

2021~2022 学年度八年级第二学期期末考试

数 学

注意事项:

1. 全卷满分 120 分, 答题时间 100 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。

一、选择题(每小题 3 分, 共 30 分)下列各小题均有四个选项, 其中只有一个是正确的。

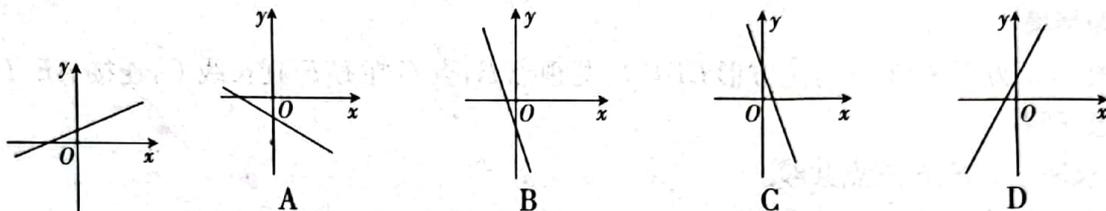
1. 下列根式中, 是最简二次根式的是

- A. $\sqrt{0.3}$ B. $\sqrt{16}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt[3]{3}$

2. 某女鞋商家在大促销活动前期对市场进行了一次调研, 那么商家最重视鞋码的

- A. 众数 B. 方差 C. 平均数 D. 中位数

3. 一次函数 $y = mx + n$ 的图象如图所示, 则 $y = -2mx + n$ 的图象可能是



4. 已知直线 l_1 的解析式为 $y = -3x - 4$, 若直线 l_2 与直线 l_1 平行, 且过点 $(1, -2)$, 则直线 l_2 的解析式为

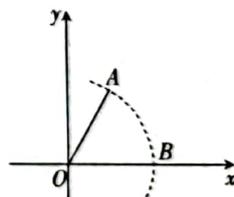
- A. $y = -3x + 4$ B. $y = -3x + 1$ C. $y = 3x + 1$ D. $y = 3x + 4$

5. x_1, x_2, \dots, x_{20} 的平均数为 m , $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{66}$ 的平均数为 n , 则 x_1, x_2, \dots, x_{66} 的平均数为

- A. $m + n$ B. $\frac{m+n}{2}$
 C. $\frac{10m+33n}{43}$ D. $\frac{10m+23n}{33}$

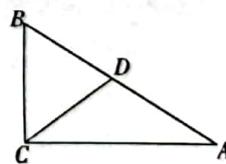
6. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $O(0, 0)$, $A(2, 4)$, 以点 O 为圆心, OA 长为半径画弧, 交 x 轴的正半轴于 B 点, 则点 B 的坐标是

- A. $(2\sqrt{5}, 0)$
 B. $(2\sqrt{3}, 0)$
 C. $(0, 2\sqrt{5})$
 D. $(0, 2\sqrt{3})$



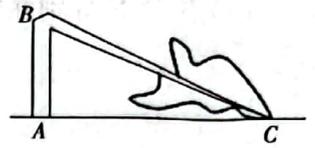
7. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AB 的中点, 若 $BC = \sqrt{5}$, $AC = 2\sqrt{5}$, 则 CD 的长为

- A. $\sqrt{5}$
 B. $\frac{5}{2}$
 C. 5
 D. $\sqrt{15}$

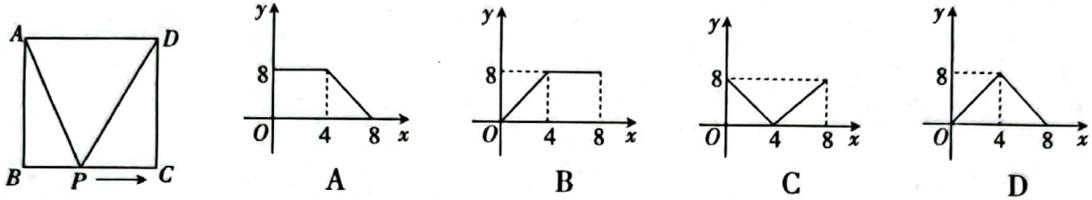


8. 如图,一棵树(树干与地面垂直)高 3.6 米,在一次强台风中树被强风折断,倒下后的树顶 C 与树根 A 的距离为 2.4 米,则这棵树断裂处点 B 离地面的高度 AB 的值为

