2022 年昌平区初三年级学考第二次统一练习

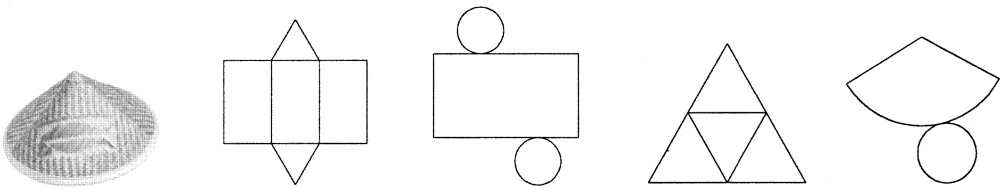
数　学　试　卷

2022．5

本试卷共 10 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案填涂或写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

一、单项选择题（每小题 2 分，共 16 分）

1．斗笠，又名箬笠，即以竹皮编织的用来遮光遮雨的帽子，可以看做一个圆锥，下列平面展开图中能围成一个圆锥的是

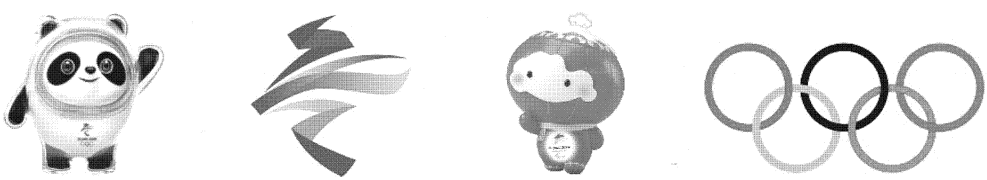


（A）　　（B）　　（C）　　（D）

2．2022 年 3 月 23 日 15 时 40 分，“天宫课堂”第二课开讲，神舟十三号乘组航天员翟志刚、王亚平、叶光富在中国空间站进行太空授课，全国超过 6000 万中小学生观看授课直播，其中 6000 万用科学记数法表示为

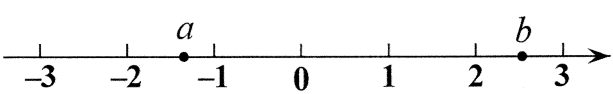
（A）6000×10^4　　（B）6×10^7　　（C）0.6×10^8　　（D）6×10^8

3．第 24 届冬季奥林匹克运动会于 2022 年 2 月 4 日在北京开幕．2022 年北京冬奥会会徽以汉字“冬”为灵感来源；北京冬奥会的吉祥物“冰墩墩”是以熊猫为原型进行设计创作；北京冬季残奥会的吉祥物“雪容融”是以灯笼为原型进行设计创作．下列冬奥元素图片中，是轴对称图形的是



（A）　　（B）　　（C）　　（D）

4．若实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则以下结论正确的是



（A）$|a|<|b|$　　（B）$ab>0$　　（C）$a<-b$　　（D）$a-b>0$

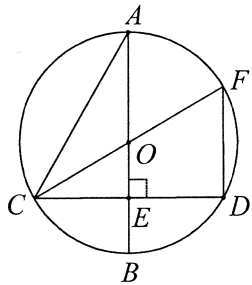
5．若 $a+b=1$，则代数式 $\left(\frac{a}{b}-1\right)\cdot\frac{b}{a^2-b^2}$ 的值为

（A）-2　　（B）-1　　（C）1　　（D）2

6. 一个不透明的盒子中装有 15 个除颜色外无其他差别的小球，其中有 2 个黄球和 3 个绿球，其余都是红球，从中随机摸出一个小球，恰好是红球的概率为

（A）$\frac{2}{15}$　　（B）$\frac{1}{5}$　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）$\frac{2}{3}$

7. 如图，$\odot O$ 的直径 $AB \perp CD$，垂足为 E，$\angle A = 30°$，连接 CO 并延长交 $\odot O$ 于点 F，连接 FD，则 $\angle CFD$ 的度数为



