

# 嵊州市 2021 学年第一学期期末学业成绩调测

## 九年级数学试卷

考生须知：

1. 本试题卷共 6 页，有三个大题，24 个小题。全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答案必须写在答题纸相应的位置上，写在本试题卷、草稿纸上均无效。
3. 答题前，认真阅读答题纸上的“注意事项”，按规定答题。本次考试不能使用计算器。

参考公式：抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的顶点坐标是  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ 。

### 卷 I（选择题）

一、选择题（本大题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。请选出每小题中一个最符合题意的选项，不选、多选、错选，均不给分）

1.  $\cos 30^\circ$  的值为（▲）

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\sqrt{3}$

2. 将抛物线  $y = 3x^2$  先向右平移 1 个单位，再向上平移 1 个单位，得到抛物线（▲）

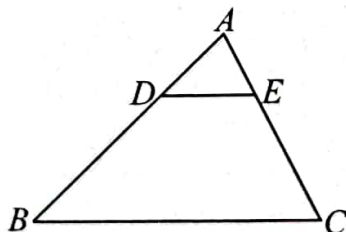
- A.  $y = 3(x-1)^2 + 1$                       B.  $y = 3(x+1)^2 + 1$   
C.  $y = 3(x-1)^2 - 1$                       D.  $y = 3(x+1)^2 - 1$

3. 在一个不透明的箱子里放有 5 个球，其中 2 个红球，3 个白球，它们除颜色外其余都相同。从箱子里任意摸出 1 个球，摸到红球的概率是（▲）

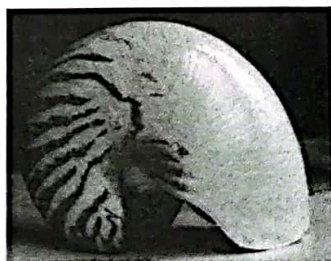
- A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{2}{5}$                       C.  $\frac{3}{5}$                       D.  $\frac{2}{3}$

4. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$ ， $E$  分别在边  $AB$ ， $AC$  上， $DE \parallel BC$ 。若  $BD = 2AD$ ，则（▲）

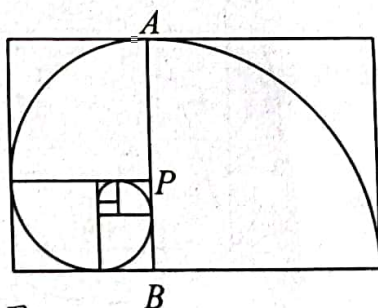
- A.  $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$                       B.  $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$                       C.  $\frac{AD}{EC} = \frac{1}{2}$                       D.  $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$



第 4 题图



第 5 题图



5. 鹦鹉螺曲线的每个半径和后一个半径的比都是黄金比例，是自然界最美的鬼斧神工。如图， $P$  是  $AB$  的黄金分割点 ( $AP > BP$ )，若线段  $AB$  的长为 6cm，则  $AP$  的长约为（▲）

- A. 3.71cm                      B. 4.14cm                      C. 4.32cm                      D. 4.86cm

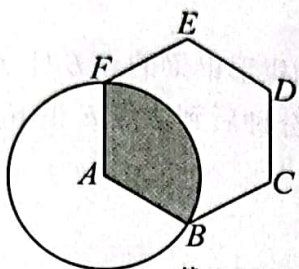
6. 如图, 正六边形  $ABCDEF$  的边长为 6, 以顶点  $A$  为圆心,  $AB$  的长为半径画圆, 则图中阴影部分的面积为 ( ▲ )

A.  $4\pi$

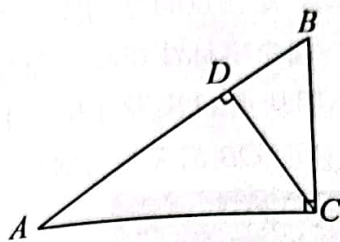
B.  $6\pi$

C.  $8\pi$

D.  $12\pi$



第 6 题图



第 7 题图

7. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $CD$  是斜边  $AB$  上的高,  $\angle A \neq 45^\circ$ , 则下列比值中不等于  $\sin A$  的是 ( ▲ )

A.  $\frac{CD}{AC}$

B.  $\frac{BD}{CB}$

C.  $\frac{CB}{AB}$

D.  $\frac{CD}{CB}$

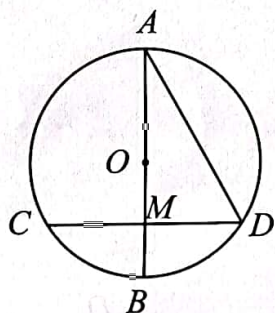
8. 如图,  $CD$  是  $\odot O$  的弦, 直径  $AB \perp CD$ , 垂足为  $M$ , 连结  $AD$ . 若  $CD=8$ ,  $BM=2$ , 则  $AD$  的长为 ( ▲ )

