

重庆市 2022 年初中学业水平暨高中招生考试

数学试题(A 卷)

(全卷共四个大题,满分 150 分,考试时间 120 分钟)

注意事项:

- 1 试题的答案书写在答题卡上,不得在试题卷上直接作答;
- 2 作答前认真阅读答题卡上的注意事项;
- 3 作图(包括作辅助线)请一律用黑色 2B 铅笔完成;
- 4 考试结束,由监考人员将试题卷和答题卡一并收回.

参考公式:抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$, 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$.

一、选择题:(本大题 12 个小题,每小题 4 分,共 48 分)在每个小题的下面,都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案,其中只有一个是正确的,请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑.

1. 5 的相反数是 ()

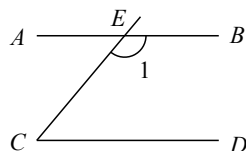
- A. -5 B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

2. 下列图形是轴对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

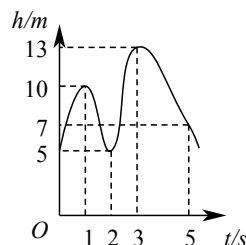
3. 如图,直线 AB, CD 被直线 CE 所截, $AB \parallel CD$, $\angle C = 50^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数为 ()

- A. 40° B. 50° C. 130° D. 150°



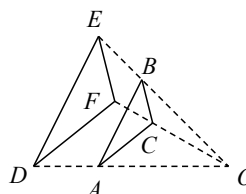
4. 如图,曲线表示一只蝴蝶在飞行过程中离地面的高度 $h(m)$ 随飞行时间 $t(s)$ 的变化情况,则这只蝴蝶飞行的最高高度约为 ()

- A. 5m B. 7m C. 10m D. 13m

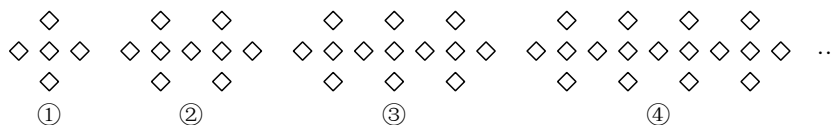


5. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似, 点 O 为位似中心, 相似比为 2:3. 若 $\triangle ABC$ 的周长为 4, 则 $\triangle DEF$ 的周长是 ()

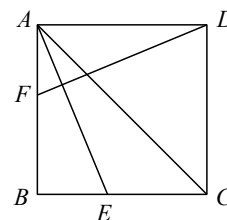
- A. 4 B. 6 C. 9 D. 16



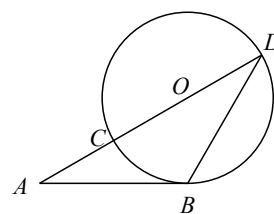
6. 用正方形按如图所示的规律拼图案,其中第①个图案中有5个正方形,第②个图案中有9个正方形,第③个图案中有13个正方形,第④个图案中有17个正方形,此规律排列下去,则第⑨个图案中正方形的个数为 ()



- A. 32 B. 34 C. 37 D. 41
7. 估计 $\sqrt{3} \times (2\sqrt{3} + \sqrt{5})$ 的值应在 ()
- A. 10 和 11 之间 B. 9 和 10 之间 C. 8 和 9 之间 D. 7 和 8 之间
8. 小区新增了一家快递店,第一天揽件 200 件,第三天揽件 242 件,设该快递店揽件日平均增长率为 x ,根据题意,下面所列方程正确的是 ()
- A. $200(1+x)^2 = 242$ B. $200(1-x)^2 = 242$ C. $200(1+2x) = 242$ D. $200(1-2x) = 242$
9. 如图,在正方形 $ABCD$ 中, AE 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 E , 点 F 是边 AB 上一点,连接 DF , 若 $BE = CE$, 则 $\angle CDF$ 的度数为 ()
- A. 45° B. 60° C. 67.5° D. 77.5°



10. 如图, AB 是 $\odot O$ 的切线, B 为切点,连接 AO 交 $\odot O$ 于点 C ,延长 AO 交 $\odot O$ 于点 D ,连接 BD . 若 $\angle A = \angle D$, 且 $AC = 3$, 则 AB 的长度是 ()
- A. 3 B. 4 C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{2}$



11. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x-1 \geq \frac{4x-1}{3} \\ 5x-1 < a \end{cases}$ 的解集为 $x \leq -2$, 且关于 y 的分式方程 $\frac{y-1}{y+1} = \frac{a}{y+1}$ 的解是负整数, 则所有满足条件的整数 a 的值之和是 ()
- A. -26 B. -24 C. -15 D. -13

12. 在多项式 $x - y - z - m - n$ 中任意加括号, 加括号后仍只有减法运算, 然后按给出的运算顺序重新运算, 称此为“加算操作”. 例如: $(x - y) - (z - m - n) = x - y - z + m + n$, $x - y - (z - m) - n = x - y - z + m - n, \dots$.