（A）30°

（B）45°

（C）60°

（D）75°

8. 某气球内充满了一定质量的气体，当温度不变时，气球内气体的气压 P（单位：千帕）随气球内气体的体积 V（单位：立方米）的变化而变化，P 随 V 的变化情况如下表所示，那么在这个温度下，气球内气体的气压 P 与气球内气体的体积 V 的函数关系最可能是

V（单位：立方米）	64	48	38.4	32	24	…
P（单位：千帕）	1.5	2	2.5	3	4	…

（A）正比例函数　（B）一次函数　　（C）二次函数　　（D）反比例函数

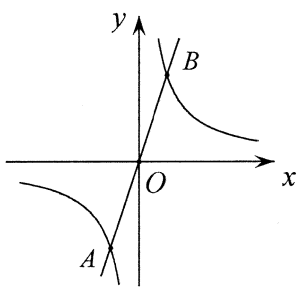
二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9. 若代数式 $\frac{1}{x-5}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 因式分解：$3m^2 - 6m + 3 =$ _____.

11. 若正多边形的一个外角度数为 60°，则该正多边形的边数 $n =$ _____.

12. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = 3x$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x}$（$m \neq 0$）交于 A，B 两点，若点 A，B 的横坐标分别为 x_1，x_2，则 $x_1 + x_2 =$ _____.



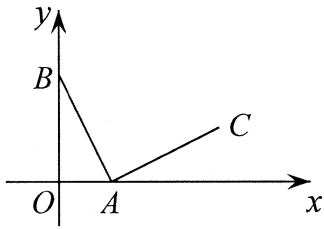
13. 方程术是《九章算术》最高的数学成就，其中“盈不足”一章中曾记载“今有大器五小器一容三斛（“斛”是古代的一种容量单位），大器一小器五容二斛，问大小器各容几何?”

译文：有大小两种盛酒的桶，已知 5 个大桶加上 1 个小桶可以盛酒 3 斛，1 个大桶加上 5 个小桶可以盛酒 2 斛，问 1 个大桶和 1 个小桶分别可以盛酒多少斛?

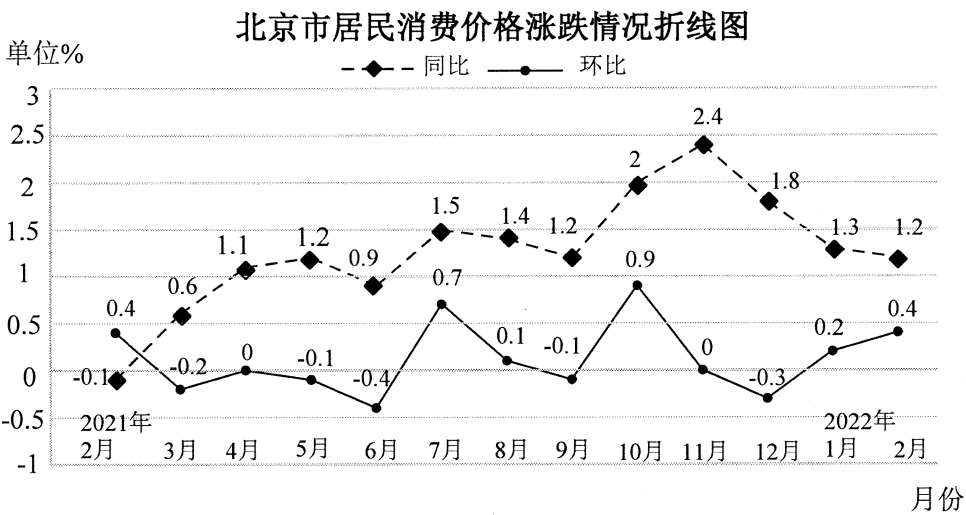
设 1 个大桶可以盛酒 x 斛，1 个小桶可以盛酒 y 斛，依题意，可列二元一次方程组为_____.