A. 10

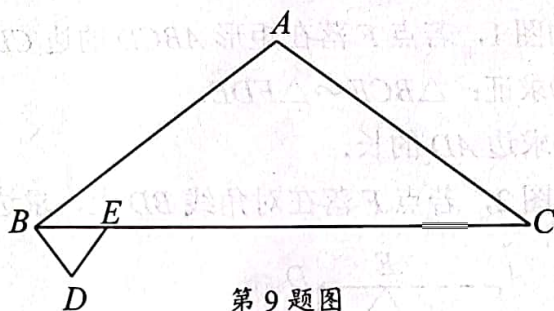
B.  $5\sqrt{3}$

C.  $4\sqrt{5}$

D.  $3\sqrt{10}$



第 8 题图



第 9 题图

9. 如图,  $AB=AC=25\text{ cm}$ ,  $DB=DE=5\text{ cm}$ , 点  $B, E, C$  三点共线,  $AB \perp BD$ . 若  $BE=6$ , 则  $BC$  的长为 ( ▲ )

A. 45cm

B. 42cm

C. 40cm

D.  $5\sqrt{26}\text{ cm}$

10. 已知  $A, B$  两点的坐标分别为  $(-2, -2), (1, 2)$ , 线段  $AB$  上有一动点  $M(m, n)$ , 过点  $M$  作  $x$  轴的平行线交抛物线  $y=-(x+1)^2+b$  于点  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$  两点 (点  $P$  在  $Q$  的左侧). 若  $x_1 < m \leq x_2$  恒成立, 则  $b$  的取值范围为 ( ▲ )

A.  $b \leq 1$

B.  $b \geq 6$

C.  $-1 < b \leq 6$

D.  $-2 < b \leq 5$



## 卷 II (非选择题)

### 二、填空题 (本大题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

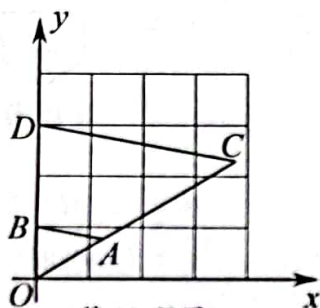
11. 已知  $2m - 7n = 0$ , 则  $\frac{m}{n}$  的值为 ▲.

12. 某林业部门对某种树苗在一定条件下的移植成活率进行了统计, 结果如下表:

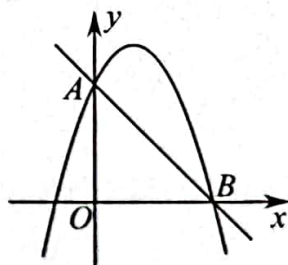
移植总数/棵	50	270	400	750	1500	3500	7000	9000	14000
成活的频率	0.940	0.870	0.923	0.883	0.890	0.915	0.905	0.897	0.900

若要有 18000 棵树苗成活, 估计需要移植 ▲ 棵树苗较为合适.

13. 如图, 在平面直角坐标系中, 以原点  $O$  为位似中心, 将  $\triangle OAB$  放大后得到  $\triangle OCD$ , 若  $B(0, 1)$ ,  $D(0, 3)$ , 则  $\triangle OAB$  与  $\triangle OCD$  的面积比为 ▲.



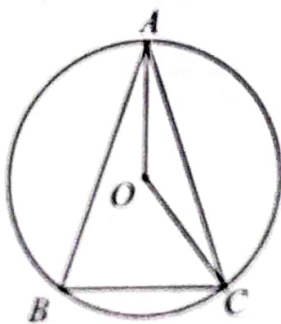
第 13 题图



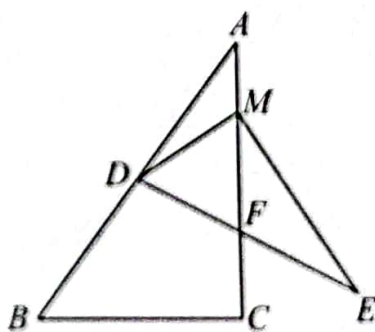
第 14 题图

14. 如图, 直线  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 与抛物线  $y = -x^2 + 2x + 3$  交于点  $A$ ,  $B$ , 且点  $A$  在  $y$  轴上, 点  $B$  在  $x$  轴上, 则不等式  $-x^2 + 2x + 3 > kx + b$  的解集为 ▲.

