

九年级数学试题

(时间: 120 分钟 总分: 150 分) 2022.1

一、选择题 (本题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应的位置上)

1. 下列方程中, 是关于 x 的一元二次方程的为 (▲)

A. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 0$ B. $x^2 - x - 1 = 0$ C. $3x^2 - 2xy = 0$ D. $4 - y^2 = 0$

2. 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 相似比为 1: 2, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的周长比为 (▲)

A. 1: 2 B. 2: 1 C. 1: 4 D. 4: 1

3. 某篮球运动员在连续 7 场比赛中的得分 (单位: 分) 依次为 20, 18, 23, 17, 20, 20, 18, 则这组数据的众数与中位数分别是 (▲)

A. 18 分, 17 分 B. 20 分, 17 分 C. 20 分, 19 分 D. 20 分, 20 分

4. 已知圆锥的底面半径为 2cm, 母线长为 3cm, 则其侧面积为 (▲) cm.

A. 3π B. 6π C. 12π D. 18π

5. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 在 AB 的延长线上, DC 切 $\odot O$ 于点 C , 若 $\angle A = 20^\circ$, 则 $\angle D$ 等于 (▲)

A. 20° B. 30° C. 50° D. 40°

6. 函数 $y = -x^2 - 2x + m$ 的图象上有两点 $A(1, y_1)$, $B(2, y_2)$, 则 (▲)

A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. y_1, y_2 的大小不确定

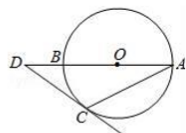
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$, 下列等式成立的是 (▲)

A. $\frac{AD}{DB} = \frac{BF}{FC}$ B. $\frac{AD}{DB} = \frac{EC}{AE}$ C. $\frac{AD}{DB} = \frac{DE}{BC}$ D. $\frac{AD}{DB} = \frac{EF}{AB}$

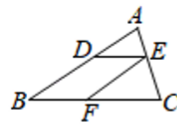
8. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(1, 0)$, $B(3, 0)$, C 为平面内的动点, 且满足

$\angle ACB = 90^\circ$, D 为直线 $y = x$ 上的动点, 则线段 CD 长的最小值为 (▲)

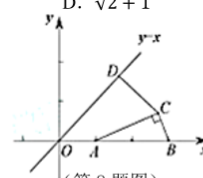
A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2} - 1$ D. $\sqrt{2} + 1$



(第 5 题图)



(第 7 题图)



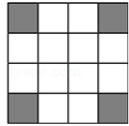
(第 8 题图)

二、填空题 (本题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把正确答案直接填写在答题卡相应位置上)

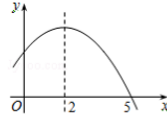
9. 一组数据: 6, 2, -1, 5 的极差为 ▲.

10. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + c = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 c 的取值范是 ▲.

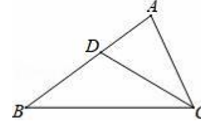
11. 如果在比例尺为 1: 1000000 的地图上, A、B 两地的图上距离是 7.8cm, 那么 A、B 两地的实际距离是 ▲ km.
12. 一只自由飞行的小鸟, 将随意地落在如图所示的方格地面上, 每个小方格形状完全相同, 则小鸟落在阴影方格地面上的概率是 ▲.
13. 某种植基地 2020 年蔬菜产量为 80 吨, 预计 2022 年蔬菜产量达到 100 吨, 求蔬菜产量的年平均增长率, 设蔬菜产量的年平均增长率为 x , 则可列方程为 ▲.
14. 如图是二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的部分图象, 若 $y \geq 0$, 则 x 的取值范围是 ▲.
15. 用半径为 4cm, 圆心角为 90° 的扇形纸片围成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的底面圆半径为 ▲ cm.
16. 已知抛物线 $y = 2x^2 - x - 1$, 与 x 轴的一个交点为 $(m, 0)$, 则代数式 $-4m^2 + 2m + 2022$ 的值为 ▲.
17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 2\angle B$, CD 平分 $\angle ACB$. 若 $AD = 2$, $BD = 3$, AC 的长为 ▲.



(第 12 题图)



(第 14 题图)



(第 17 题图)

18. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表:

x	...	-1	0	1	2	$\sqrt{5}$...
$y = ax^2 + bx + c$...	m	-1	-1	n	t	...

且当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, 与其对应的函数值 $y > 0$, 有下列结论: ① $abc > 0$; ② 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小; ③ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = t$ 的两个根是 $\sqrt{5}$ 和 $1 - \sqrt{5}$; ④ $m + n > \frac{11}{3}$. 其中, 正确的结论是 ▲.

三、解答题 (本题共 10 个小题, 共 96 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本题满分 8 分)

解方程: (1) $(x+2)^2 - 9 = 0$; .

(2) $x^2 - 2x - 3 = 0$.

20. (本题满分 8 分) 已知函数 $y = x^2 - 2kx + k^2 + 1$.

(1) 求证: 不论 k 取何值, 函数 $y > 0$;

(2) 若函数图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 10)$, 求函数图象的顶点坐标.

21. (本题满分 8 分) 现有一个不透明的口袋装有分别标有汉字“最”、“美”、“扬”、“州”的四个小球, 除汉字不同之外, 小球没有任何区别, 每次摸球前先搅拌均匀再摸球.

(1) 若从中任取一个球, 取出的球上的汉字是“美”的概率为_____;

(2) 小明同学从中任取一个球, 不放回, 再从中任取一个球, 请用画树状图或列表的方法, 求出小明取出两个球上的汉字恰能组成“扬州”的概率 P .

22. (本题满分 8 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 4x + 2 = 0$ 有实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$, AB 、 BC 长是方程 $kx^2 - 4x + 2 = 0$ 的两根, 求 BC 的长.