14. 不等式组$\begin{cases}2(x+1)\leqslant 3\\ \dfrac{x-2}{3}>-1\end{cases}$的解集为_____.

15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（1，0），B（0，2）．将线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 90°得到线段 AC，则点 C 的坐标为_____.



16. 下图是国家统计局发布的 2021 年 2 月至 2022 年 2 月北京居民消费价格涨跌幅情况折线图（注：2022 年 2 月与 2021 年 2 月相比较称为同比，2022 年 2 月与 2022 年 1 月相比较称为环比）.



根据图中信息，有下面四个推断：

①2021 年 2 月至 2022 年 2 月北京居民消费价格同比均上涨；

②2021 年 2 月至 2022 年 2 月北京居民消费价格环比有涨有跌；

③在北京居民消费价格同比数据中，2021 年 4 月至 8 月的同比数据的方差小于 2021 年 9 月至 2022 年 1 月同比数据的方差；

④在北京居民消费价格环比数据中，2021 年 4 月至 8 月的环比数据的平均数小于 2021 年 9 月至 2022 年 1 月环比数据的平均数.

所有合理推断的序号是_____.

三、解答题（本题共 68 分，第 17 – 22 题，每小题 5 分，第 23 – 26 题，每小题 6 分，第 27 – 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

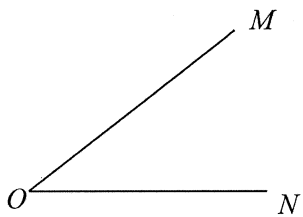
17. 计算：$(1-\sqrt{3})^0+|-\sqrt{2}|-2\cos45^\circ+(\frac{1}{4})^{-1}$.

18. 解方程：$\frac{3x}{x-2}=1-\frac{2}{x-2}$.

19. 已知：如图，$\angle MON$.

求作：$\angle BAD$，使$\angle BAD=\angle MON$.

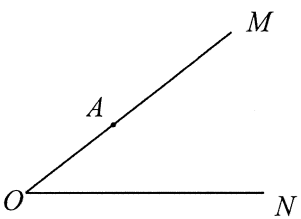
下面是小明设计的尺规作图过程.



作法：

①在 OM 上取一点 A，以 A 为圆心，OA 为半径画弧，交射线 OA 于点 B；

②在射线 ON 上任取一点 C，连接 BC，分别以 B，C 为圆心，大于$\frac{1}{2}BC$ 为半径画弧，两弧交于点 E，F，作直线 EF，与 BC 交于点 D；



③作射线 AD，$\angle BAD$ 即为所求.

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下列证明.

证明：$\because$ EF 垂直平分 BC，

$\therefore$ _____ $=DC$.

$\because$ $AO=AB$，

$\therefore$ $AD\parallel OC$（　　）（填推理依据）.

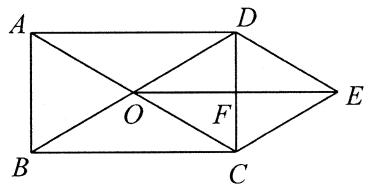
$\therefore$ $\angle BAD=\angle MON$.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x+k=0$ 有两个不相等的实数根，写出一个满足条件 k 的值，并求此时方程的根.

21. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，分别过点 C，D 作 BD，AC 的平行线交于点 E，连接 OE 交 CD 于点 F.

（1）求证：四边形 $OCED$ 是菱形；

（2）若 $AC=8$，$\angle DOC=60°$，求菱形 $OCED$ 的面积.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=kx+b$（$k\neq0$）与直线 $y=x$ 平行，且过点（2，1）.

