

2022年衡阳市初中学业水平考试试卷解析

数 学

一. 选择题 (本大题共12小题, 每小题3分, 满分36分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	A	C	B	D	A	B	C	A	C	B	D

12. 【解析】 $\because AB \parallel CD$

$$\therefore \angle ACD = \angle BAC$$

$\because AC$ 平分 $\angle DAB$

$$\therefore \angle BAC = \angle CAD$$

$\therefore \angle ACD = \angle CAD$, 则 $CD = AD = y$, 即 $\triangle ACD$ 为等腰三角形

过 D 点做 $DE \perp AC$ 于点 E .

则 DE 垂直平分 AC , $AE = CE = \frac{1}{2}AC = 3$, $\angle AED = 90^\circ$

$$\because \angle BAC = \angle CAD, \angle B = \angle AED = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AED$$

$$\therefore \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE}$$

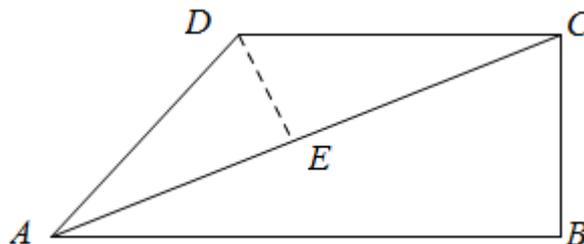
$$\therefore \frac{6}{y} = \frac{x}{3}$$

$$\therefore y = \frac{18}{x}$$

\because 在 $\triangle ABC$ 中, $AB < AC$

$$\therefore x < 6$$

故 y 关于 x 的函数图像是 D



二. 填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

13	14	15	16	17	18
$(x+1)^2$	4	2	23	4π	10.2

18. 【解析】 $\because \angle BDG = 30^\circ$ 且 $\angle BFG = 60^\circ$,

$$\therefore \angle DBF = \angle BFG - \angle BDG = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DBF = \angle BDG,$$

即 $BF = DF = AE = 10$ m.

$$\therefore BG = BF \cdot \sin 60^\circ = 5\sqrt{3} \text{ m} \approx 8.66 \text{ m}$$

$$\therefore BC = BG + GC = BG + DA = 8.66 + 1.5 \approx 10.2 \text{ m}$$

故答案为 10.2m.

三. 解答题 (本大题共8小题, 19-20每题6分, 21-24题每题8分, 25题10分, 26题12分, 满分66分. 解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. 解: 原式 = $a^2 - b^2 + 2ab + b^2$

$$= a^2 + 2ab$$

将 $a=1, b=-2$ 代入式中得:

$$\text{原式} = 1^2 + 2 \times 1 \times (-2)$$

$$= 1 - 4$$

$$= -3.$$

20. 证明: $\because AB = AC$

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形,

$\therefore \angle B = \angle C$

又 $\because BD = CE$

$$\therefore \text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACE \text{ 中 } \begin{cases} AB = AC \\ \angle B = \angle C \\ BD = CE \end{cases}$$

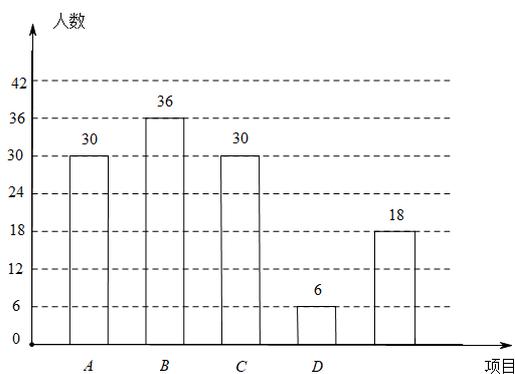
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (SAS)$

$\therefore AD = AE.$

21. 答: (1) 因为参与 B 活动的人数为 36 人, 占总人数 30%, 所以总人数 = $\frac{36}{30\%} = 120$ 人,

则参与 E 活动的人数为: $120 - 30 - 36 - 30 - 6 = 18$ 人;

