

# 重庆市 2022 年初中学业水平暨高中招生考试

## 数学试题(A卷)

(全卷共四个大题,满分 150 分,考试时间 120 分钟)

注意事项:

- 1 试题的答案书写在答题卡上,不得在试题卷上直接作答;
- 2 作答前认真阅读答题卡上的注意事项;
- 3 作图(包括作辅助线)请一律用黑色 2B 铅笔完成;
- 4 考试结束,由监考人员将试题卷和答题卡一并收回.

参考公式:抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的顶点坐标为  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ , 对称轴为  $x = -\frac{b}{2a}$ .

一、选择题:(本大题 12 个小题,每小题 4 分,共 48 分)在每个小题的下面,都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案,其中只有一个是正确的,请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑.

1. 5 的相反数是 ( )

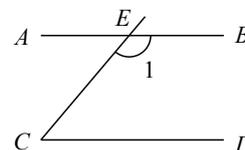
- A. -5                      B. 5                      C.  $-\frac{1}{5}$                       D.  $\frac{1}{5}$

2. 下列图形是轴对称图形的是 ( )



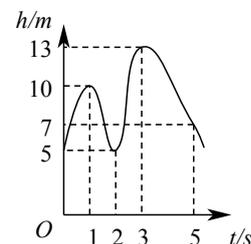
3. 如图,直线 AB, CD 被直线 CE 所截,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle C = 50^\circ$ , 则  $\angle 1$  的度数为 ( )

- A.  $40^\circ$                       B.  $50^\circ$                       C.  $130^\circ$                       D.  $150^\circ$



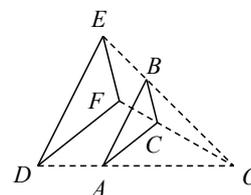
4. 如图,曲线表示一只蝴蝶在飞行过程中离地面的高度  $h(m)$  随飞行时间  $t(s)$  的变化情况,则这只蝴蝶飞行的最高高度约为 ( )

- A. 5m                      B. 7m                      C. 10m                      D. 13m

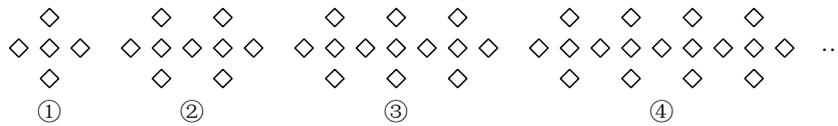


5. 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  位似,点 O 为位似中心,相似比为 2:3. 若  $\triangle ABC$  的周长为 4, 则  $\triangle DEF$  的周长是 ( )

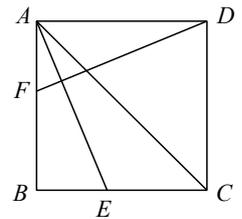
- A. 4                      B. 6                      C. 9                      D. 16



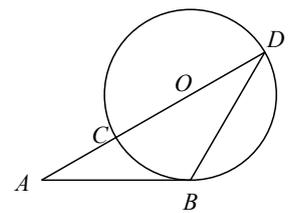
6. 用正方形按如图所示的规律拼图案,其中第①个图案中有5个正方形,第②个图案中有9个正方形,第③个图案中有13个正方形,第④个图案中有17个正方形,此规律排列下去,则第⑨个图案中正方形的个数为 ( )



- A. 32                      B. 34                      C. 37                      D. 41
7. 估计  $\sqrt{3} \times (2\sqrt{3} + \sqrt{5})$  的值应在 ( )
- A. 10 和 11 之间              B. 9 和 10 之间              C. 8 和 9 之间              D. 7 和 8 之间
8. 小区新增了一家快递店,第一天揽件 200 件,第三天揽件 242 件,设该快递店揽件日平均增长率为  $x$ ,根据题意,下面所列方程正确的是 ( )
- A.  $200(1+x)^2=242$       B.  $200(1-x)^2=242$       C.  $200(1+2x)=242$       D.  $200(1-2x)=242$
9. 如图,在正方形  $ABCD$  中,  $AE$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于点  $E$ , 点  $F$  是边  $AB$  上一点,连接  $DF$ , 若  $BE=CE$ , 则  $\angle CDF$  的度数为 ( )
- A.  $45^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $67.5^\circ$                       D.  $77.5^\circ$



10. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的切线,  $B$  为切点, 连接  $AO$  交  $\odot O$  于点  $C$ , 延长  $AO$  交  $\odot O$  于点  $D$ , 连接  $BD$ . 若  $\angle A = \angle D$ , 且  $AC = 3$ , 则  $AB$  的长度是 ( )
- A. 3                      B. 4                      C.  $3\sqrt{3}$                       D.  $4\sqrt{2}$



11. 若关于  $x$  的一元一次不等式组  $\begin{cases} x-1 \geq \frac{4x-1}{3} \\ 5x-1 < a \end{cases}$  的解集为  $x \leq -2$ , 且关于  $y$  的分式方程  $\frac{y-1}{y+1} = \frac{a}{y+1} - 2$  的解是负整数, 则所有满足条件的整数  $a$  的值之和是 ( )
- A. -26                      B. -24                      C. -15                      D. -13

12. 在多项式  $x - y - z - m - n$  中任意加括号, 加括号后仍只有减法运算, 然后按给出的运算顺序重新运算, 称此为“加算操作”. 例如:  $(x - y) - (z - m - n) = x - y - z + m + n$ ,  $x - y - (z - m) - n = x - y - z + m - n$ ,  $\dots$ .

下列说法:

- ①至少存在一种“加算操作”, 使其运算结果与原多项式相等;
- ②不存在任何“加算操作”, 使其运算结果与原多项式之和为0;
- ③所有可能的“加算操作”共有8种不同运算结果.

其中正确的个数是

( )

A. 0

B. 1

C. 2

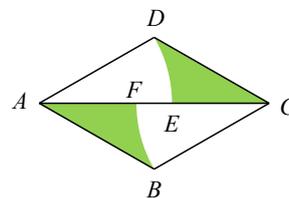
D. 3

二、填空题 (本大题四个小题, 每小题4分, 共16分) 请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.

13. 计算:  $|-4| + (3 - \pi)^0 =$  \_\_\_\_\_.

14. 有三张完全一样正面分别写有字母  $A, B, C$  的卡片. 将其背面朝上并洗匀, 从中随机抽取一张, 记下卡片上的字母后放回洗匀, 再从中随机抽取一张, 则抽取的两张卡片上的字母相同的概率是 \_\_\_\_\_.

15. 如图, 菱形  $ABCD$  中, 分别以点  $A, C$  为圆心,  $AD, CB$  长为半径画弧, 分别交对角线  $AC$  于点  $E, F$ . 若  $AB = 2$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ , 则图中阴影部分的面积为 \_\_\_\_\_ . (结果不取近似值)



16. 为进一步改善生态环境, 村委会决定在甲、乙、丙三座山上种植香樟和红枫. 初步预算, 这三座山各需两种树木数量和之比为  $5:6:7$ , 需香樟数量之比为  $4:3:9$ , 并且甲、乙两山需红枫数量之比为  $2:3$ . 在实际购买时, 香樟的价格比预算低  $20\%$ , 红枫的价格比预算高  $25\%$ , 香樟购买数量减少了  $6.25\%$ , 结果发现所花费用恰好与预算费用相等, 则实际购买香樟的总费用与实际购买红枫的总费用之比为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: (本大题2个小题, 每小题8分, 共16分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 画出必要的图形 (包括辅助线), 请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上.

17. 计算: (1)  $(x + 2)^2 + x(x - 4)$ ;

(2)  $(\frac{a}{b} - 1) \div \frac{a^2 - b^2}{2b}$ .