15. 如图,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AB = AC$ , 连结  $AO$ ,  $CO$ . 若  $BC = 6$ ,  $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$ , 则  $\odot O$  的半径为 ▲.



第 15 题图



第 16 题图

16. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $AC = 8$ ,  $D$  是  $AB$  的中点,  $M$  是线段  $AC$  上的一动点, 连结  $DM$ , 以  $DM$  为直角边作直角三角形  $DEM$ , 使得  $\angle DEM = 30^\circ$ , 斜边  $DE$  所在直线交射线  $MC$  于点  $F$ . 若  $\triangle MDF$  的面积是  $\triangle MEF$  面积的  $\sqrt{3}$  倍, 则  $CM$  的长为 ▲.

三、解答题（本大题有 8 小题，第 17~20 小题每小题 8 分，第 21 小题 10 分，第 22, 23 小题每小题 12 分，第 24 小题 14 分，共 80 分。解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程）

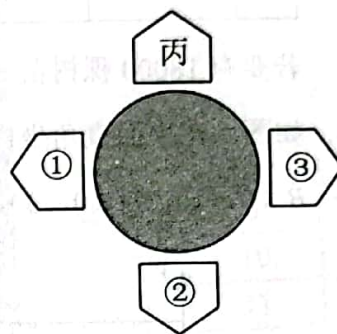
17. (1) 计算： $\cos^2 45^\circ + \tan 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$ .

(2) 已知线段  $c$  是线段  $a, b$  的比例中项，且  $a=4, b=16$ ，求线段  $c$  的长.

18. 一张圆桌旁设有 4 个座位，丙先坐在了如图所示的座位上，甲、乙 2 人等可能地坐到①、②、③中的 2 个座位上.

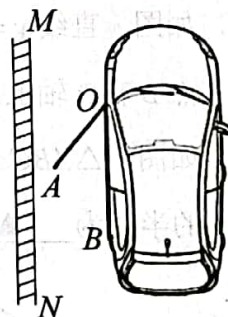
(1) 甲坐在①号座位的概率是     ▲    .

(2) 用画树状图或列表的方法，求甲与乙相邻而坐的概率.



第 18 题图

19. 如图是一辆小汽车与墙平行停放的平面示意图，汽车靠墙一侧  $OB$  与墙  $MN$  平行且距离为 0.8 米，已知小汽车车门宽  $AO$  为 1.2 米，当车门打开角度  $\angle AOB$  为  $40^\circ$  时，车门是否会碰到墙？请说明理由。（参考数据： $\sin 40^\circ \approx 0.64, \cos 40^\circ \approx 0.77, \tan 40^\circ \approx 0.84$ ）

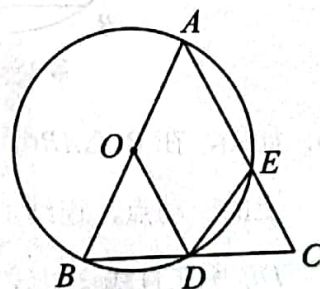


第 19 题图

20. 已知：如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ，以腰  $AB$  为直径作  $\odot O$ ，分别交  $BC, AC$  于点  $D, E$ ，连结  $OD, DE$ .

(1) 求证： $BD=DC$ .

(2) 若  $\angle BAC=50^\circ$ ，求  $\angle ODE$  的度数.



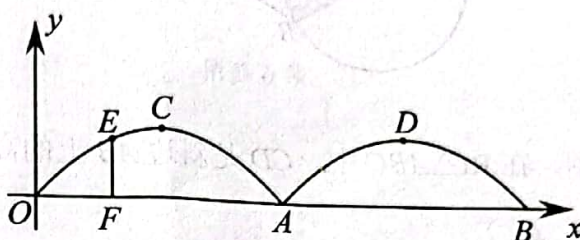
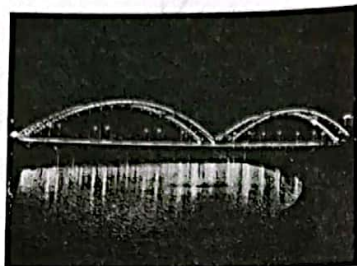
第 20 题图



21. 嵊州大桥桥面上有两个完全相同的拱形钢梁，每一个拱形钢梁可看作抛物线的一部分，如图是大桥的侧面示意图，桥面  $OB$  长为 240 米，点  $A$  是桥面  $OB$  的中点，钢梁最高点  $C, D$  离桥面的高度均为 30 米，以桥面  $OB$  所在直线为  $x$  轴，过点  $O$  且垂直于  $OB$  的直线为  $y$  轴建立平面直角坐标系。