- A. 2.4 米
B. 2.6 米
C. 0.6 米
D. 1 米



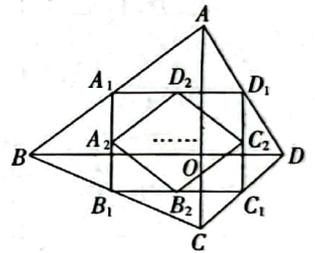
9. 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 4 cm,动点 P 从 B 出发,在正方形的边上沿 $B \rightarrow C \rightarrow D$ 的方向运动到 D 停止,设点 P 的运动路程为 x (cm),在下列图象中,能表示 $\triangle ABP$ 的面积 y (cm^2) 关于 x (cm) 的函数关系的图象是



10. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AC=a, BD=b$,且 $AC \perp BD$,垂足为 O ,顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点,得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$,再顺次连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 各边中点,得到四边形 $A_2B_2C_2D_2 \dots$,如此进行下去,得到四边形 $A_nB_nC_nD_n$. 下列结论正确的有

- ① A_1D_1 是 $\triangle ABD$ 的中位线; ② A_2D_2 是 $\triangle ABO$ 的中位线; ③ 四边形 $A_4B_4C_4D_4$ 是菱形; ④ 四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积是 $\frac{ab}{2^{n+1}}$.

- A. ①②
B. ①③
C. ①③④
D. ①②③④



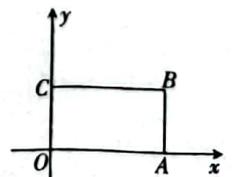
二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

11. 已知 $\sqrt{(x-2)^2} = 2-x$, 则 x 的取值范围是_____.
12. 某学校初二(1)班要选拔一位同学参加校英语听力比赛,(1)班有小明,小肖,小顾,小华 4 位同学参加选拔赛,选拔赛满分 50 分,他们 5 轮比赛的平均成绩和方差如下表所示:

	小明	小肖	小顾	小华
平均成绩	46	47	47	45
方差	0.6	0.6	0.7	0.7

如果要选择一名成绩优秀且稳定的人去参赛,应派_____去.

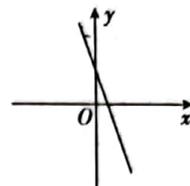
13. 若一次函数 $y=(2-m)x+b$ 的图象经过点 $P(x_1, y_1)$ 和点 $Q(x_2, y_2)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 > y_2$, 则 m 的取值范围是_____.
14. 菱形 $ABCD$ 的两条对角线长分别为 12 和 16, 则菱形的边长为_____.
15. 如图,在直角坐标系中,点 B 的坐标为 $(15, 8)$, 若直线 $y=x+m$ 恰好将矩形 $OABC$ 的面积分为 $1:2$ 的两部分, 则 m 的值为_____.



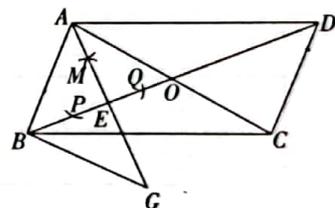
三、解答题(本大题共 8 个小题,共 75 分)

16. (10 分)(1)计算: $\sqrt{18}-\sqrt{5} \times \sqrt{10}+(2022-\pi)^0$.

(2)一次函数 $y=(a-1)x+2a+1$ (a 为常数)的图象如图所示,求 a 的取值范围.



17. (9 分)如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 交于点 O . 以点 A 为圆心,任意长为半径作弧,交线段 OB 于 P 、 Q 两点. 分别以 P 、 Q 为圆心,大于 $\frac{1}{2}PQ$ 为半径作弧,两条弧相交于点 M ,连接 AM . 在射线 AM 上取点 G ,使得 $BG=BA$,连接 BG . 若 $BG=CO$,求证: $DE=3BE$.



18. (9分) 已知 $a = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$, $b = \sqrt{n+1} + \sqrt{n}$ ($n > 0$).

(1) 求证: a 与 b 互为倒数.

(2) 当 $n=8$ 时, 求 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 的值.