下列说法:

- ①至少存在一种“加算操作”, 使其运算结果与原多项式相等;
- ②不存在任何“加算操作”, 使其运算结果与原多项式之和为 0;
- ③所有可能的“加算操作”共有 8 种不同运算结果.

其中正确的个数是

()

A. 0

B. 1

C. 2

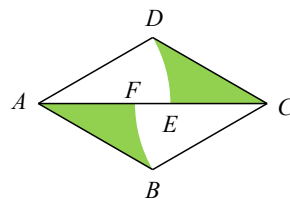
D. 3

二、填空题 (本大题四个小题, 每小题 4 分, 共 16 分) 请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.

13. 计算: $|-4| + (3 - \pi)^0 =$ _____.

14. 有三张完全一样正面分别写有字母 A, B, C 的卡片. 将其背面朝上并洗匀, 从中随机抽取一张, 记下卡片上的字母后放回洗匀, 再从中随机抽取一张, 则抽取的两张卡片上的字母相同的概率是 _____.

15. 如图, 菱形 $ABCD$ 中, 分别以点 A, C 为圆心, AD, CB 长为半径画弧, 分别交对角线 AC 于点 E, F . 若 $AB = 2$, $\angle BAD = 60^\circ$, 则图中阴影部分的面积为 _____ (结果不取近似值)



16. 为进一步改善生态环境, 村委会决定在甲、乙、丙三座山上种植香樟和红枫. 初步预算, 这三座山各需两种树木数量和之比为 $5:6:7$, 需香樟数量之比为 $4:3:9$, 并且甲、乙两山需红枫数量之比为 $2:3$. 在实际购买时, 香樟的价格比预算低 20% , 红枫的价格比预算高 25% , 香樟购买数量减少了 6.25% , 结果发现所花费用恰好与预算费用相等, 则实际购买香樟的总费用与实际购买红枫的总费用之比为 _____.

三、解答题: (本大题 2 个小题, 每小题 8 分, 共 16 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 画出必要的图形 (包括辅助线), 请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上.

17. 计算: (1) $(x + 2)^2 + x(x - 4)$;

(2) $\left(\frac{a}{b} - 1\right) \div \frac{a^2 - b^2}{2b}$.

18. 在学习矩形的过程中,小明遇到了一个问题:在矩形 $ABCD$ 中, E 是 AD 边上的一点,试说明 $\triangle BCE$ 的面积与矩形 $ABCD$ 的面积之间的关系. 他的思路是:首先过点 E 作 BC 的垂线,将其转化为证明三角形全等,然后根据全等三角形的面积相等使问题得到解决. 请根据小明的思路完成下面的作图与填空:

证明:用直尺和圆规,过点 E 作 BC 的垂线 EF ,垂足为 F (只保留作图痕迹).

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle EFB$ 中,

$$\therefore EF \perp BC,$$

$$\therefore \angle EFB = 90^\circ.$$

$$\text{又 } \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} \quad ①$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

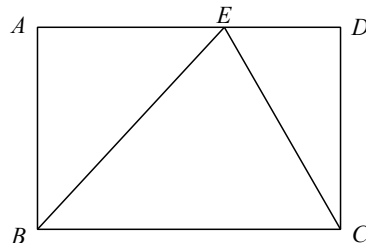
$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} \quad ②$$

$$\text{又 } \underline{\hspace{2cm}} \quad ③$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle EFB(AAS).$$

$$\text{同理可得 } \underline{\hspace{2cm}} \quad ④$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle EFB} + S_{\triangle EFC} = \frac{1}{2}S_{\text{矩形}ABFE} + \frac{1}{2}S_{\text{矩形}EFCD} = \frac{1}{2}S_{\text{矩形}ABCD}$$



四、解答题:(本大题7个小题,每小题10分,共70分)解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤,画出必要的图形(包括辅助线),请将解答过程书写在对应的位置上.

19. 公司生产 A 、 B 两种型号的扫地机器人,为了解它们的扫地质量,工作人员从某月生产的 A 、 B 型扫地机器人中各随机抽取10台,在完全相同条件下试验,记录下它们的除尘量的数据(单位: g),并进行整理、描述和分析(除尘量用 x 表示,共分为三个等级:合格 $80 \leq x < 85$,良好 $85 \leq x < 95$,优秀 $x \geq 95$),下面给出了部分信息:

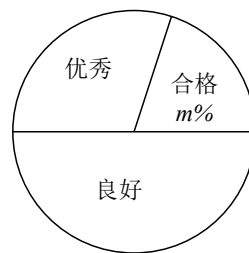
10台 A 型扫地机器人的除尘量: 83, 84, 84, 88, 89, 89, 95, 95, 95, 98.