补全统计图如下:



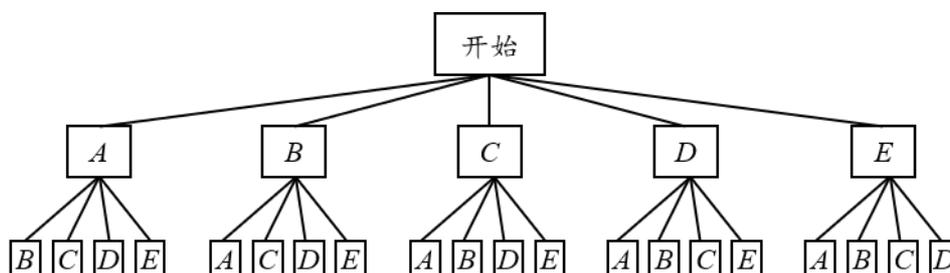
(2) 扇形 C 的圆心角为: $\frac{30}{120} \times 360^\circ = 90^\circ$;

(3) 最喜爱“测量”项目的学生人数是: $\frac{30}{120} \times 1200 = 300$ 人;

(4) 列表如下:

第一项 \ 第二项	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>A</i>	—	<i>AB</i>	<i>AC</i>	<i>AD</i>	<i>AE</i>
<i>B</i>	<i>BA</i>	—	<i>BC</i>	<i>BD</i>	<i>BE</i>
<i>C</i>	<i>CA</i>	<i>CB</i>	—	<i>CD</i>	<i>CE</i>
<i>D</i>	<i>DA</i>	<i>DB</i>	<i>DC</i>	—	<i>DE</i>
<i>E</i>	<i>EA</i>	<i>EB</i>	<i>EC</i>	<i>ED</i>	—

或者树状图如下：



所以，选中 *B*、*E* 这两项活动的概率为： $P_{(\text{选中 } BE)} = \frac{2}{20} \times 100\% = 10\%$ 。

22. (1) 解；设冰墩墩进价为 x 元，雪容融进价为 y 元。

$$\text{得} \begin{cases} x + y = 136 \\ 15x + 5y = 1400 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 72 \\ y = 64 \end{cases}$$

\therefore 冰墩墩进价为 72 元，雪容融进价为 64 元。

(2) 设冰墩墩进货 a 个，雪容融进货 $(40 - a)$ 个，设利润为 w

得关于利润解析式 $w = 28a + 20(40 - a) = 8a + 800$,

$\because a > 0$ 所以利润随 a 增大而增大

又因为冰墩墩进货量不能超过雪容融进货量的 1.5 倍，

$$\text{得} a \leq \frac{3}{2}(40 - a), \text{解得} a \leq 24$$

\therefore 当 a 取 24 时利润取得最大值为 992.

23. (1) 解：将 $A(3,1)$ 代入反比例函数解析式求得， $m = 3$ ，即反比例函数解析式为 $y = \frac{3}{x}$ ，将

A 代入反比例函数解析式中求得 $n = -3$ ，即 $B(-1, -3)$ ，将 A, B 代入 $y = kx + b$ ，求得 $k = 1, b = -2$ 得

$y = x - 2$ ，综上反比例函数解析式为 $y = \frac{3}{x}$ ，一次函数解析式为 $y = x - 2$

(2) 由题 $OC = 2$ ，且四边形 $OCNM$ 为平行四边形，且 OC 固定，

$\therefore M, N$ 横坐标相同, 设 $M(t, \frac{3}{t}), N(t, t-2)$,

$\because OC = MN$ 即 $\frac{3}{t} - (t-2) = 2$, 解得 $t = \pm\sqrt{3}$

$\therefore M(\sqrt{3}, \sqrt{3})$ 或 $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$

24. (1) 证明: 连接 OD .