19. (9分) 某校初二年级举办了一次数学竞赛, 1班和2班参赛人数相等, 竞赛满分为5分, 两个班学生分数分别为2分、3分、4分、5分. 根据统计的数据绘制了以下统计图表.

1班成绩扇形统计图

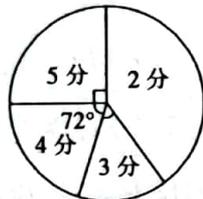


图1

1班成绩条形统计图

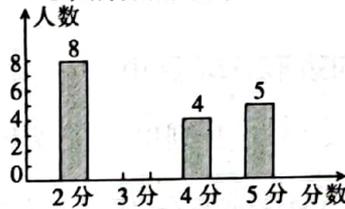


图2

2班成绩统计表

分数	2分	3分	4分	5分
人数	8	a	3	5

(1) a 的值为_____.

(2) 补全图2的条形统计图.

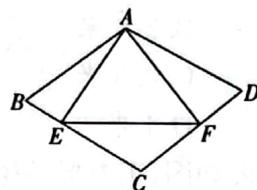
(3) 请分别计算1班和2班的平均分和中位数, 并分析哪个班的成绩较好?



20. (9分)如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle B=\angle D=60^\circ$, $AB\parallel CD$.

(1)求证:四边形 $ABCD$ 为菱形.

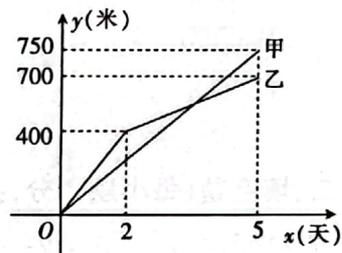
(2)点 E 、 F 分别在线段 BC 、 CD 上,连接 AE 、 AF ,若 $\angle EAF=60^\circ$,求证: $AE=AF$.



21. (9分)某市需要在一条马路的两边修建相同长度的人行道,现有甲、乙两个工程队各修建一边人行道. 如图所示的是两个工程队修建人行道长度 y (米)与修建时间 x (天)之间关系的部分图象. 请解答下列问题:

(1)请求出甲、乙两工程队 y 与 x 之间的函数关系式.

(2)若乙工程队在修建了 5 天后,修建速度恢复到前 2 天的工作效率,最后两队同时完成了任务. 问乙工程队修建的人行道总长度为多少米?



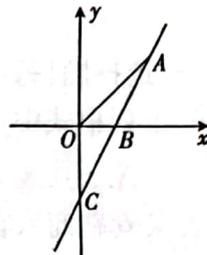
22. (10分) 如图, 直线 $y=kx+b$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 B 、 C 两点, $OC=2OB=2$, $A(a, n)$ 是直线 $y=kx+b$ 上的一个动点(点 A 与 C 不重合).

(1) 求直线 BC 的解析式.

(2) 试写出 $\triangle AOC$ 的面积 S 与 a 的函数关系式.

(3) ① 当点 A 在第一象限且 $\triangle AOC$ 的面积是 2 时, 求 A 点的坐标.

② 在①的条件下, y 轴上是否存在一点 M , 使 $\triangle MOA$ 是等腰三角形? 若存在, 请直接写出满足条件的所有 M 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



23. (10分)

问题情境:

如图 1, 正方形 $ABCD$ 与正方形 $EBE'F$ 共顶点 B , 点 C 在 $E'F$ 延长线上, 连接 AE 、 DE .

猜想证明:

(1) 求证: A 、 E 、 F 三点共线.

(2) 如图 2, 若 $DA=DE$, 请猜想线段 CF 与 $E'F$ 的数量关系并加以证明.

解决问题:

(3) 如图 1, 若 $AB=10$, $BE=6$, 请直接写出 DE 的长.

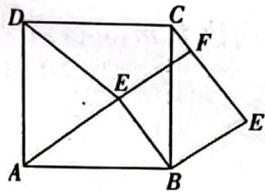


图 1

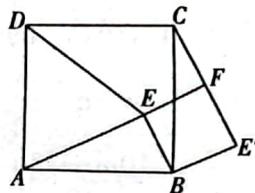


图 2



2021~2022 学年度八年级第二学期期末考试 数学参考答案

1. C 2. A 3. C 4. B 5. D 6. A 7. B 8. D 9. B 10. C

11. $x \leq 2$ 12. 小肖 13. $m > 2$ 14. 10

15. -1 或 -6 提示: \because 点 B 的坐标为 $(15, 8)$,

$\therefore OABC$ 的面积为 $15 \times 8 = 120$.