10台 B 型扫地机器人中“良好”等级包含的所有数据为: 85, 90, 90, 90, 94

抽取的 A 、 B 型扫地机器人除尘量统计表

型号	平均数	中位数	众数	方差	“优秀”等级所占百分比
A	90	89	a	26.6	40%
B	90	b	90	30	30%

抽取的 B 型扫地机器人除尘量扇形统计图



根据以上信息,解答下列问题:

(1) 填空: $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $m = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 这个月公司生产 B 型扫地机器人共 3000 台,估计该月 B 型扫地机器人“优秀”等级的台数;

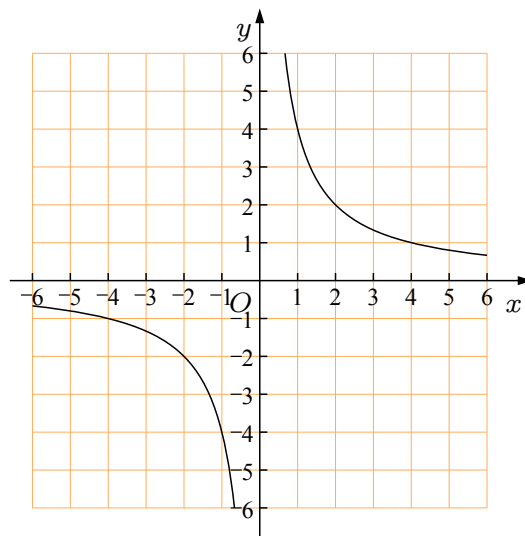
(3) 根据以上数据,你认为该公司生产的哪种型号的扫地机器人扫地质量更好? 请说明理由(写出一条理由即可).

20. 已知一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象相交于点 $A(1, m)$ 、 $B(n, -2)$ 。

(1) 求一次函数的表达式, 并在图中画出这个一次函数的图象;

(2) 根据函数图象, 直接写出不等式 $kx + b > \frac{4}{x}$ 的解集:

(3) 若点 C 是点 B 关于 y 轴的对称点, 连接 AC , BC , 求 $\triangle ABC$ 的面积.



20 题图

21. 在全民健身运动中, 骑行运动颇受市民青睐, 甲、乙两骑行爱好者约定从 A 地沿相同路线骑行去距 A 地 30 千米的 B 地, 已知甲前行的速度是乙的 1.2 倍.

(1) 若乙先骑行 2 千米, 甲才开始从 A 地出发, 则甲出发半小时恰好追上乙, 求甲骑行的速度;

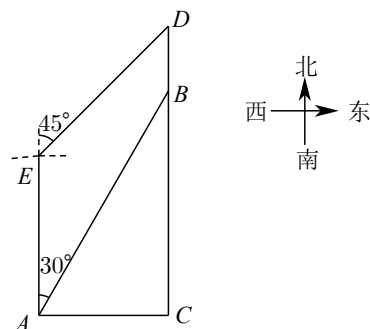
(2) 若乙先骑行 20 分钟, 甲才开始从 A 地出发, 则甲、乙恰好同时到达 B 地, 求甲骑行的速度.

22. 如图, 三角形花园 ABC 紧邻湖泊, 四边形 $ABDE$ 是沿湖泊修建的人行步道. 经测量, 点 C 在点 A 的正东方向, $AC = 200$ 米. 点 E 在点 A 的正北方向. 点 B, D 在点 C 的正北方向, $BD = 100$ 米. 点 B 在点 A 的北偏东 30° , 点 D 在点 E 的北偏东 45° .

(1) 求步道 DE 的长度 (精确到个位);

(2) 点 D 处有直饮水, 小红从 A 出发沿人行步道去取水, 可以经过点 B 到达点 D , 也可以经过点 E 到达点 D . 请计算说明他走哪一条路较近?

(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



23. 若一个四位数 M 的个位数字与十位数字的平方和恰好是 M 去掉个位与十位数字后得到的两位数, 则这个四位数 M 为“勾股和数”.

例如: $M = 2543$, $\because 3^2 + 4^2 = 25$, $\therefore 2543$ 是“勾股和数”.

