长交 BE 于 M , 连接 MN , MN 的长度是否是定值? 若是, 请求出 MN 的长; 若不是, 请说明理由.

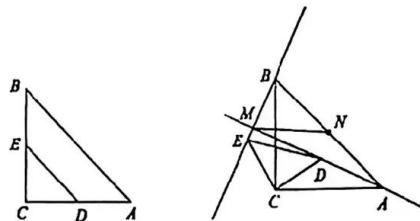


图 1

图 2

24. (本小题满分 9 分)

如图, 点 $P(a, a+2)$ 是直角坐标系 xOy 中的一个动点, 直线 $l_1: y = 2x + 5$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A, B , 直线 l_2 经过点 B 和点 $(6, 2)$ 并与 x 轴交于点 C .

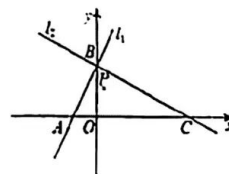
(1) 求直线 l_2 的表达式及点 C 的坐标;

(2) 点 P 会落在直线 $l_1: y = 2x + 5$ 上吗? 说明原因;

(3) 当点 P 在 $\triangle ABC$ 的内部时.

① 求 a 的范围;

② 是否存在点 P , 使得 $\angle OPA = 90^\circ$? 若存在, 直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



25. (本小题满分 10 分)

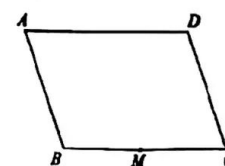
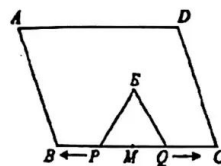
如图, 在 $\square ABCD$ 中, $BC=8$, $S_{\square ABCD}=24\sqrt{3}$, $\tan A=\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 点 M 是 BC 的中点. 点 P

从点 M 出发沿 MB 以每秒 1 个单位长度的速度向点 B 匀速运动, 到达点 B 后立刻以原速度沿 BM 返回; 点 Q 从点 M 出发以每秒 1 个单位长度的速度在射线 MC 上匀速运动, 在点 P, Q 的运动过程中, 以 PQ 为边作等边 $\triangle EPQ$, 使它与 $\square ABCD$ 在射线 BC 的同侧. 点 P, Q 同时出发, 点 P 返回到点 M 时停止运动, 点 Q 也随之停止. 设点 P, Q 运动的时间是 t 秒 ($t>0$).

(1) 当 $t=$ _____ 秒时, 点 E 刚好落在边 AD 上;

(2) 当 $PM=2$ 时, 求 $\triangle EPQ$ 与 $\square ABCD$ 重叠部分的面积;

(3) 随着时间 t 的变化, $\triangle EPQ$ 的外心是否一直在 $\square ABCD$ 内部? 如果在, 请说明理由; 如果不在, 直接写出 $\triangle EPQ$ 的外心在 $\square ABCD$ 外部时 t 的取值范围.



26. (本小题满分 12 分)

某电子科技有限公司研发出一套学习软件, 并对这套学习软件在 24 周的销售时间内, 做出了下面的预测: 设第 x 周该软件的周销售量为 T (单位: 千套), 当 $0 < x \leq 8$ 时, T 与 $x+4$ 成反比; 当 $8 < x \leq 24$ 时, $T-2$ 与 x 成正比, 并预测得到了下表中对应的数据. 设第 x 周销售该软件每千套的利润为 K (单位: 千元), K 与 x 满足如图中的函数关系图象:

x /周	8	24
T /千套	10	26

(1) 求 T 与 x 的函数关系式;

(2) 观察图象, 当 $12 \leq x \leq 24$ 时, K 与 x 的函数关系式为 _____;

(3) 设第 x 周销售该学习软件所获的周利润总额为 y (单位: 千元), 则

① 在这 24 周的销售时间内, 是否存在所获周利润总额不变的情况? 若存在, 求出这个不变的值; 若不存在, 请说明理由;

② 该公司销售部门通过大数据模拟分析后认为, 最有利于该学习软件提供售后服务和销售的周利润总额的范围是 $286 \leq y \leq 504$, 求在此范围内对应的周销售量 T 的最小值和最大值.