18. 在学习矩形的过程中,小明遇到了一个问题:在矩形  $ABCD$  中,  $E$  是  $AD$  边上的一点,试说明  $\triangle BCE$  的面积与矩形  $ABCD$  的面积之间的关系. 他的思路是:首先过点  $E$  作  $BC$  的垂线,将其转化为证明三角形全等,然后根据全等三角形的面积相等使问题得到解决. 请根据小明的思路完成下面的作图与填空:

证明:用直尺和圆规,过点  $E$  作  $BC$  的垂线  $EF$ ,垂足为  $F$ (只保留作图痕迹).

在  $\triangle BAE$  和  $\triangle EFB$  中,

$\therefore EF \perp BC$ ,

$\therefore \angle EFB = 90^\circ$ .

又  $\angle A = 90^\circ$ ,

$\therefore$  \_\_\_\_\_ ①

$\therefore AD \parallel BC$ ,

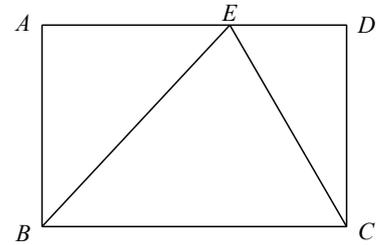
$\therefore$  \_\_\_\_\_ ②

又 \_\_\_\_\_ ③

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle EFB(AAS)$ .

同理可得 \_\_\_\_\_ ④

$$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle EFB} + S_{\triangle EFC} = \frac{1}{2}S_{\text{矩形}ABFE} + \frac{1}{2}S_{\text{矩形}EFC D} = \frac{1}{2}S_{\text{矩形}ABCD}$$



四、解答题:(本大题7个小题,每小题10分,共70分)解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤,画出必要的图形(包括辅助线),请将解答过程书写在对应的位置上.

19. 公司生产  $A$ 、 $B$  两种型号的扫地机器人,为了解它们的扫地质量,工作人员从某月生产的  $A$ 、 $B$  型扫地机器人中各随机抽取 10 台,在完全相同条件下试验,记录下它们的除尘量的数据(单位:  $g$ ),并进行整理、描述和分析(除尘量用  $x$  表示,共分为三个等级:合格  $80 \leq x < 85$ ,良好  $85 \leq x < 95$ ,优秀  $x \geq 95$ ),下面给出了部分信息:

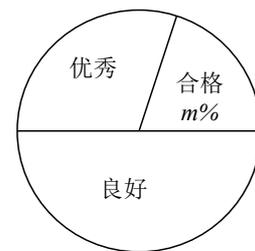
10 台  $A$  型扫地机器人的除尘量: 83, 84, 84, 88, 89, 89, 95, 95, 95, 98.

10 台  $B$  型扫地机器人中“良好”等级包含的所有数据为: 85, 90, 90, 90, 94

抽取的  $A$ 、 $B$  型扫地机器人除尘量统计表

型号	平均数	中位数	众数	方差	“优秀”等级所占百分比
A	90	89	$a$	26.6	40%
B	90	$b$	90	30	30%

抽取的  $B$  型扫地机器人除尘量扇形统计图



根据以上信息,解答下列问题:

(1) 填空:  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_,  $m =$  \_\_\_\_\_;

(2) 这个月公司可生产  $B$  型扫地机器人共 3000 台,估计该月  $B$  型扫地机器人“优秀”等级的台数;

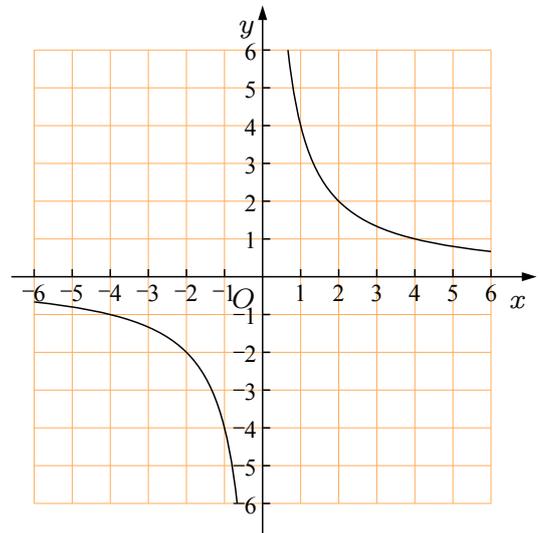
(3) 根据以上数据,你认为该公司生产的哪种型号的扫地机器人扫地质量更好? 请说明理由(写出一条理由即可).