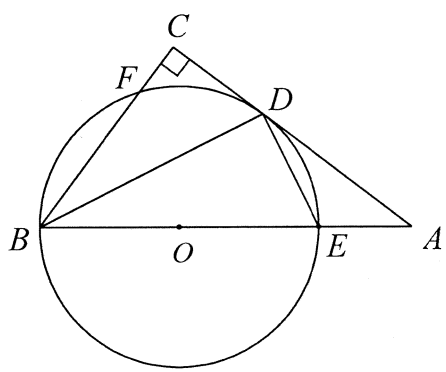
（1）求这个一次函数的解析式；

（2）直线 $y=kx+b$（$k\neq0$）分别交 x，y 轴于点 A，点 B，若点 C 为 x 轴上一点，且 $S_{\triangle ABC}=2$，直接写出点 C 的坐标.

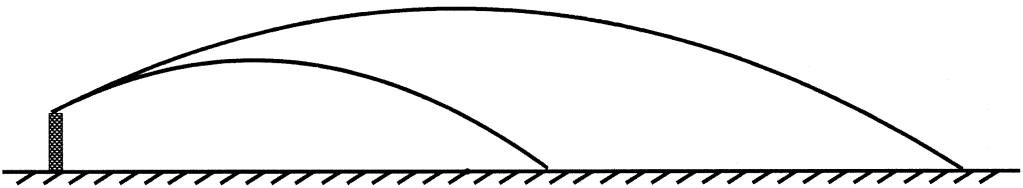
23. 如图，在△ABC 中，$\angle C=90°$，BC，AC 与⊙O 交于点 F，D，BE 为⊙O 直径，点 E 在 AB 上，连接 BD，DE，$\angle ADE=\angle DBE$.

（1）求证：AC 是⊙O 的切线；

（2）若 $\sin A=\dfrac{3}{5}$，⊙O 的半径为 3，求 BC 的长.



24. 如图，在一次学校组织的社会实践活动中，小龙看到农田上安装了很多灌溉喷枪，喷枪喷出的水流轨迹是抛物线，他发现这种喷枪射程是可调节的，且喷射的水流越高射程越远，于是他从该农田的技术部门得到了这种喷枪的一个数据表，水流的最高点与喷枪的水平距离记为 x，水流的最高点到地面的距离记为 y.

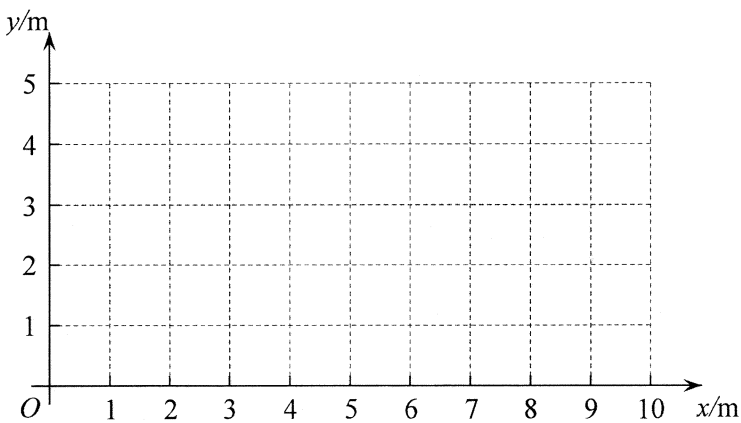


y 与 x 的几组对应值如下表：

x（单位：m）	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	4	…
y（单位：m）	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{13}{8}$	$\frac{7}{4}$	2	…