23. (本题满分 10 分) 某中学九年级学生开展踢毽子活动, 每班派 5 名学生参加, 按团体总分排列名次, 在规定时间内每人踢 100 个以上 (含 100) 为优秀. 下表是成绩最好的甲班和乙班 5 名学生的比赛成绩 (单位: 个)

	1 号	2 号	3 号	4 号	5 号	总数
甲班	100	98	110	89	103	500
乙班	90	97	101	113	99	500

经统计发现两班 5 名学生踢毽子的总个数相等, 此时有学生建议, 可以通过考查数据中的其他信息为参考, 请你回答下列问题:

(1) 甲班比赛数据的中位数为_____, 乙班比赛数据的平均数为_____;

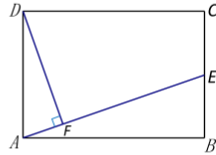
(2) 计算两班比赛数据的方差;

(3) 根据以上信息, 你认为应该把冠军奖状发给哪一个班? 简述理由.

24. (本题满分 10 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, $DF \perp AE$, 垂足为 F .

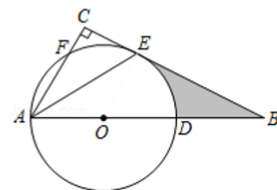
(1) 求证 $\triangle ADF \sim \triangle EAB$;

(2) 若 $AB = 12$, $BC = 10$, 求 DF 的长.



25. (本题满分 10 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在 AB 上, 以 AD 为直径的 $\odot O$ 与 BC 相交于点 E , 与 AC 相交于点 F , AE 平分 $\angle BAC$.

- (1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线.
- (2) 若 $\angle EAB=30^\circ$, $OD=5$, 求图中阴影部分的周长.



第 25 题图

26. (本题满分 10 分) 2022 年冬奥会即将在北京召开, 某网络经销商销售以冬奥会为主题的文化衫, 平均每天可售出 30 件, 每件盈利 40 元. 为了尽快减少库存、增加盈利, 该经销商采取了降价措施, 经过一段时间的销售发现, 销售单价每降低 1 元, 平均每天可多售出 3 件.

- (1) 若降价 x 元, 则平均每天销售数量为_____件 (用含 x 的代数式表示);
- (2) 若该经销商每天获得利润 1800 元, 则每件商品应降价多少元?
- (3) 若每件盈利不少于 24 元, 不多于 36 元, 求该经销商每天获得的最高利润和最低利润分别为多少?

27. (本题满分 12 分) 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $AC=BC=4$, $\angle ACB=90^\circ$, 过点 C 任作一条直线 CD , 将线段 BC 沿直线 CD 翻折得线段 CE , 直线 AE 交直线 CD 于点 F . 直线 BE 交直线 CD 于 G 点.

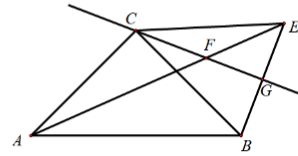


图 1

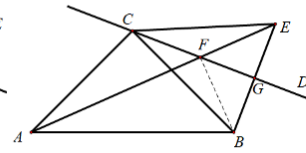
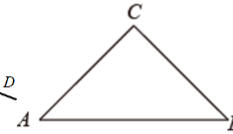


图 2



备用图

(1) 小智同学通过思考推得当点 E 在 AB 上方时, $\angle AEB$ 的角度是不变的, 请按小智的思路帮助小智完成以下推理过程:

$\because AC=BC=EC$

$\therefore A, B, E$ 三点在以 C 为圆心以 AC 为半径的圆上

$\therefore \angle AEB = \underline{\hspace{2cm}} \angle ACB$. (填写数量关系)

$\therefore \angle AEB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

(2) 如图 2, 连接 BF , 求证: A, B, F, C 四点共圆;

(3) 线段 AE 最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$; 若取 BC 的中点 M , 则线段 MF 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

28. (本题满分 12 分) 在初中阶段的函数学习中, 我们经历了列表、描点、连线画函数图象,

并结合图象研究函数性质的过程. 我们对函数 $y = \frac{ax}{(x-1)^2 + b}$ 图像与性质进行探究, 下表是该

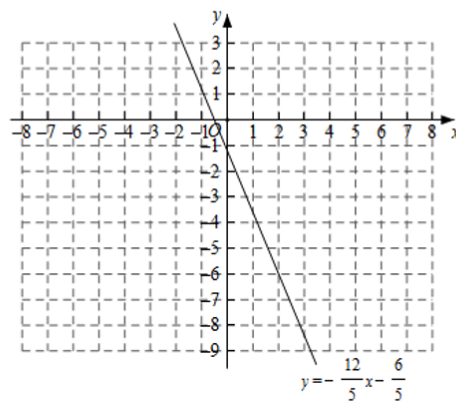
函数 y 与自变量 x 的几组对应值, 请解答下列问题:

x	\cdots	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	\cdots
y	\cdots	$\frac{18}{17}$	$\frac{60}{53}$	m	$\frac{36}{29}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{12}{13}$	0	$-\frac{12}{5}$	-6	$-\frac{36}{5}$	n	$-\frac{60}{13}$	$-\frac{18}{5}$	\cdots

(1) 求该函数的解析式, 并写出自变量 x 的取值范围.

(2) 表中 m 的值为____, n 的值为____.

(3) 在如图所示的平面直角坐标系中, 画出该函数的图像:



(4) 结合上述研究

①写出方程 $\frac{ax}{(x-1)^2 + b} = -\frac{12}{5}x - \frac{6}{5}$ 的解_____.

②直接写出关于 x 的不等式 $\frac{ax}{(x-1)^2 + b} \leq -\frac{12}{5}x - \frac{6}{5}$ 的解集是_____.