20. 已知一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象与反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  的图象相交于点  $A(1, m)$ 、 $B(n, -2)$ .

(1) 求一次函数的表达式, 并在图中画出这个一次函数的图象;

(2) 根据函数图象, 直接写出不等式  $kx + b > \frac{4}{x}$  的解集:

(3) 若点  $C$  是点  $B$  关于  $y$  轴的对称点, 连接  $AC$ ,  $BC$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.



20 题图

21. 在全民健身运动中, 骑行运动颇受市民青睐, 甲、乙两骑行爱好者约定从  $A$  地沿相同路线骑行去距  $A$  地 30 千米的  $B$  地, 已知甲前行的速度是乙的 1.2 倍.

(1) 若乙先骑行 2 千米, 甲才开始从  $A$  地出发, 则甲出发半小时恰好追上乙, 求甲骑行的速度;

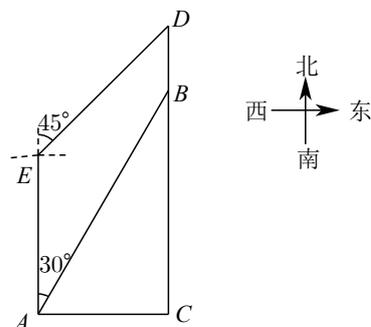
(2) 若乙先骑行 20 分钟, 甲才开始从  $A$  地出发, 则甲、乙恰好同时到达  $B$  地, 求甲骑行的速度.

22. 如图, 三角形花园  $ABC$  紧邻湖泊, 四边形  $ABDE$  是沿湖泊修建的人行步道. 经测量, 点  $C$  在点  $A$  的正东方向,  $AC = 200$  米. 点  $E$  在点  $A$  的正北方向. 点  $B, D$  在点  $C$  的正北方向,  $BD = 100$  米. 点  $B$  在点  $A$  的北偏东  $30^\circ$ , 点  $D$  在点  $E$  的北偏东  $45^\circ$ .

(1) 求步道  $DE$  的长度 (精确到个位);

(2) 点  $D$  处有直饮水, 小红从  $A$  出发沿人行步道去取水, 可以经过点  $B$  到达点  $D$ , 也可以经过点  $E$  到达点  $D$ . 请计算说明他走哪一条路较近?

(参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ )



23. 若一个四位数  $M$  的个位数字与十位数字的平方和恰好是  $M$  去掉个位与十位数字后得到的两位数, 则这个四位数  $M$  为“勾股和数”.

例如:  $M = 2543$ ,  $\because 3^2 + 4^2 = 25$ ,  $\therefore 2543$  是“勾股和数”.

又如:  $M = 4325$ ,  $\because 5^2 + 2^2 = 29$ ,  $29 \neq 43$ ,  $\therefore 4325$  不是“勾股和数”

(1) 判断 2022, 5055 是否是“勾股和数”, 并说明理由;

(2) 一个“勾股和数”  $M$  的千位数字为  $a$ , 百位数字为  $b$ , 十位数字为  $c$ , 个位数字为  $d$ , 记  $G(M) = \frac{c+d}{9}$ ,  $P$

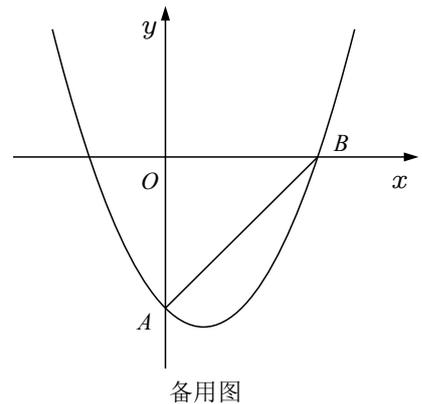
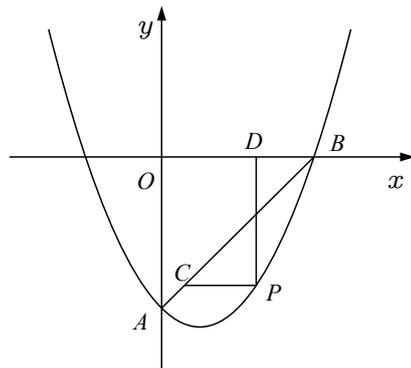
$(M) = \frac{|10(a-c) + (b-d)|}{3}$ . 当  $G(M)$ ,  $P(M)$  均是整数时, 求出所有满足条件的  $M$ .