又如: $M = 4325$, $\because 5^2 + 2^2 = 29$, $29 \neq 43$, $\therefore 4325$ 不是“勾股和数”

(1) 判断 2022, 5055 是否是“勾股和数”, 并说明理由;

(2) 一个“勾股和数” M 的千位数字为 a , 百位数字为 b , 十位数字为 c , 个位数字为 d , 记 $G(M) = \frac{c+d}{9}$, P

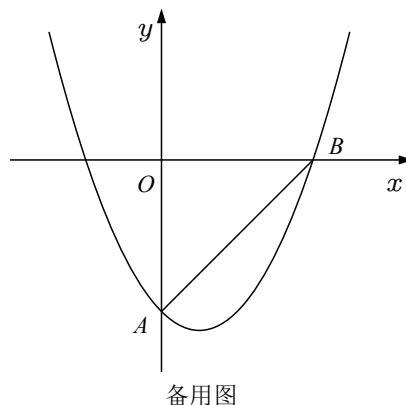
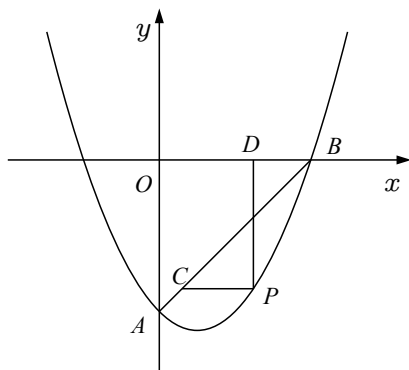
$(M) = \frac{|10(a-c) + (b-d)|}{3}$. 当 $G(M)$, $P(M)$ 均是整数时, 求出所有满足条件的 M .

24. 如图,在平面直角坐标系中,抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与直线 AB 交于点 $A(0, -4)$, $B(4, 0)$.

(1) 求该抛物线的函数表达式;

(2) 点 P 是直线 AB 下方抛物线上的一动点,过点 P 作 x 轴的平行线交 AB 于点 C ,过点 P 作 y 轴的平行线交 x 轴于点 D ,求 $PC + PD$ 的最大值及此时点 P 的坐标;

(3) 在 (2) 中 $PC + PD$ 取得最大值的条件下,将该抛物线沿水平方向向左平移 5 个单位,点 E 为点 P 的对应点,平移后的抛物线与 y 轴交于点 F , M 为平移后的抛物线的对称轴上一点. 在平移后的抛物线上确定一点 N ,使得以点 E, F, M, N 为顶点的四边形是平行四边形,写出所有符合条件的点 N 的坐标,并写出求解点 N 的坐标的其中一种情况的过程.



25. 如图,在锐角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$,点 D, E 分别是边 AB, AC 上一动点,连接 BE 交直线 CD 于点 F .

(1) 如图1,若 $AB > AC$,且 $BD = CE$, $\angle BCD = \angle CBE$,求 $\angle CFE$ 的度数;

(2) 如图2,若 $AB = AC$,且 $BD = AE$,在平面内将线段 AC 绕点 C 顺时针方向旋转 60° 得到线段 CM ,连接 MF ,点 N 是 MF 的中点,连接 CN . 在点 D, E 运动过程中,猜想线段 BF, CF, CN 之间存在的数量关系,并证明你的猜想;

(3) 若 $AB = AC$,且 $BD = AE$,将 $\triangle ABC$ 沿直线 AB 翻折至 $\triangle ABC$ 所在平面内得到 $\triangle ABP$,点 H 是 AP 的中点,点 K 是线段 PF 上一点,将 $\triangle PHK$ 沿直线 HK 翻折至 $\triangle PHK$ 所在平面内得到 $\triangle QHK$,连接 PQ . 在点 D, E 运动过程中,当线段 PF 取得最小值,且 $QK \perp PF$ 时,请直接写出 $\frac{PQ}{BC}$ 的值.

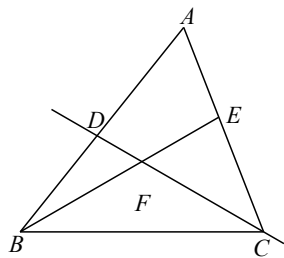


图1

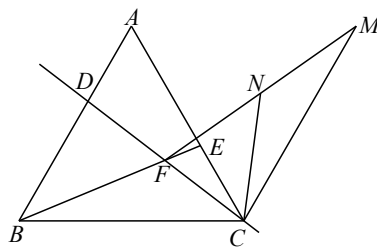
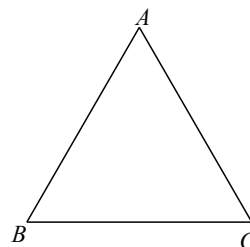


图2



备用图