\because 直线 $y = x + m$ 恰好将矩形 $OABC$ 的面积分为 $1 : 2$ 的两部分, 直线 $y = x + m$ 与 BC 的交点为 $E(8 - m, 8)$, 与 x 轴交点为 $F(-m, 0)$,

\therefore 矩形分成两部分面积为 40 和 80,

$$\therefore \frac{1}{2} \times (8 - m - m) \times 8 = 40 \text{ 或 } \frac{1}{2} \times (8 - m - m) \times 8 = 80,$$

$\therefore m = -1$ 或 $m = -6$.

16. 解: (1) 原式 $= 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 1 = -2\sqrt{2} + 1$ 5 分

(2) 由一次函数 $y = (a - 1)x + 2a + 1$ 的图象, 得 $\begin{cases} a - 1 < 0 \\ 2a + 1 > 1 \end{cases}$, 3 分

$$\therefore -\frac{1}{2} < a < 1. \text{ 5 分}$$

17. 证明: 依题意可得 $AE \perp BO$ 2 分

\because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore OA = OC, OB = OD$.

$\because BG = CO, BG = BA$,

$\therefore OA = BA$ 5 分

$\because AE \perp BO$,

$\therefore E$ 是 BO 中点, $OB = 2BE$, 6 分

$\therefore BD = 4BE$,

$\therefore DE = 3BE$ 9 分

18. 解: (1) 证明: $a \cdot b = (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$

$$= (\sqrt{n+1})^2 - (\sqrt{n})^2 = n + 1 - n = 1.$$

$\therefore a$ 与 b 互为倒数. 4 分

$$(2) \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = a \cdot \frac{1}{b} + b \cdot \frac{1}{a} = a^2 + b^2$$

$$= (\sqrt{9} - \sqrt{8})^2 + (\sqrt{9} + \sqrt{8})^2 = 9 + 8 + 9 + 8 = 34. \text{ 9 分}$$

19. 解: (1) 4. 2 分

$$(2) 72^\circ \div 360^\circ = 20\%, 4 \div 20\% = 20(\text{人}),$$

∴每班参赛人数为 20 人.

$20 - 8 - 4 - 5 = 3$ (人), ∴补全条形统计图如下图所示. 4 分

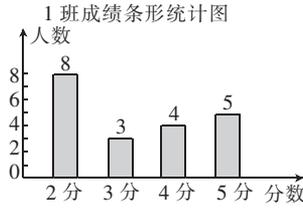


图 2

(3)1 班平均分: $(8 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + 5 \times 5) \div 20 = 3.3$ 分. 5 分

1 班中位数: 3 分. 6 分

2 班平均分: $(8 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 3 + 5 \times 5) \div 20 = 3.25$ 分. 7 分

2 班中位数: 3 分. 8 分

∴两班中位数相等, 1 班成绩的平均数大于 2 班的平均数,

∴从平均分和中位数角度上判断, 1 班的成绩较好. 9 分

20. 证明: (1) ∵ $AB \parallel CD$, ∴ $\angle B + \angle C = 180^\circ$.

∵ $\angle B = \angle D$, ∴ $\angle D + \angle C = 180^\circ$,

∴ $AD \parallel BC$,

∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 3 分

∵ $AB = AD$,

∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形. 4 分

(2) 连接 AC .

∵ $AB = BC$, $\angle B = 60^\circ$,

∴ $\triangle ABC$ 是等边三角形, 6 分

∴ $AC = AB$, $\angle BCA = \angle ACD = \angle B = 60^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$.

∵ $\angle BAC = \angle EAF$,

∴ $\angle BAE = \angle CAF$ 7 分

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CAF \\ AB = AC \\ \angle B = \angle ACF \end{cases},$$

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ (ASA),

∴ $AE = AF$ 9 分

21. 解: (1) 设甲工程队 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = k_1 x$.