$\because CD$ 为 $\odot O$ 切线

$\therefore \angle ODC = \angle ODE = 90^\circ$

又 $\because OE \parallel AD$

$\therefore \angle DAO = \angle EOB, \angle ADO = \angle EOD$

且 $\angle ADO = \angle DAO$

$\therefore \angle EOD = \angle EOB$

在 $\triangle ODE$ 与 $\triangle OBE$ 中;

$$\therefore \begin{cases} OD = OB \\ \angle EOD = \angle EOB \\ OE = OE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ODE \cong \triangle OBE$

$\therefore \angle OBE = \angle ODE = 90^\circ$

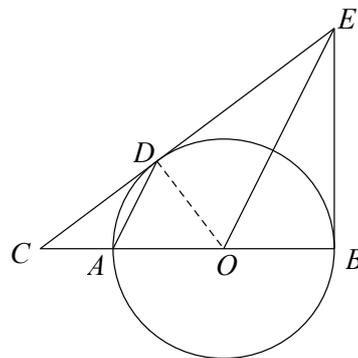
\therefore 直线 BE 与 $\odot O$ 相切.

(2) 设半径为 r ;

则: $r^2 + 4^2 = (2+r)^2$, 得 $r = 3$;

在直角三角形 CBE 中, $BC^2 + BE^2 = CE^2$

$(2+3+3)^2 + DE^2 = (4+DE)^2$, 解得 $DE = 6$



25. 解:

(1) 由翻折可知: $C(0, 2)$

令 $x^2 - x - 2 = 0$, 解得: $x_1 = -1, x_2 = 2$

所以, $A(-1, 0), B(2, 0)$,

设图象 W 的解析式为 $y = a(x+1)(x-2)$, 代入 $C(0, 2)$, 解得 $a = -1$

所以解析式为 $y = -x^2 + x + 2 (-1 \leq x \leq 2)$

(2) $b = 2$ 或 $b = 3$

(3) 如图 1, 当 $CN \parallel OB$ 时, $\triangle OBC \sim \triangle NMC$, 此时, $P(1, 0)$;

如图 2, 当 $CN \parallel OB$ 时, $\triangle OBC \sim \triangle NMC$

此时, N 点纵坐标为 2, $x^2 - x - 2 = 2$, 解得 $x_1 = \frac{1+\sqrt{17}}{2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{17}}{2}$ (舍);

所以 $P(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, 0)$;

如图 3, 当 $\angle NCM = 90^\circ$ 时, $\triangle OBC \sim \triangle CMN$, 此时, 直线 CN 的解析式: $y = x + 2$; 联立方程组:

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = x^2 - x - 2 \end{cases}, \text{解得 } x_1 = 1 + \sqrt{5}, x_2 = 1 - \sqrt{5} \text{ (舍)}, \text{所以 } P(1 + \sqrt{5}, 0)$$

因此, 综上所述: P 点坐标为 $(1, 0)$ 或 $(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, 0)$ 或 $(1 + \sqrt{5}, 0)$