（1）该喷枪的出水口到地面的距离为_____ m；

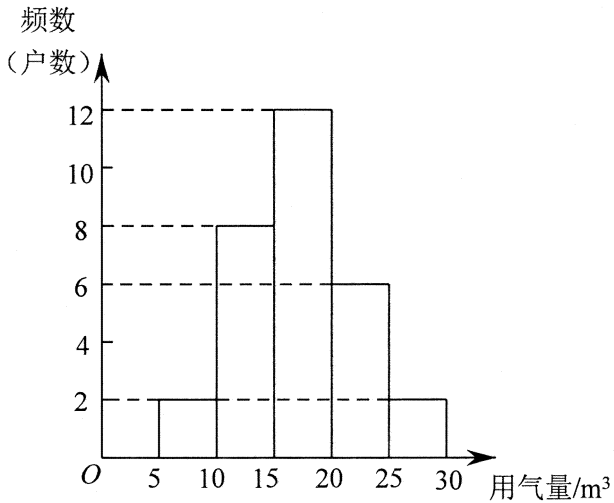
（2）在平面直角坐标系 xOy 中，描出表中各组数值所对应的点，并画出 y 与 x 的函数图象；



（3）结合（2）中的图象，估算当水流的最高点与喷枪的水平距离为 8m 时，水流的最高点到地面的距离为_____ m（精确到 1m）. 根据估算结果，计算此时水流的射程约为_____ m（精确到 1m）.

25. 甲，乙两个小区各有 300 户居民，为了解两个小区 3 月份用户使用燃气量情况，小明和小丽分别从中随机抽取 30 户进行调查，并对数据进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 甲小区用气量频数分布直方图如下（数据分成 5 组：$5 \leqslant x < 10$，$10 \leqslant x < 15$，$15 \leqslant x < 20$，$20 \leqslant x < 25$，$25 \leqslant x < 30$）



b. 甲小区用气量的数据在 $15 \leqslant x < 20$ 这一组的是：

15　15　16　16　16　16　18　18　18　18　18　19

c. 甲，乙两小区用气量的平均数、中位数、众数如下：

小区	平均数	中位数	众数
甲	17.2	m	18
乙	17.7	19	15

根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中 m 的值；

（2）在甲小区抽取的用户中，记 3 月份用气量高于它们的平均用气量的户数为 p_1. 在乙小区抽取的用户中，记 3 月份用气量高于它们的平均用气量的户数为 p_2. 比较 p_1，p_2 的大小，并说明理由；

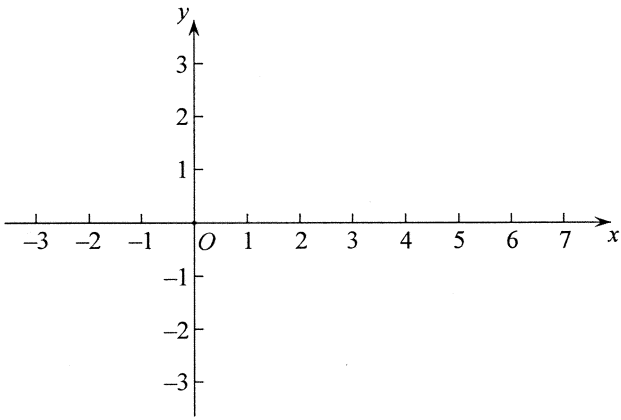
（3）估计甲小区中用气量超过 15 立方米的户数.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=ax^2+bx-1$（$a>0$）.

（1）若抛物线过点（4，-1）.

①求抛物线的对称轴；

②当 $-1<x<0$ 时，图象在 x 轴的下方，当 $5<x<6$ 时，图象在 x 轴的上方，在平面直角坐标系中画出符合条件的图象，求出这个抛物线的表达式；



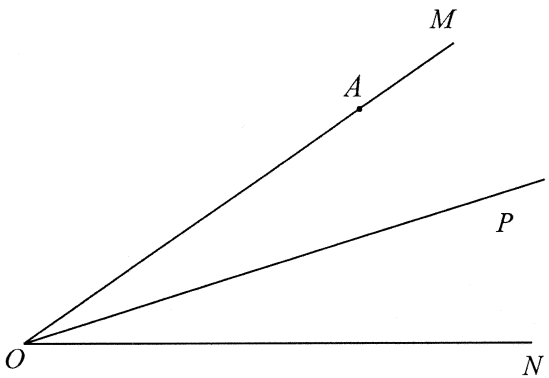
（2）若（-4，y_1），（-2，y_2），（1，y_3）为抛物线上的三点且 $y_3>y_1>y_2$，设抛物线的对称轴为直线 $x=t$，直接写出 t 的取值范围.