由图可知, 函数图象过点 $(5, 750)$,

∴ $5k_1 = 750$, 解得 $k_1 = 150$,

∴ $y = 150x$ 2 分

设乙工程队 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=k_2x+b$.

由图可知,当 $0 \leq x \leq 2$ 时,函数图象过点 $(0,0)(2,400)$,

$$\therefore \begin{cases} b=0 \\ 2k_2+b=400 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b=0 \\ k_2=200 \end{cases},$$

$$\therefore y=200x.$$

由图可知,当 $2 \leq x \leq 5$ 时,函数图象过点 $(5,700)(2,400)$,

$$\therefore \begin{cases} 5k_2+b=700 \\ 2k_2+b=400 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b=200 \\ k_2=100 \end{cases},$$

$$\therefore y=100x+200,$$

$$\therefore \text{乙工程队 } y \text{ 与 } x \text{ 之间的函数关系式为 } y = \begin{cases} 200x(0 \leq x \leq 2) \\ 100x+200(2 < x \leq 5) \end{cases}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2)由图可知,甲工程队速度是 $750 \div 5 = 150$ (米/天),

乙工程队前 2 天的速度是 $400 \div 2 = 200$ (米/天),

$$\text{设修建的人行道为 } z \text{ 米,依题意,得 } \frac{z-750}{150} = \frac{z-700}{200},$$

解得 $z=900$.

答:乙工程队修建的人行道总长度为 900 米. $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

22. 解:(1) $\because OC=2OB=2$,

$$\therefore B(1,0), C(0,-2).$$

$$\text{把 } B(1,0), C(0,-2) \text{ 代入 } y=kx+b, \text{ 得 } \begin{cases} k+b=0 \\ 0+b=-2 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=2 \\ b=-2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线解析式为 } y=2x-2. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 当 } a > 0 \text{ 时, } \therefore S = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot |a|,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 2 \times a = a.$$

$$\text{当 } a < 0 \text{ 时, } \therefore S = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot |a|,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 2 \times (-a) = -a,$$

$$\therefore S = \begin{cases} a(a > 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(3)①当 $S=2$,且 A 点在第一象限时, $a=2$,

$$\therefore n=4-2=2,$$

$\therefore A$ 点坐标为 $(2,2)$. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

②存在.

满足条件的所有 M 点坐标为 $M_1(0,2\sqrt{2}), M_2(0,-2\sqrt{2}), M_3(0,4), M_4(0,2)$. $\dots\dots 10 \text{ 分}$

23. 解:(1)证明: \because 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EBE'F$ 都是正方形,

$$\therefore BE=BE', AB=BC, \angle FEB=\angle E'=\angle EBE'=\angle ABC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE=\angle CBE',$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBE' \text{ (SAS)}, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle AEB=\angle CE'B=90^\circ.$$

$$\therefore \angle FEB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF=90^\circ+90^\circ=180^\circ,$$

$$\therefore A、E、F \text{ 三点共线}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(2) CF=E'F.$$

证明:如图,过点 D 作 $DH \perp AE$ 于 H ,

$$\therefore DA=DE, DH \perp AE,$$

$$\therefore AH=\frac{1}{2}AE, \angle ADH+\angle DAH=90^\circ.$$

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD=AB, \angle DAB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAH+\angle EAB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADH=\angle EAB.$$

$$\text{又} \because AD=AB, \angle AHD=\angle AEB=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADH \cong \triangle BAE \text{ (AAS)}, \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore AH=BE=\frac{1}{2}AE=\frac{1}{2}CE'.$$

$$\therefore E'F=BE,$$

$$\therefore E'F=\frac{1}{2}CE',$$

$$\therefore CF=E'F. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$(3) DE=2\sqrt{17}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

提示:如图,过点 D 作 $DH \perp AE$ 于 H .

由(1)可得 $\angle AEB=90^\circ$.

$$\therefore AB=10, BE=6,$$

$$\therefore AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=8.$$

$$\text{由(2)可知 } BE=AH=6, DH=AE=8,$$

$$\therefore HE=2,$$

$$\therefore DE=\sqrt{DH^2+HE^2}=\sqrt{4+64}=2\sqrt{17}.$$