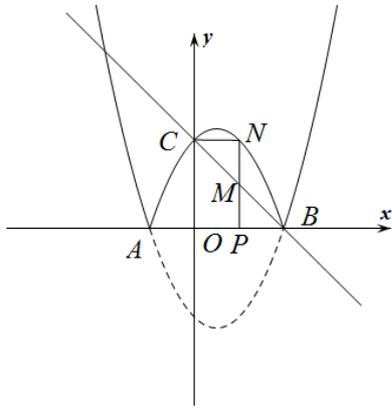


图 1

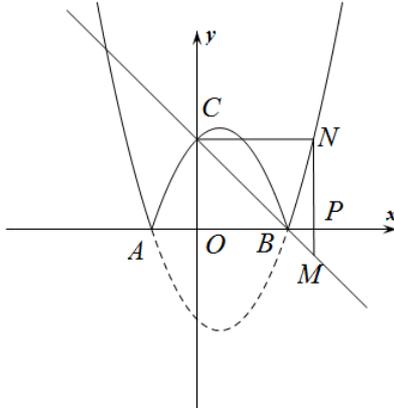


图 2

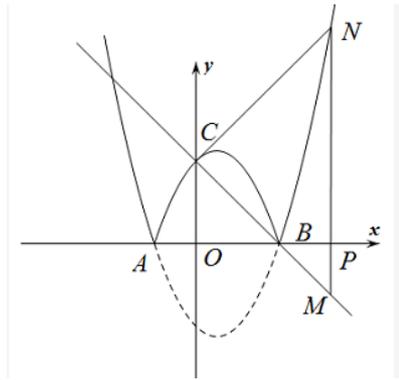


图 3

26解: (1) M 与 B 重合时

$$\because \angle A = 60^\circ \therefore PA = \frac{1}{2} AB = 2 \therefore t = 2$$

(2) ①当 $0 \leq t \leq 2$ 时

$$\because AM = 2t$$

$$\therefore BM = 4 - 2t$$

$$\because \triangle APQ \cong \triangle BMF$$

$$\therefore AP = BM$$

$$\therefore t = 4 - 2t$$

$$\therefore t = \frac{4}{3}$$

②当 $2 < t \leq 4$ 时

$$\because AM = 2t$$

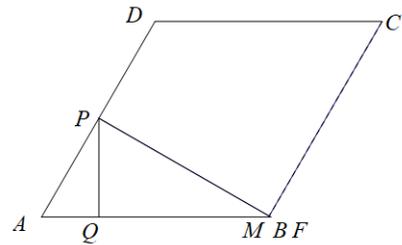
$$\therefore BM = 2t - 4$$

$$\because \triangle APQ \cong \triangle BMF$$

$$\therefore AP = BM$$

$$\therefore t = 2t - 4$$

$$\therefore t = 4$$

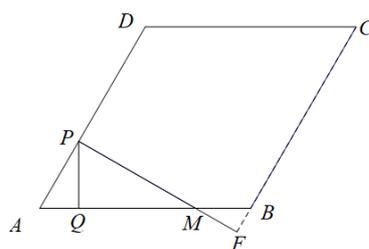


$$\therefore t = 4 \text{ 或 } t = \frac{4}{3}$$

(3) ①当 $0 \leq t \leq 2$ 时

$$PQ = \frac{\sqrt{3}}{2}t \quad \therefore MQ = \frac{3}{2}t$$

$$\therefore S = S_{\triangle PQM} = \frac{3\sqrt{3}}{8}t^2$$



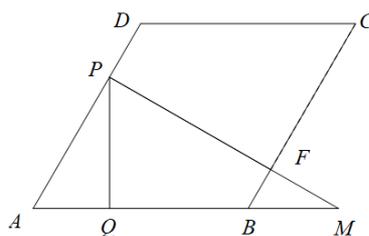
②当 $2 < t \leq 4$ 时

$$\therefore BF = t - 2$$

$$MF = \sqrt{3}(t - 2)$$

$$\therefore S_{\triangle BFM} = \frac{\sqrt{3}}{2}(t - 2)^2$$

$$\therefore S = S_{\triangle PQM} - S_{\triangle BFM} = -\frac{\sqrt{3}}{8}t^2 + 2\sqrt{3}t - 2\sqrt{3}$$



$$\therefore S = \begin{cases} \frac{3\sqrt{3}}{8}t^2, & 0 \leq t \leq 2 \\ -\frac{\sqrt{3}}{8}t^2 + 2\sqrt{3}t - 2\sqrt{3}, & 2 < t \leq 4 \end{cases}$$

(4) 连接 AE

$\therefore \triangle PQE$ 为正三角形

$$\therefore PE = \frac{\sqrt{3}}{2}t$$

在 $RT\triangle APE$ 中

$$\tan \angle PAE = \frac{PE}{PA} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}t}{t} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore \angle PAE$ 为定值

$\therefore E$ 的运动轨迹为直线

$$AE = \sqrt{AP^2 + PE^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}t$$

当 $t = 2$ 时 $AE = \sqrt{7}$

当 $t = 4$ 时 $AE = 2\sqrt{7}$

$\therefore E$ 的运动路径长为 $2\sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{7}$

