

开封市 2021—2022 学年第一学期期末考试 九年级数学试卷

注意事项：

1. 本试卷共 6 页，三个大题，满分 120 分，考试时间 100 分钟；
2. 本试卷上不要答题，请按答题卡上注意事项的要求直接把答案填写在答题卡上，答在试卷上的答案无效。

一. 选择题(每小题 3 分, 共 30 分) 下列各题均有四个答案, 其中只有一个是正确的.

1. 下面四个环境保护图案, 属于中心对称图形的是



A



B



C

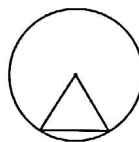


D

2. 下列说法中, 正确的是

- A. 概率很小的事件不可能发生
- B. 打开电视机, 正在播放新闻联播是随机事件
- C. 任意买一张电影票, 座位号是偶数是必然事件
- D. “彩票中奖的概率为 1%”表示买 100 张彩票一定有 1 张会中奖

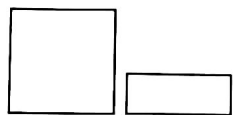
3. 下图中是相似图形的一组是



A



B



C



D

4. 关于 x 的方程 $(a-1)x^2 + 4x - 3 = 0$ 是一元二次方程, 则

- A. $a > 1$
- B. $a = 1$
- C. $a \neq 1$
- D. $a \geq 0$

5. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的开口向下, 顶点坐标为 $(1, -2)$, 那么该抛物线有

- A. 最小值 -2
- B. 最大值 -2
- C. 最小值 1
- D. 最大值 1

6. 下列关于反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的结论中正确的是

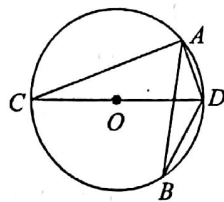
- A. 图象过点 $(1, 3)$
- B. 图象在一、三象限内
- C. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大
- D. 当 $x > -1$ 时, $y > 3$

7. 已知点 $M(a, b)$ 在第二象限内, 且 $|a| = 1, |b| = 2$, 则该点关于原点对称点的坐标是

- A. $(-2, 1)$
- B. $(-1, 2)$
- C. $(2, -1)$
- D. $(1, -2)$

8. 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, A, B 是 $\odot O$ 上的两点, 若 $\angle ABD = 15^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数为

A. 55° B. 65° C. 75° D. 85°

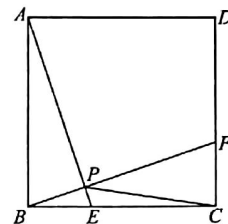


9. 新能源汽车越来越受消费者喜爱, 各种品牌相继投放市场, 我国新能源汽车近几年销量全球第一, 2020 年销量为 136.7 万辆, 销量逐年增加, 预计到 2022 年销量达到 500 万辆. 若年平均增长率为 x , 则可列方程为

A. $136.7(1+x)^2 = 500$ B. $500(1-x) = 136.7$
C. $136.7(1+2x) = 500$ D. $136.7(1+x^2) = 500$

10. 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 E, F 分别是 BC, CD 上的一动点, 且 $BE = CF$, 连结 AE, BF , 两线交于点 P , 连接 CP , 则 CP 的最小值是

A. $2\sqrt{5} - 2$ B. $3\sqrt{2} - 2$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2} + 2$

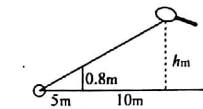


二. 填空题. (每小题 3 分, 共 15 分)

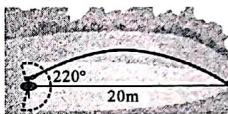
11. 若从长度为 1, 2, 3, 4 的四条线段中任取三条, 则能组成三角形的概率是_____.

12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x + k = 0$ 有两个实数根, 则 k 的取值范围是_____.

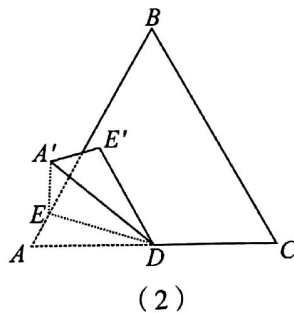
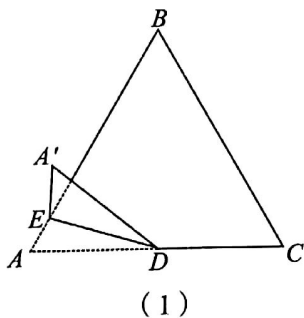
13. 如图, 小刚在打网球时, 球恰好能打过网, 且落在离网 5m 的位置上, 则他的球拍击球的高度是_____ m.



14. 如图, 草坪上的自动喷水装置能旋转 220° , 它的喷灌区域是一个扇形, 这个扇形的半径是 20m, 则它能喷灌的草坪的面积为_____ m^2



15. 在一张边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 的纸片上做折纸游戏, 其中点 D 是 AC 的中点, 如图(1), 在 AB 上任取一点 E , 将纸片沿 DE 折叠, 使点 A 落在 A' 处, 再将纸片沿 $A'D$ 折叠, 点 E 落在 E' 处, 如图(2); 当点 E' 恰好落在原等边三角形纸片的边上 (不与顶点重合) 时, 线段 AE 的长为_____.



三. 解答题. (本大题 8 个小题, 共 75 分)

16. (8 分) 解方程: (1) $x^2 - 2x - 2 = 0$;

(2) $3x(x-2) = x-2$.

17. (9分) 随着人们购物方式观念的转变, 网络购物给人们生活带来了方便. 直播购物逐渐走进了人们的生活. 某电商在抖音上对一款成本价为 30 元的小商品进行直播销售, 如果按每件 40 元销售, 每月可卖出 600 件, 通过市场调查发现, 每件小商品售价每上涨 1 元, 销售件数减少 10 件. 为了实现平均每月 10000 元的销售利润, 每件商品售价应定为多少元? 这时电商每月能售出商品多少件?