27. 如图，已知$\angle MON=\alpha$（$0°<\alpha<90°$），OP 是$\angle MON$ 的平分线，点 A 是射线 OM 上一点，点 A 关于 OP 对称点 B 在射线 ON 上，连接 AB 交 OP 于点 C，过点 A 作 ON 的垂线，分别交 OP，ON 于点 D，E，作$\angle OAE$ 的平分线 AQ，射线 AQ 与 OP，ON 分别交于点 F，G.

（1）①依题意补全图形；

②求$\angle BAE$ 度数；（用含 α 的式子表示）

（2）写出一个 α 的值，使得对于射线 OM 上任意的点 A 总有 $OD=\sqrt{2}AF$（点 A 不与点 O 重合），并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 1，对于 $\triangle ABC$ 和直线 l 给出如下定义：若 $\triangle ABC$ 的一条边关于直线 l 的对称线段 PQ 是 $\odot O$ 的弦，则称 $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的关于直线 l 的“关联三角形”，直线 l 是“关联轴”.

（1）如图 1，若 $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的关于直线 l 的“关联三角形”，请画出 $\triangle ABC$ 与 $\odot O$ 的“关联轴 l”（至少画两条）；

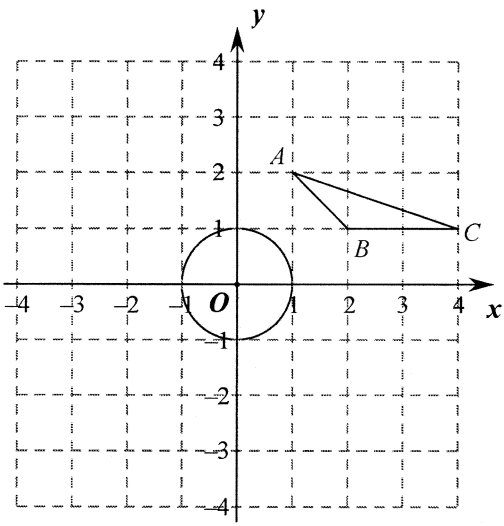
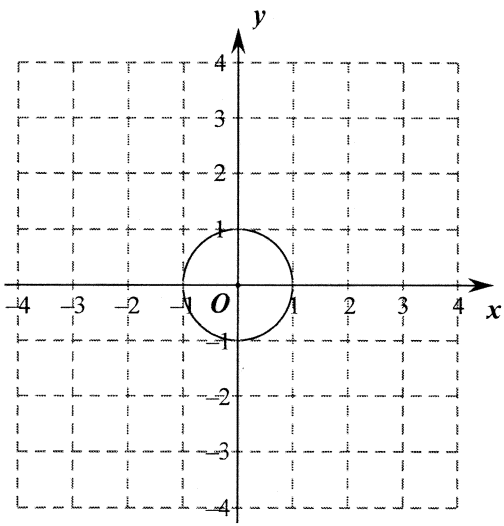


图 1



备用图

（2）若 $\triangle ABC$ 中，点 A 坐标为（2，3），点 B 坐标为（4，1），点 C 在直线 $y=-x+3$ 的图象上，存在“关联轴 l”使 $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的关联三角形，求点 C 横坐标的取值范围；

（3）已知 A（$\sqrt{3}$，1），将点 A 向上平移 2 个单位得到点 M，以 M 为圆心 MA 为半径画圆，B，C 为 $\odot M$ 上的两点，且 $AB=2$（点 B 在点 A 右侧），若 $\triangle ABC$ 与 $\odot O$ 的关联轴至少有两条，直接写出 OC 的最小值和最大值，以及 OC 最大时 AC 的长.