24. 如图,在平面直角坐标系中,抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$  与直线  $AB$  交于点  $A(0, -4)$ ,  $B(4, 0)$ .

(1) 求该抛物线的函数表达式;

(2) 点  $P$  是直线  $AB$  下方抛物线上的一动点,过点  $P$  作  $x$  轴的平行线交  $AB$  于点  $C$ ,过点  $P$  作  $y$  轴的平行线交  $x$  轴于点  $D$ ,求  $PC + PD$  的最大值及此时点  $P$  的坐标;

(3) 在 (2) 中  $PC + PD$  取得最大值的条件下,将该抛物线沿水平方向向左平移 5 个单位,点  $E$  为点  $P$  的对应点,平移后的抛物线与  $y$  轴交于点  $F$ ,  $M$  为平移后的抛物线的对称轴上一点. 在平移后的抛物线上确定一点  $N$ ,使得以点  $E, F, M, N$  为顶点的四边形是平行四边形,写出所有符合条件的点  $N$  的坐标,并写出求解点  $N$  的坐标的其中一种情况的过程.



25. 如图,在锐角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$ ,点 $D, E$ 分别是边 $AB, AC$ 上一动点,连接 $BE$ 交直线 $CD$ 于点 $F$ .

(1) 如图1,若 $AB > AC$ ,且 $BD = CE$ , $\angle BCD = \angle CBE$ ,求 $\angle CFE$ 的度数;

(2) 如图2,若 $AB = AC$ ,且 $BD = AE$ ,在平面内将线段 $AC$ 绕点 $C$ 顺时针方向旋转 $60^\circ$ 得到线段 $CM$ ,连接 $MF$ ,点 $N$ 是 $MF$ 的中点,连接 $CN$ . 在点 $D, E$ 运动过程中,猜想线段 $BF, CF, CN$ 之间存在的数量关系,并证明你的猜想;

(3) 若 $AB = AC$ ,且 $BD = AE$ ,将 $\triangle ABC$ 沿直线 $AB$ 翻折至 $\triangle ABC$ 所在平面内得到 $\triangle ABP$ ,点 $H$ 是 $AP$ 的中点,点 $K$ 是线段 $PF$ 上一点,将 $\triangle PHK$ 沿直线 $HK$ 翻折至 $\triangle PHK$ 所在平面内得到 $\triangle QHK$ ,连接 $PQ$ . 在点 $D, E$ 运动过程中,当线段 $PF$ 取得最小值,且 $QK \perp PF$ 时,请直接写出 $\frac{PQ}{BC}$ 的值.

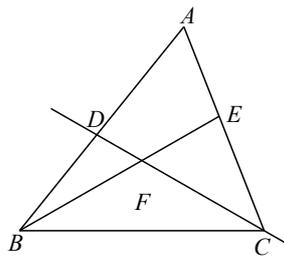


图1

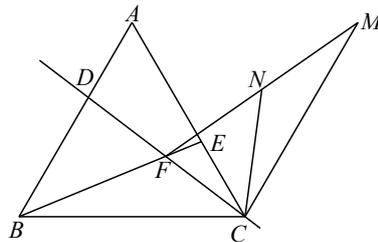
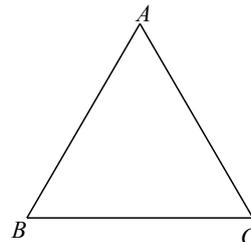


图2



备用图