(1) 求过点  $O, C, A$  三点的抛物线表达式。

(2) “嵊州大桥”四个字标注在离桥面高度为 22.5 米的拱形钢梁的点  $E$  处（点  $E$  在点  $C$  的左侧），小明从点  $O$  出发在桥面上匀速前行，半分钟后到达点  $E$  正下方的点  $F$  处，则小明通过桥面  $OB$  需多少分钟？



第 21 题图

22. 在矩形  $ABCD$  中， $AB=2$ ， $E$  是  $AD$  上一点， $AE=1$ 。将  $\triangle ABE$  沿  $BE$  折叠，点  $A$  的对应点为  $F$ 。

(1) 如图 1，若点  $F$  落在矩形  $ABCD$  的边  $CD$  上。

① 求证： $\triangle BCF \sim \triangle FDE$ 。

② 求边  $AD$  的长。

(2) 如图 2，若点  $F$  落在对角线  $BD$  上，求边  $AD$  的长。

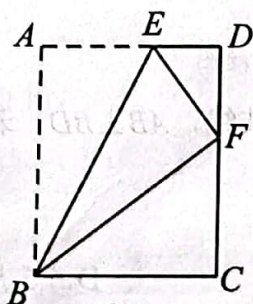


图 1

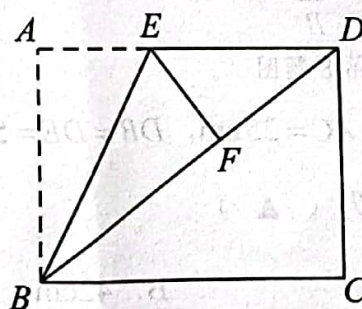


图 2

第 22 题图



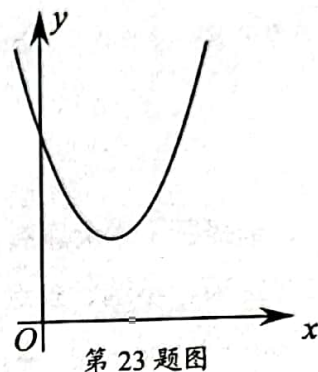
23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $O$  为坐标原点, 定义  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$  两点之间的“直角距离”为  $d(P, Q) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ . 二次函数  $y = x^2 - 3x + 4$  的图象如图所示.

(1) 点  $A$  为图象与  $y$  轴的交点, 点  $B(-1, b)$  在该二次函数的图象上, 求  $d(A, B)$  的值.

(2) 点  $C$  是二次函数  $y = x^2 - 3x + 4$  ( $x \geq 0$ ) 图象上的一点, 记点  $C$  的横坐标为  $m$ .

①求  $d(O, C)$  的最小值及对应的点  $C$  的坐标.

②当  $t \leq m \leq t+1$  时,  $d(O, C)$  的最大值为  $p$ , 最小值为  $q$ , 若  $p - q = \frac{3}{4}$ , 求  $t$  的值.



第 23 题图

24. 正方形  $ABCD$  的四个顶点都在  $\odot O$  上, 点  $P$  是劣弧  $\widehat{CD}$  上一点 (点  $P$  与点  $C, D$  不重合), 连结  $PA, PD$ .

(1) 如图 1, 求  $\angle APD$  的度数.

(2) 如图 2, 连结  $PB$ . 在线段  $PB$  上取点  $M$ , 使得  $AM = AB$ , 过点  $M$  作  $MN \parallel AB$  交  $PA$  于点  $N$ . 记  $PA, PB$  与边  $CD$  交于点  $E, F$ .

①求证:  $\triangle ADP \cong \triangle AMP$ .

②若  $MN = 5$ ,  $CF = 12$ , 求正方形  $ABCD$  的面积.

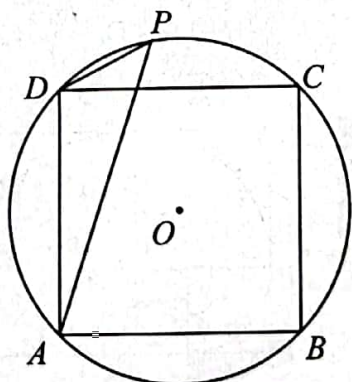


图 1

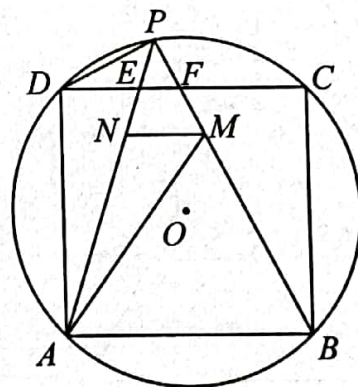


图 2

第 24 题图