18. (9分) 如图, 在平面直角坐标系中, $Rt\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(-4, 1)$, $B(-1, 3)$, $C(-1, 1)$.

(1) 将 $\triangle ABC$ 以点 C 为旋转中心旋转 180° , 画出旋转后对应的 $\triangle A_1B_1C$,

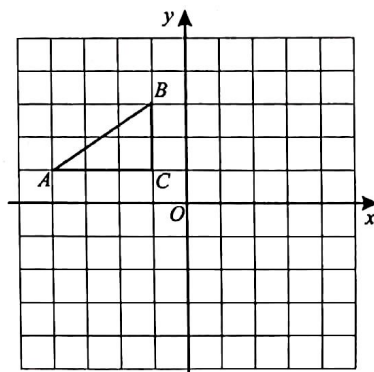
点 A_1 的坐标为 _____;

(2) 平移 $\triangle ABC$, 若点 A 对应的点 A_2 的坐标为 $(-4, -5)$, 画出 $\triangle A_2B_2C_2$,

点 B_2 的坐标为 _____;

(3) 当 $\triangle A_1B_1C$ 绕某一点旋转可以得到 (2) 中的 $\triangle A_2B_2C_2$,

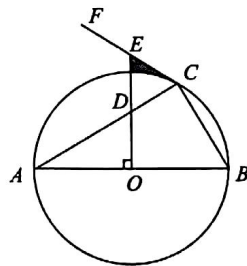
直接写出旋转中心的坐标: _____.



19. (9分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 为 $\odot O$ 上一点, CF 为 $\odot O$ 的切线, $OE \perp AB$ 于点 O , 分别交 AC , CF 于 D , E 两点.

(1) 求证: $ED = EC$;

(2) 若 $EC = 1$, $\angle A = 30^\circ$, 求图中阴影部分的周长.



20. (9分) 甲、乙两人进行摸牌游戏, 现有三张形状大小完全相同的牌, 正面分别标有数字 2, 3, 5. 将三张牌背面朝上, 洗匀后放在桌子上.

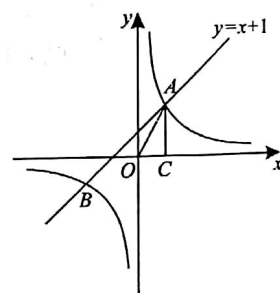
(1) 甲从中随机抽取一张牌, 记录数字后放回洗匀, 乙再随机抽取一张. 请用列表法或画树状图的方法, 求两人抽取相同数字的概率;

(2) 若两人抽取的数字和为 2 的倍数, 则甲获胜; 若抽取的数字和为 5 的倍数, 则乙获胜. 这个游戏公平吗? 请用概率的知识加以解释.

21. (10分) 如图, 已知直线 $y = x + 1$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于 $A(a, 2)$, $B(-2, b)$ 两点, 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴于点 C .

(1) A 点的坐标为 _____, B 点的坐标为 _____,
双曲线解析式为 _____.

(2) 若点 P 在直线 $y = x + 1$ 上, 是否存在点 P , 使 $S_{\triangle ACP} = 2S_{\triangle AOC}$.
若存在, 请求出此时点 P 的坐标, 若不存在, 请说明理由.



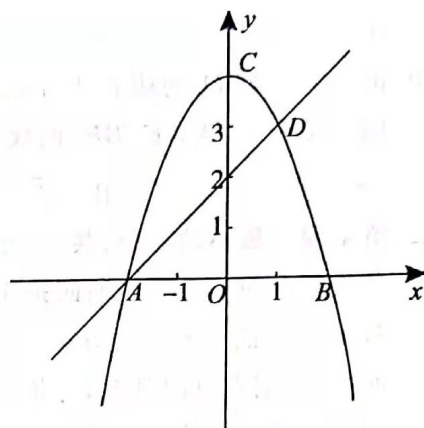
22. (10分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + 4$ 的图象与 x 轴分别交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于 C 点, 且 $OC = AB$.

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 点 $D(1, 3)$ 在抛物线上, 若点 P 是直线 AD 上的一个动点, 过点 P 作 PQ 垂直于 x 轴, 垂足为 Q , 且以 PQ 为斜边作等腰直角 $\triangle PQE$.

① 当点 P 与点 D 重合时, 求点 E 到 y 轴的距离.

② 若点 E 落在抛物线上, 请直接写出 E 点的坐标.



23. (11分) 某数学兴趣小组在学习了尺规作图、等腰三角形和相似三角形的有关知识后, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, 其中 $AB=AC$, 如图 I, 进行了如下操作:

第一步, 以点 A 为圆心, 任意长为半径画弧, 分别交 BA 的延长线和 AC 于点 E, F, 如图 II;

第二步, 分别以点 E, F 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧, 两弧相交于点 D, 作射线 AD;

第三步, 以 D 为圆心, DA 的长为半径画弧, 交射线 AE 于点 G;

(1) 填空; 写出 $\angle CAD$ 与 $\angle GAD$ 的大小关系为 _____;

(2) ① 请判断 AD 与 BC 的位置关系, 并说明理由.

② 当 $AB=AC=6, BC=2$ 时, 连接 DG, 请直接写出 $\frac{AD}{AG} =$ _____;

(3) 如图 III, 根据以上条件, 点 P 为 AB 的中点, 点 M 为射线 AD 上的一个动点, 连接 PM, PC, 当 $\angle CPM = \angle B$ 时, 求 AM 的长.

